

UNIVERSIDADE DE PASSO FUNDO

INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS E GEOCIÊNCIAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE
CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

INVERTENDO A SALA DE AULA:

**UM MÉTODO DE
ENSINAGEM DOS
SISTEMAS DE
EQUAÇÕES DO
1º GRAU COM
DUAS INCÓGNITAS**



Joelma Kominkiewicz Sclaro
Juliano Tonezer da Silva

Passo Fundo

2020

Joelma Kominkiewicz Scolaro

INVERTENDO A SALA DE AULA: UM
MÉTODO DE ENSINAGEM DOS SISTEMAS DE
EQUAÇÕES DO 1º GRAU COM DUAS
INCÓGNITAS

Produto Educacional apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, do Instituto de Ciências Exatas e Geociências, da Universidade de Passo Fundo, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática, sob a orientação do Professor Dr. Juliano Tonezer da Silva.

Passo Fundo

2020

CIP – Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

S422i Scolaro, Joelma Kominkiewicz
Invertendo a sala de aula [recurso eletrônico]: um método de ensinagem dos sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas / Joelma Kominkiewicz Scolaro. – Passo Fundo: Ed. Universidade de Passo Fundo, 2020.
2.9 MB ; PDF. – (Produtos Educacionais do PPGECEM).

Inclui bibliografia.

ISSN 2595-3672

Modo de acesso gratuito: <http://www.upf.br/ppgecm>

Este material integra os estudos desenvolvidos junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECEM), na Universidade de Passo Fundo (UPF), sob orientação do Prof. Dr. Juliano Tonezer da Silva.

1. Inovações educacionais. 2. Educação - Efeito das inovações tecnológicas. 3. Tecnologia educacional. 4. Ensino fundamental. 5. Matemática - Estudo e ensino. I. Silva, Juliano Tonezer da. II. Título. III. Série.

CDU: 372.851

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Aplicação da sala de aula invertida.....	7
Figura 2 - <i>Slides</i> conceitos de equações	11
Figura 3 - Videoaula “ <i>Equações do 1º Grau com Duas Incógnitas - Professora Angela</i> ”	12
Figura 4 - Videoaula “ <i>Equações do 1º grau com duas incógnitas – Professor Paulo</i> ”	12
Figura 5 - Questionário sobre equações polinomiais do 1º grau com duas incógnitas	13
Figura 6 - Interpretação e troca de ideias	14
Figura 7 - Atividades	15
Figura 8 - Imagens do <i>Kahoot</i>	17
Figura 9 - Vídeo e atividades com soluções de equações com duas variáveis.....	18
Figura 10 - Videoaula “ <i>Introdução Sistemas de equações do 1º grau</i> ” - Aula do Guto	19
Figura 11 - Videoaula Método da Adição	19
Figura 12 - Videoaula Método da Substituição	19
Figura 13 - Questionário sobre sistemas de equações polinomiais do 1º grau com duas incógnitas e métodos de resolução	20
Figura 14 - Atividades Livro Digital de Matemática 8º ano – Editora Edebê.....	21
Figura 15 - Interpretação e resolução de situações-problema	24
Figura 16 - Interpretação e resolução de situações-problema	25
Figura 17 - Videoaula Localização do par ordenado no plano cartesiano.....	27
Figura 18 - Atividade <i>Online Khan Academy</i> – Pontos no plano cartesiano	27
Figura 19 - Vídeo - Gráfico de uma equação de 1º grau com duas incógnitas.....	28
Figura 20 - Videoaula – Representação gráfica dos sistemas de equações.....	28
Figura 21 - Resolução de Sistemas de Equações do Primeiro Grau com duas incógnitas	29
Figura 22 - Atividade conhecimento em ação Livro de matemática 8º ano.....	32
Figura 23 - Videoaula: Sistema Possível e Impossível	34
Figura 24 - Videoaula: Sistema Determinado e Indeterminado	34
Figura 25 - Atividades Práticas: Número de soluções de um sistema.....	35
Figura 26 - Videoaula: Apresentação básica do <i>software</i> GeoGebra.....	36
Figura 27 - Sistemas de equações no GeoGebra	36
Figura 28 - Formulário do <i>Google</i>	37
Figura 29 - Janela principal do GeoGebra.....	38
Figura 30 - Caderno Interativo – Capítulo 6 – Conhecimento em construção	39
Figura 31 - Formulário do <i>Google</i> – Avaliação da sequência de atividades.....	40

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Produto Educacional	8
Quadro 2 - Descrição resumida da Sequência de Atividades.....	8
Quadro 3 - Atividades de interpretação.....	15
Quadro 4 - Troca de ideias	23
Quadro 5 - Troca de ideias	23
Quadro 6 - Localização dos pontos no plano cartesiano e construção da reta	30
Quadro 7 - Sistemas de equações no plano cartesiano – Troca de ideias.....	31
Quadro 8 - Sistemas de equações para representação gráfica	38

SUMÁRIO

1	APRESENTAÇÃO	6
2	PROPOSTA DO PRODUTO EDUCACIONAL: SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES	8
3	ESTRUTURAÇÃO DOS ENCONTROS	10
3.1	Primeira semana: etapa 1	10
3.1.1	<i>Pré-aula: Introdução e conceitos de equações polinomiais do 1º grau com duas incógnitas</i>	<i>10</i>
3.1.2	<i>Durante a aula: Conceitos de equações polinomiais do 1º grau</i>	<i>13</i>
3.1.3	<i>Durante a aula: Elaboração e resolução de situações-problemas</i>	<i>16</i>
3.1.4	<i>Durante a aula: Kahoot.....</i>	<i>16</i>
3.2	Segunda e terceira semana: etapa 2	17
3.2.1	<i>Pré-aula: Métodos de resolução de um sistema de equações: método da adição e método da substituição.....</i>	<i>17</i>
3.2.2	<i>Durante a aula: Sistemas de Equações: método da adição e da substituição</i>	<i>20</i>
3.2.3	<i>Durante a aula: Resolução de situações-problemas: método da adição e da substituição</i>	<i>22</i>
3.2.4	<i>Durante a aula: Resolução de situações-problemas: método da adição e da substituição</i>	<i>23</i>
3.2.5	<i>Durante a aula- Quiz.....</i>	<i>26</i>
3.3	Terceira semana: etapa 3	26
3.3.1	<i>Pré-aula: Localização dos pontos no plano cartesiano, por meio dos pares ordenados, que é solução da equação com duas incógnitas e sua representação gráfica.....</i>	<i>26</i>
3.3.2	<i>Durante a aula: Equações e sistemas de equações no plano cartesiano</i>	<i>30</i>
3.3.3	<i>Durante a aula: Representação gráfica de um sistema de equações</i>	<i>32</i>
3.4	Quarta semana: etapa 4	33
3.4.1	<i>Pré-aula: Sistemas SPD, SPI ou SI e Representação gráfica no GeoGebra</i>	<i>33</i>
3.4.2	<i>Durante a aula: Explorando as funções do GeoGebra</i>	<i>37</i>
3.4.3	<i>Durante a aula: Sistemas de equações no GeoGebra e classificação em SPD, SPI e SI</i>	<i>38</i>
3.4.4	<i>Durante a aula: Caderno Interativo.....</i>	<i>39</i>
3.4.5	<i>Pós-aula: Avaliação da Sequência de Atividades (Formulário do Google).....</i>	<i>40</i>

3.5	Conclusão - etapa 5	40
3.5.1	<i>Durante a aula: Seminário com Apresentação</i>	40
	REFERÊNCIAS	42
	APÊNDICE A - Questionário formulário do Google “Equações polinomiais do 1º grau com duas incógnitas”	43
	APÊNDICE B - Questionário do Kahoot	45
	APÊNDICE C - Questões descritivas no formulário do Google “Sistemas de Equações”	47
	APÊNDICE D - Questões “Quiz Presencial”	48
	APÊNDICE E - Formulário do Google: Classificação dos sistemas e o GeoGebra	50
	APÊNDICE F - Caderno Interativo: Livro Digital de Matemática 8º ano – Capítulo 6 Sistema de Equações	52
	APÊNDICE G - Formulário do Google – Avaliação da Sequência de Atividades	57
	ANEXO A - Declaração - Instituto Auxiliadora	59
	ANEXO B - Declaração - Editora Edebê	60

1 APRESENTAÇÃO

Este trabalho constitui-se no Produto Educacional, o qual integra a Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, do Programa de Pós-Graduação da Universidade de Passo Fundo – UPF, intitulado de “Sala de aula invertida¹: ensinagem² dos Sistemas de Equações Polinomiais do 1º grau no oitavo ano do ensino fundamental”, sob a orientação do prof. Dr. Juliano Tonezer da Silva.

Apresenta-se neste estudo uma proposta de ensino, composta por uma Sequência de Atividades, baseada na metodologia ativa sala de aula invertida e atividades exploratórias utilizando as Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDICs), para a ensinagem dos Sistemas de Equações Polinomiais do 1º grau com duas Incógnitas com uma turma de oitavo ano do ensino fundamental II no Colégio Auxiliadora de Campos Novos SC, que pertence a Rede Salesiana de Escolas. Segue no Anexo A, a declaração do Instituto Auxiliadora autorizando a aplicação do produto educacional em forma de uma sequência de atividades com os estudantes de 8º ano, mantendo o anonimato dos sujeitos envolvidos.

As ações e atividades práticas presentes neste produto educacional são *slides* de apresentação com temas de estudos, vídeos e resolução de situações-problemas. Os exercícios e o uso das tecnologias foram desenvolvidos e adaptados com o auxílio do livro didático da editora Edebê³, utilizados pela Rede Salesiana Brasil de Escolas desde 2014, que autorizou a utilização do livro de matemática do 8º ano do Ensino Fundamental, de autoria de Solange Aparecida Sanfelice e Maria Aparecida Saad, como subsídio à dissertação de Mestrado e no projeto de pesquisa intitulado “Invertendo a Sala de Aula: Um Método de Ensinagem dos Sistemas de Equações do 1º Grau com Duas Incógnitas”, de acordo com a declaração que segue no Anexo B.

No desenvolvimento da pesquisa e, conseqüentemente, na aplicação do produto educacional, alguns procedimentos serão seguidos como forma de orientar as atividades que serão desenvolvidas, haja vista que a sequência de atividades será aplicada por meio da metodologia ativa “sala de aula invertida”, ou seja, aquela que inverte o modelo tradicional de ensino e se constitui de três momentos importantes para a metodologia aplicada. A

¹ Sala de aula invertida: o que tradicionalmente é realizado em sala de aula, agora é executado em casa, e o que tradicionalmente é realizado como trabalho de casa, agora é realizado em sala de aula.

² Termo adotado para significar uma situação de ensino da qual necessariamente decorra a aprendizagem, sendo a parceria entre professor e alunos a condição fundamental para o enfrentamento do conhecimento necessário à formação do aluno durante o cursar da graduação.

³ Edebê: Editora do livro de matemática do 8º ano do ensino fundamental, de autoria de Solange Aparecida Sanfelice e Maria Aparecida Saad.

Figura 1 apresenta os procedimentos a serem seguidos na aplicação do produto educacional.

Figura 1 - Aplicação da sala de aula invertida



Fonte: Autores, 2019.

Antes das aulas, no momento pré-aula, os alunos assistem os vídeos disponibilizados pelo professor, realizam leituras, respondem questionários do “*Formulário do Google*” e anotam as dúvidas para o momento de aula. Durante a aula há troca de ideias sobre o conteúdo estudado em casa, instrução direta por parte do professor no desenvolvimento das atividades em grupos, tornando as aulas um laboratório de pesquisa, aprendizagem e conhecimento. Na aplicação da sequência de atividades, o momento pós-aula ocorre em sala de aula, durante uma aula de 48 minutos, sendo o encontro de conclusão das atividades daquela etapa, geralmente com atividades diferenciadas para colocar em prática o que se aprendeu na pré-aula e durante a aula. Atividades, estas, como: *Kahoot*⁴, *Quiz*⁵, caderno interativo⁶, construção do *portfólio*⁷ e seminário⁸.

⁴ **Kahoot:** É plataforma de criação de questionário, pesquisa e *quizzes* que foi criado em 2013, baseado em jogos com perguntas de múltipla escolha, permitindo aos educadores e estudantes investigar, criar, colaborar e compartilhar conhecimentos, sendo que funciona em qualquer dispositivo tecnológico conectado a *Internet*.

⁵ **Quiz:** é o nome de um jogo de questionários que tem como objetivo realizar uma avaliação dos conhecimentos sobre determinado assunto. Neste tipo de jogo podem participar tanto grupo de muitas pessoas como participantes individuais, que devem acertar a maior quantidade de respostas para ganhar.

⁶ **Caderno Interativo:** Caderno de atividades *online*, disponível no livro digital do 8º ano do ensino fundamental da Editora Edebê.

⁷ **Portfólio:** Pasta arquivo com coleção de trabalhos já realizados.

⁸ **Seminário:** Reunião especializada de natureza técnica ou acadêmica, que leva em consideração os estudos aprofundados sobre um determinado assunto.

2 PROPOSTA DO PRODUTO EDUCACIONAL: SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES

Este produto educacional é formado por uma sequência de atividades, composta com sugestões de vídeos, *links*, textos, atividades diversificadas para serem trabalhadas por professores da disciplina de matemática do oitavo ano do ensino fundamental, com o propósito de abordar os sistemas de equações polinomiais do 1º grau e a metodologia ativa “sala de aula invertida”. No Quadro 1 apresenta-se uma catalogação do referido produto educacional.

Quadro 1 - Produto Educacional

ÁLGEBRA	
Temática	Sistemas de Equações Polinomiais do 1º grau
Público-alvo	Estudantes do 8º ano
Duração	9 encontros de 96 minutos e 4 encontros de 48 minutos, totalizando 13 encontros
Objetivos	Garantir a inovação e a aprendizagem por meio da compreensão da temática trabalhada
Estruturação	Introdução e conceitos Métodos de resolução de um sistema de equações Localização no plano cartesiano representação gráfica Tipos de sistemas: SPD, SPI ou SI Representação gráfica no GeoGebra

Fonte: Autores, 2019.

Este produto educacional, na forma de sequência de atividades, está organizado em 13 encontros. No Quadro 2 apresenta-se uma síntese desses encontros, os quais foram desenvolvidos durante a aplicação do produto educacional.

Quadro 2 - Descrição resumida da Sequência de Atividades

Etapa	Encontro	Descrição	Instrumentos de coleta de dados
1	Pré-aula Em casa	- Vídeos, textos e <i>Power Point</i> de autoria da professora, disponíveis em: <i>Google sala de aula</i> ⁹ e <i>Portal Edebê</i> ¹⁰ . - Temática: Introdução e conceitos de equações polinomiais do 1º grau com duas incógnitas.	- <i>Google Sala de Aula</i> . - Formulário do <i>Google</i> .
1	1 (96 min) (Sala de Aula)	- Desafio lançado para o último encontro. - Roda de conversa dialogada para aprofundamento teórico. - Em grupos, realização das atividades disponíveis do livro didático com desenvolvimento e troca de ideias.	- Diário de Bordo. - Respostas do livro didático.
1	2 (96 min) (Sala de Aula)	- Cada grupo deve formular 6 situações problemas diferentes, sob orientação do professor, e cada grupo receberá 6 situações problema, onde precisam fazer a interpretação e passar os dados para a linguagem matemática, ou seja, sintetizar a linguagem escrita com símbolos.	- Diário de Bordo. - Enunciados produzidos pelos alunos. - Respostas das situações problemas.

⁹ Disponível em: <<https://classroom.google.com/u/0/h>>. Acesso em: 18 out. 2019.

¹⁰ Disponível em: <<https://portal.edebe.com.br/>>. Acesso em: 18 out. 2019.

1	3 (48 min) (Pós-aula) (Sala de aula)	- Aplicação de Jogo de perguntas e respostas, por meio do <i>Kahoot</i> . - Análise coletiva dos resultados do Jogo de perguntas e respostas e análise do fechamento da etapa 1. - Construção do <i>Portfólio</i> parte I.	- Relatório do <i>Kahoot</i> . - Diário de Bordo. - <i>Portfólio</i> parte I.
2	Pré-aula Em casa	- Vídeos: disponíveis <i>online</i> do “ <i>YouTube</i> ” e atividades “ <i>Khan Academy</i> ”. - Temática: Métodos de resolução de um sistema de equações: método da adição e método da substituição.	- <i>Google</i> Sala de Aula. - Formulário do <i>Google</i> .
2	4 (96 min) (Sala de Aula)	- Nesse primeiro encontro, o aluno já deve ser capaz de diferenciar os dois métodos de resolução. Em grupo, resolver sistemas de equações disponíveis do livro didático, pelos métodos da adição e substituição.	- Diário de Bordo. - Respostas do livro didático.
2	5 (96 min) (Sala de Aula)	- Em grupo, interpretação e representação algébrica de situações problema com posterior resolução dos sistemas pelo método da adição e substituição com orientação do professor.	- Diário de Bordo. - Métodos de resolução.
2	6 (48 min) (Sala de aula)	- Interpretação e resolução de situações problema inserindo os sistemas de equações.	- Diário de Bordo. - Métodos de resolução.
2	7 (96 min) (Pós-Aula) (Sala de Aula)	- <i>QUIZ</i> (presencial). - Participantes: seis equipes com quatro integrantes cada uma. - Construção do <i>Portfólio</i> Parte II.	- Diário de bordo. - <i>Portfólio</i> Parte II.
3	Pré-aula Em casa	- Vídeo Recordar o Plano Cartesiano disponíveis no <i>YouTube</i> ou <i>Khan Academy</i> . - Temática: Localização dos pontos no plano cartesiano, por meio dos pares ordenados, que é solução da equação com duas incógnitas e sua representação gráfica. - Elaboração de um texto em forma de estudo.	- <i>Google</i> Sala de Aula. - Texto em forma de estudo.
3	8 (96 min) (Sala de Aula)	- Trabalhar com a Troca de Ideias, elaboração de tabelas com os possíveis valores de x e y e sua representação no plano cartesiano.	- Diário de Bordo.
3	9 (48 min) (Sala de Aula)	- Representação gráfica de sistemas de equações no plano cartesiano, sem usar a tabela de cálculos, apenas com o coeficiente numérico. - Construção do <i>Portfólio</i> Parte III.	- Diário de Bordo. - <i>Portfólio</i> Parte III.
4	Pré-aula Em casa	- Vídeo e Vídeo tutorial como usar o GeoGebra. - Temática: conceituar os tipos de sistemas em SPD, SPI ou SI, e representação gráfica no GeoGebra.	- <i>Google</i> Sala de Aula. - Formulário do <i>Google</i> .
4	10 (15 min) (Sala de Aula)	- Discussão e troca de ideias sobre a temática apresentada nos vídeos e o uso do <i>Software</i> GeoGebra.	- Diário de Bordo.
4	11 (96 min) (Sala de Aula)	- Em grupo, trabalhar os sistemas de equações no software GeoGebra e no Word, fazer uma análise gráfica classificando em SPD, SPI e SI.	- Diário de Bordo. - Produção dos Gráficos no GeoGebra.
4	12 (48 min) (Sala de aula)	- Caderno interativo avaliativo, disponível no livro digital do próprio aluno. - Análise e discussão sobre o relatório do caderno interativo. - Construção do <i>Portfólio</i> parte IV.	- Diário de Bordo. - Relatório do Caderno Interativo. - <i>Portfólio</i> Parte IV.
4	(Pós-aula) (Em casa)	Avaliação dos encontros no Formulário do <i>Google</i> .	- Formulário do <i>Google</i> .
5	13 (96 min) (sala de aula)	- Seminário de apresentação dos alunos sobre a temática. (A escolha de cada grupo: vídeo, podcast, <i>slides</i> , etc.).	- Diário de Bordo. - Apresentação dos alunos. - <i>Portfólio</i> concluído.

3 ESTRUTURAÇÃO DOS ENCONTROS

A sequência de atividades que compõem esse produto educacional está estruturada de três maneiras diferentes: pré-aula, durante a aula e o pós-aula. Na pré-aula, os alunos realizam os estudos em casa, antes da aula presencial; já a aula presencial (durante a aula) ocorre em 13 encontros, sendo nove encontros de 96 minutos e quatro encontros de 48 minutos; os encontros de 48 minutos são considerados como pós-aula, devido à realização de atividades diversificadas, como testes de conhecimento para a conclusão da temática trabalhada naquela semana.

3.1 Primeira semana: etapa 1

Tema: Introdução e conceitos de equações polinomiais do 1º grau com duas incógnitas.

Objetivos: Oportunizar condições para que o aluno reconheça uma equação do 1º grau com duas incógnitas no contexto inserido.

Tempo estimado para a etapa 1: No pré-aula e pós-aula, em casa, os alunos estudam ao seu próprio ritmo; durante a aula: 2 encontros de 96' e 1 encontro de 48'.

Segundo Bergmann e Sams (2018), o conceito de sala de aula invertida se refere ao fato de que, aquilo que tradicionalmente é realizado em sala de aula, agora é executado em casa, e o que tradicionalmente era feito como trabalho de casa, agora é realizado em sala de aula. A ideia central é que o aluno assista previamente às principais explicações gravadas pelo professor ou estude o material e os vídeos indicados. O encontro presencial passa a ser a oportunidade para esclarecer dúvidas, realizar atividades, trocar conhecimentos e fixar a aprendizagem.

3.1.1 Pré-aula: Introdução e conceitos de equações polinomiais do 1º grau com duas incógnitas

Antes de dar início ao encontro presencial (DURANTE A AULA), uma semana antes, a professora pesquisadora disponibilizará aos alunos para estudo em casa, o material da temática a ser trabalhada na semana seguinte. Esse material estará disponível aos alunos no *Google Sala de Aula*, em forma de *slides*, com os conceitos de equações polinomiais do 1º grau.

Para trabalhar os conceitos de equações serão utilizados os *slides* apresentados na Figura 2.

Figura 2 - *Slides* conceitos de equações

EQUAÇÕES DO 1º GRAU COM DUAS INCÓGNITAS

Equações Polinomiais do 1º grau é toda sentença matemática representada por uma igualdade que separa a equação em dois membros, onde cada um dos membros das expressões podem apresentar operações com número e letras

As **equações** possuem sinais operatórios como adição, subtração, multiplicação, divisão, radiciação e **igualdade**. o sinal de igualdade divide a equação em dois membros, os quais são compostos de elementos de dois tipos:

Elemento de valor constante: representado por valores numéricos

Elemento de valor variável: representado pela união de números e letras.

$2X + 4Y = 20$

1º MEMBRO 2º MEMBRO

IGUALDADE

Equações do 1º grau com uma incógnita

As equações do 1º grau que apresentam somente uma incógnita respeitam a seguinte forma geral: $ax + b = 0$, com $a \neq 0$ e variável x .

Equações do 1º grau com duas incógnitas

Apresentam forma geral diferente, pois estão na dependência de duas variáveis, x e y . Observe a forma geral desse tipo de equação: $ax + by = 0$, com $a \neq 0$, $b \neq 0$ e variáveis formando o par ordenado (x, y) .

SOLUÇÃO DE UMA EQUAÇÃO DO 1º GRAU COM DUAS INCÓGNITAS

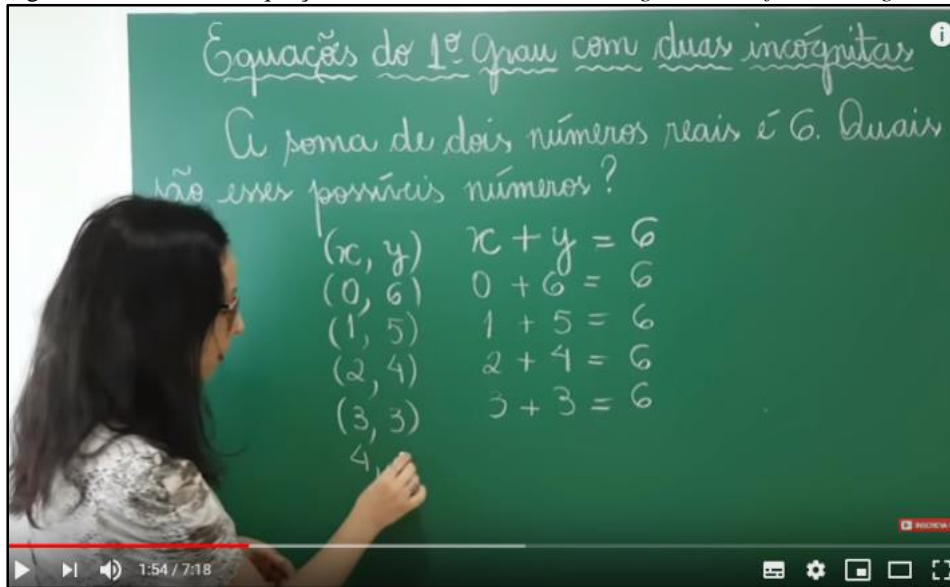
A solução de uma equação do 1º grau com duas incógnitas são representadas por pares ordenados na forma (x, y) , em que o primeiro valor do par corresponde ao valor de x e o segundo valor do par indica o valor de y .

Fonte: Autores, 2019.

Além dos *slides*, também serão disponibilizados videoaulas com explicações dos possíveis valores para x e y na equação polinomial do 1º grau. Na Figura 3 apresenta-se a imagem, com a captura de tela, de uma cena do vídeo “*Equações do 1º Grau com Duas Incógnitas - Professora Angela*”¹¹.

¹¹ **Ângela Pereira Correia, professora de Matemática e Pedagoga.** Dedico esse canal a todos os meus alunos, ex-alunos, futuros alunos, alunos virtuais e todas as pessoas que por ventura precisarem dele. O objetivo do canal é tornar o meu conhecimento útil além da sala de aula e desmistificar essa grande incógnita que a matemática representa para algumas pessoas. Disponível em: <encurtador.com.br/hizLU>. Acesso em: 11 set. 2019.

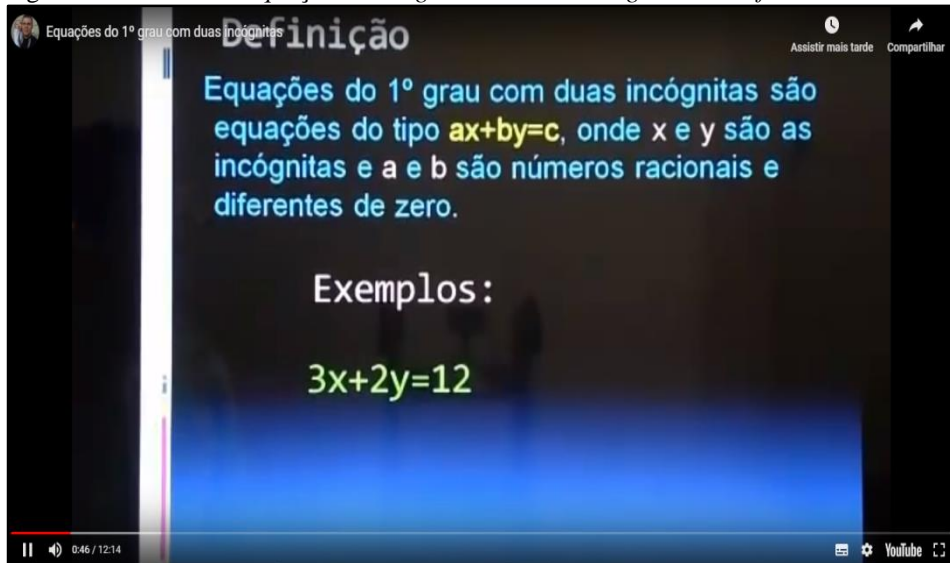
Figura 3 - Videoaula “Equações do 1º Grau com Duas Incógnitas - Professora Angela”



Fonte: YouTube.

Em complemento, também será sugerido o estudo da videoaula “Equações do 1º grau com duas incógnitas”¹², do professor Paulo, que apresenta conceitos e introdução das equações polinomiais do 1º grau com duas incógnitas. Na Figura 4 apresenta-se a imagem, com a captura de tela de uma cena desta videoaula.

Figura 4 - Videoaula “Equações do 1º grau com duas incógnitas – Professor Paulo”



Fonte: YouTube.

Após o estudo dos *slides* e assistir aos vídeos, cada aluno deverá responder um questionário no *Formulário do Google*¹³, até o dia que antecede a aula presencial, para que

¹² Paulo Lima Carvalho. Disponível em: <encurtador.com.br/cghvM>. Acesso em: 22 out. 2019.

¹³ Disponível em: <https://forms.gle/pGXSeSnqCGfTkJB7>. Acesso em: 22 out. 2019.

durante a aula a professora já tenha uma análise prévia sobre os conhecimentos adquiridos pelos alunos durante o estudo na pré-aula. Na Figura 5 apresenta-se uma imagem com duas perguntas deste questionário. No Apêndice A encontra-se o questionário na íntegra.

Figura 5 - Questionário sobre equações polinomiais do 1º grau com duas incógnitas

Equações Polinomiais do 1º grau com duas incógnitas

*Obrigatório

Na matemática existem vários tipos de equações, no 7º ano estudamos as equações do 1º grau com uma incógnita e agora no 8º ano vamos estudar as equações : *

1 ponto

Do 1º grau com uma incógnita

Do 1º grau com duas incógnitas

Do 2º grau com uma incógnita

Do 2º grau com duas incógnitas

Equação é toda sentença matemática representada por um.....entre duas expressões envolvendo operações com números e letras. *

1 ponto

sinal de desigualdade

sinal de maior ou igual

sinal de igualdade

sinal de menor ou igual

Fonte: Autores, 2019.

Sendo essas as fontes disponíveis para estudo até o momento que antecede a semana de aplicação dos conteúdos sobre a introdução das equações com duas incógnitas, o aluno vivenciará a experiência e autonomia frente às suas responsabilidades enquanto aluno.

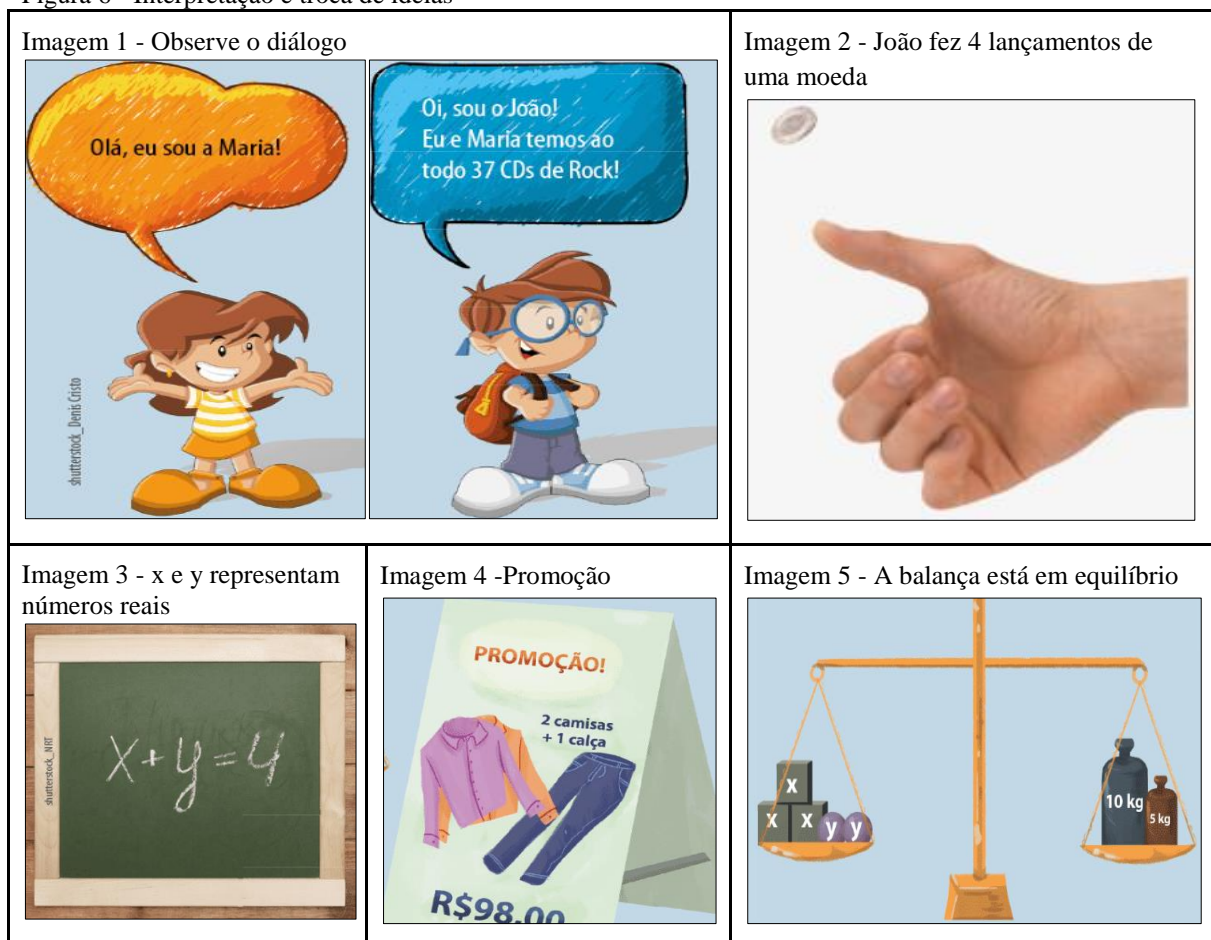
3.1.2 Durante a aula: Conceitos de equações polinomiais do 1º grau

Inicialmente, a professora pesquisadora explica como será a metodologia de trabalho por meio da sala de aula invertida e divide os alunos em grupos. Todos os grupos serão os mesmos desde o início até o final da aplicação do produto educacional.

Antes de dar início ao conteúdo, será lançado um desafio para todas as equipes, onde cada equipe deve planejar e organizar – durante o período de aplicação da sequência de atividades – uma apresentação da temática trabalhada neste estágio para apresentar no último encontro da sequência. A dinâmica de apresentação fica a escolha de cada grupo, podendo ser vídeo, *podcast*, *slides*, etc., com tempo mínimo de quatro minutos e no máximo sete minutos por grupo.

Após as orientações e organização dos grupos, será feita uma roda de conversa dialogada para aprofundamento teórico por meio de perguntas e respostas sobre o conteúdo estudado em casa, tirando as dúvidas que os alunos registraram e também por meio da análise dos conhecimentos pré-existentes, por meio das respostas do *formulário do Google*. Na sequência, todos os grupos vão receber uma cópia das atividades para analisar, interpretar e desenvolver as atividades disponíveis do livro didático de matemática do 8º ano do ensino fundamental da Editora Edebê. Essas atividades desenvolvidas em grupos serão utilizadas para construção de um *portfólio*. As atividades desenvolvidas neste encontro estão representadas na Figura 6 e no Quadro 3.

Figura 6 - Interpretação e troca de ideias



Fonte: Sanfelice e Saad, 2017, p. 131-132.

No Quadro 3 constam questões de interpretação das imagens da Figura 6. Após cada grupo de estudos realizar a análise e interpretação das imagens, deve passar para a linguagem algébrica, respondendo às questões.

Quadro 3 - Atividades de interpretação

Adote x e y como incógnitas para resolver as situações das imagens:	
1 - Com relação a imagem 1	
a) Escreva uma equação que traduz a situação problema.	
b) Você pode afirmar, com certeza, a quantidade de CDs que cada um possui? Justifique.	
c) Considerando que Maria possui 17 CDs, qual a quantidade de CDs que João possui?	
2 - De acordo com os dados da imagem 2	
a) Usando x para representar a quantidade de faces cara e y coroa, escreva a equação que representa a situação:	
b) Escreva todos os possíveis pares de valores que satisfazem a equação.	
c) Os pares de solução 1 e 3; 3 e 1 podem ser escritos na forma (x, y) e é denominado de par ordenado. Dessa forma ficarão escritos como (1, 3) e (3, 1). Esses pares são iguais? Justifique.	
3 - Considere a imagem 3 para responder às questões a seguir.	
a) Escreva a equação que traduz a sentença.	
b) Os pares (-1, 5); (10, -6) e (2,5; 1,5) são soluções da equação? Justifique.	
c) Quantos pares a equação possui como soluções?	
4- Considerando as imagens 4 e 5, faça o que se pede.	
a) Escreva a equação que traduz cada situação.	
b) Considerando os números naturais, escreva um par ordenado como possível solução para a situação 4 e 5.	

Fonte: Sanfelice e Saad, 2017, p. 132-133.

Para finalizar o encontro, cada grupo será instigado a realizar os exercícios extraídos do livro de matemática do 8º ano da editora Edebê, conforme a Figura 7, onde será feita a impressão de uma cópia para cada grupo discutir e resolver juntos, para posterior organização de um *Portfólio* contendo todas as atividades desenvolvidas durante a semana.

Figura 7 - Atividades

<p>1. Determine quatro pares ordenados que representam soluções da equação.</p> <p>a) $x - y = 12$</p> <p>b) $4a + b = 6$</p> <p>c) $m + 2n = 13$</p> <p>2. Verifique se o par ordenado $(-1, -4)$ é solução das equações dadas.</p> <p>a) $4m + n = -8$</p> <p>b) $3x - 2y = 5$</p> <p>c) $5a - 3b = -17$</p> <p>3. Usando x e y como incógnitas, escreva uma equação para cada situação.</p> <p>a) A soma entre o triplo da idade de Ana com o dobro da idade de Rui é igual a 52 anos.</p> <p>b) O preço de cinco canetas e três lápis é igual a R\$ 14,50.</p>	<p>c) A diferença entre o número de DVDs de Paulo e Fernando é igual a 18.</p> <p>d) O triplo de um número é igual à metade de outro número adicionado a doze.</p> <p>e) Lívia pagou R\$ 245,00 por três vestidos e duas calças.</p> <p>4. O par ordenado (1, 4) é solução das equações $5x - y = 1$ e $2x - 3y = -10$ simultaneamente? Justifique apresentando os cálculos.</p> <p>5. Sabe-se que o valor de y na equação $x - 5y = -6$ corresponde a - 2. Obtenha o par ordenado na forma (x, -2) que satisfaz à equação.</p> <p>6. Determine o valor de m sabendo que o par ordenado (m, -3) é solução da equação $\frac{x}{3} - 4y = 5$.</p>
--	---

Fonte: Sanfelice e Saad, 2017, p. 132-133.

3.1.3 Durante a aula: Elaboração e resolução de situações-problemas

No segundo encontro da primeira semana após os conhecimentos básicos, cada grupo ficará responsável em formular seis situações problemas, sob a orientação do professor. As situações-problemas serão elaboradas em *post-its*¹⁴, e serão recolhidas e sorteadas, onde cada grupo receberá seis *post-its*, contendo uma situação-problema em cada um, para fazer a interpretação e colar em folha de bloco, passar os dados para linguagem matemática, ou seja, sintetizar a linguagem escrita com a simbologia matemática, resolvendo-os.

3.1.4 Durante a aula: Kahoot

Para finalizar as atividades da primeira semana, será aplicado o Jogo de perguntas e respostas, por meio do *Kahoot*¹⁵, que é uma plataforma de ensino gratuita que funciona como um *gameshow*, onde os professores criam questionários de múltipla escolha. Existe a possibilidade de inserir fotos, vídeos ou planilhas para ilustrar melhor as questões. Depois de cada pergunta, o professor pode analisar imediatamente quantos alunos acertaram a questão e quantos erraram. Com isso, ele recebe um *feedback* valioso quanto à compreensão da turma. Se todos entenderam, o *quiz* segue. Caso contrário, o professor pode decidir por explicar melhor a questão naquele momento, ou esclarecê-la ao final da aula. O *Kahoot* gera uma planilha *Excel* ao final da atividade, possibilitando a opção de analisar cada questão individualmente.

A Figura 8 apresenta a captura de tela inicial do *Kahoot* e outra tela de como fica após o tempo de rodada de cada questão, sendo neste caso a primeira questão do jogo. No Apêndice B encontra-se o questionário completo do *Kahoot* “Equações polinomiais do 1º grau”.

¹⁴ Bloco de notas composto por pequenas folhas de papel adesivo.

¹⁵ Disponível em: <<https://kahoot.com/>>. Acesso em: 15 ago. 2019.

Figura 8 - Imagens do Kahoot



Fonte: Kahoot.

Cada aluno jogará individualmente, para posterior análise coletiva dos resultados e avaliação sobre o relatório de respostas. No último encontro da semana cada equipe será responsável pela confecção de um *portfólio* para anexar as atividades desenvolvidas durante a aplicação do produto educacional daquela etapa.

3.2 Segunda e terceira semana: etapa 2

Tema: Métodos de resolução de um sistema de equações: método da adição e método da substituição.

Objetivos: Resolver situações-problemas integrando os sistemas de equações que possibilitem a utilização de diferentes estratégias de desenvolvimento, como os métodos da adição e da substituição, reconhecendo que a solução de um sistema é dada por um par ordenado na forma (x, y) .

Tempo estimado para a aula: Pré-aula, em casa os alunos estudam ao seu próprio ritmo; durante a aula: 3 encontros de 96' e 1 encontro de 48'.

3.2.1 Pré-aula: Métodos de resolução de um sistema de equações: método da adição e método da substituição

Para dar continuidade na aplicação da segunda etapa da sequência de atividades, a professora pesquisadora disponibilizará alguns dias antes das aulas presenciais vídeos e atividades no *Google sala de aula* e no *Portal Edebê*, para que os alunos tenham acesso a coletânea referente ao conteúdo que será trabalhado na semana seguinte. Os vídeos

disponíveis são da *Khan Academy*¹⁶, juntamente com atividades¹⁷ *online* e vídeos do *YouTube*, todos selecionados com a temática da segunda etapa, que é Introdução dos sistemas de equações¹⁸, e os métodos de resolução, sendo este o Método da adição¹⁹ e o Método da substituição²⁰. De acordo com a captura de tela da *Khan Academy*, conforme pode ser visualizado na Figura 9, os alunos terão que assistir aos quatro vídeos da *Khan Academy* e resolver as duas atividades de prática, lembrando que as atividades de introdução aos sistemas de equações estão dentro da temática da BNCC (**EF08MA07**).

Figura 9 - Vídeo e atividades com soluções de equações com duas variáveis

Fonte: *Khan Academy*.

Depois de assistir aos vídeos e resolver as atividades, a professora terá acesso ao número de alunos que assistiram aos vídeos e resolveram as atividades por meio do *Google Sala de aula*.

Na sequência, a Figura 10 representa a captura de tela de uma videoaula do Professor Guto, que está disponível na página 135 do livro de matemática do 8º ano da editora Edebê, que vem como um complemento para o estudo. Caso o aluno sintá-se

¹⁶ Disponível em: <<https://pt.khanacademy.org/>>. Acesso em: 16 jul. 2019.

¹⁷ Disponível em: <<https://bit.ly/2JZRi2d>>. Acesso em 16 jul. 2019.

¹⁸ Guto Azevedo. Disponível em: <encurtador.com.br/pyY24>. Acesso em: 17 jul. 2019.

¹⁹ Ângela Pereira Correa. Disponível em: <encurtador.com.br/cqEOQ>. Acesso em: 05 jun. 2019.

²⁰ Ângela Pereira Correa. Disponível em: <encurtador.com.br/ekDJ7>. Acesso em: 05 jun. 2019.

inseguro ou com muitas dúvidas referentes ao conteúdo, ao assistir pode pausar e resolver as atividades, sendo que o mesmo tem autonomia para ir além das sugestões disponibilizadas pelo professor.

Figura 10 - Videoaula “Introdução Sistemas de equações do 1º grau” - Aula do Guto

Vamos verificar se o par ordenado $(-1, 4)$, isto é, $x = -1$ e $y = 4$ torna verdadeira cada uma das equações do sistema.

$$\begin{cases} x - y = -5 \\ 2x + 3y = 10 \end{cases}$$

$x - y = -5$ $2x + 3y = 10$
 $(-1) - (+4) = -5$ $2(-1) + 3(+4) = 10$
 $-1 - 4 = -5$ $-2 + 12 = 10$
 $-5 = -5$ ✓ $10 = 10$ ✓

O par ordenado $(-1, 4)$ é solução do sistema de equações.

www.auladoguto.com.br

Fonte: Aula do Guto.

Em seguida, os alunos terão que conhecer, por meio dos vídeos, os métodos de resolução de sistemas de equações com duas incógnitas.

As Figuras 11 e 12 mostram a captura de tela dos vídeos da professora Angela, com uma breve explicação sobre os métodos de resolução, que é o método da adição e da substituição, trazendo vários exemplos com resolução.

Figura 11 - Videoaula Método da Adição

Sistemas de duas equações do 1º grau com duas incógnitas

Resolução → método da adição

$$\begin{cases} 2x - 5y = 11 \cdot 3 \cdot 6 \\ 3x + 6y = 3 \cdot (-2) \cdot 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x - 15y = 33 \\ -6x - 12y = -6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 12x - 30y = 66 \\ 15x + 30y = 15 \end{cases}$$

Fonte: YouTube.

Figura 12 - Videoaula Método da Substituição

Sistemas de duas equações do 1º grau com duas incógnitas

Resolução → método da substituição $ax + by = C$

$$\begin{cases} 3(x-1) + 4(y-3) = 4 \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{6} = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 4y = 19 \rightarrow (1) \\ 2x + y = 6 \rightarrow (2) \end{cases}$$

$$2x + y = 6$$

$$y = 6 - 2x$$

$$3x + 4 \cdot (6 - 2x) = 19$$

Fonte: YouTube.

Uma orientação é que os alunos assistam aos vídeos quantas vezes for necessário, pausem, analisem cada detalhe e anotem as dúvidas para debater em sala os porquês daquela forma de resolver.

Depois de assistir aos vídeos e resolver as atividades práticas da *Khan Academy*, os alunos terão que responder cinco questões no Formulário *Google*, cujo *link*²¹ estará disponível no *Google* sala de aula e no Portal Edebê, para que todos tenham acesso e a professora acompanhe as possíveis respostas. A Figura 13 mostra a captura de tela do formulário do *Google* com duas questões, e consta no Apêndice C o formulário completo para o conhecimento e possível utilização por pesquisadores e professores da área da matemática.

Figura 13 - Questionário sobre sistemas de equações polinomiais do 1º grau com duas incógnitas e métodos de resolução

Sistema de equações polinomiais do 1º grau

*Obrigatório

Descreva com suas palavras a diferença entre equações do 1º grau com duas incógnitas e um sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas. *

Sua resposta

Descreva como é a solução de uma equação do 1º grau com duas incógnitas e de um sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas. *

Sua resposta

Fonte: Autores, 2019.

Conclui-se a etapa pré-aula da segunda semana no dia que antecede o início das aulas presenciais, para dar início à aplicação das atividades e os alunos apresentarem bom desempenho na realização das atividades em grupo.

3.2.2 Durante a aula: Sistemas de Equações: método da adição e da substituição

Para o primeiro encontro da segunda etapa, o aluno já deve ter assistido aos vídeos da pré-aula, realizado as atividades práticas e também respondido o questionário, sendo,

²¹ Disponível em: <<https://forms.gle/n2qbZP18oFwY2Qit9>>. Acesso em: 15 jun. 2019.

portanto, capaz de identificar e de diferenciar os dois métodos de resolução e o conjunto solução.

Os primeiros dez minutos da aula serão para rever com os alunos as respostas do *Formulário do Google*, onde serão instigados a pensar e defender as ideias colocadas como respostas.

As atividades oferecidas aos alunos neste encontro são para serem desenvolvidas em grupos, e cada grupo receberá uma cópia de atividades do livro de matemática do 8º ano do ensino fundamental da editora Edebê. Como mostra a Figura 14, captura de tela das atividades disponíveis nas páginas 136, 140 e 141 do livro digital.

Figura 14 - Atividades Livro Digital de Matemática 8º ano – Editora Edebê

<p>1. Dadas as equações: $x - 3y = -2$ e $x + y = -6$ e os pares ordenados: $(-2, 0)$; $(0, -6)$; $(1, 1)$; $(-3, -3)$; $(-7, 1)$; $(-5, -1)$ e $(4, 2)$, responda:</p> <p>a) Quais pares ordenados são soluções da equação $x - 3y = -2$?</p> <p>b) Quais pares ordenados são soluções da equação $x + y = -6$?</p> <p>c) Qual par ordenado é solução do sistema de equações:</p> $\begin{cases} x - 3y = -2 \\ x + y = -6 \end{cases} \text{ ? Justifique.}$ <p>2. Dados os pares ordenados $(-4, 4)$; $(-6, 3)$; $(-3, 2)$ e $(-2, 0)$, qual é solução do sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas dado por</p> $\begin{cases} 2p + q = -4 \\ p + 3q = 3 \end{cases} \text{ ?}$	<p>7. Escreva as equações do sistema na forma $ax + by = c$ e depois resolva pelo método que melhor lhe convier.</p> <p>a) $\begin{cases} \frac{x}{2} + 3y = x + 10 \\ 3 \cdot (x - 1) + 2y = x - y + 2 \end{cases}$</p> <p>b) $\begin{cases} 2 \cdot (x - 3) = 3 \cdot (y - 1) \\ x - 2y = y + 4 \end{cases}$</p> <p>8. As tirinhas a seguir representam a resolução de um sistema de equações. A resolução está fora de ordem. Identifique qual o método utilizado e copie as tirinhas na ordem correta de resolução.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin: 5px auto;"> $x - 4 - 6x = 6$ </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin: 5px auto;"> $-5x = 10$ </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin: 5px auto;"> $y = -2 - 3 \cdot (-2)$ </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin: 5px auto;"> $x = -2$ </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin: 5px auto;"> $3x + y = -2$ </div>
---	--

<p>2. Determine o par ordenado solução dos sistemas de equações usando o método da substituição.</p> <p>a) $\begin{cases} x = 2y \\ 3x + y = -14 \end{cases}$</p> <p>b) $\begin{cases} x + 3y = 15 \\ -2x + 3y = 6 \end{cases}$</p> <p>c) $\begin{cases} 5x - y = -8 \\ x + 3y = 8 \end{cases}$</p> <p>4. Determine o par ordenado solução dos sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas, usando o método da adição.</p> <p>a) $\begin{cases} 7x + y = 2 \\ -4x - y = 1 \end{cases}$</p> <p>b) $\begin{cases} 3x - y = -12 \\ -x + y = 8 \end{cases}$</p> <p>c) $\begin{cases} 2a + b = 8 \\ a + b = 3 \end{cases}$</p> <p>d) $\begin{cases} x - 2y = 6 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$</p>	$y = -2 + 6$ $x + 2y = 6$ $y = -2 - 3x$ $x + 2 \cdot (-2 - 3x) = 6$ $y = 4$ $\begin{cases} x + 2y = 6 \\ 3x + y = -2 \end{cases}$ $(-2, 4)$ $y = -2 - 3x$
---	---

Fonte: Sanfelice e Saad, 2017.

As atividades supramencionadas serão realizadas em folha de bloco com desenvolvimento para posterior organização do *portfólio*.

3.2.3 Durante a aula: Resolução de situações-problemas: método da adição e da substituição

Durante o segundo encontro da segunda etapa, os grupos serão desafiados a interpretar situações-problemas e representar algebricamente. A resolução ocorre por meio dos métodos da adição ou substituição, sendo que os grupos terão a autonomia para utilizar o método que mais se adequaram. No decorrer do encontro a professora pesquisadora tem a função de mediadora, orientando os grupos no processo de ensino e aprendizagem. Os Quadros 4 e 5 trazem algumas atividades do livro digital de matemática do 8º ano da editora Edebê para ser realizada em grupos. Cabe salientar que cada grupo receberá uma cópia para troca de ideias, formulação e resolução dos sistemas de equações.

Quadro 4 - Troca de ideias

- 1- Sofia e Lia possuem juntas 55 DVDs. A diferença entre o número de DVDs de Sofia e Lia corresponde a 9.
- a) Obtenha o sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas que represente o problema.
 - b) Adicione as duas equações membro a membro, reduzindo os termos semelhantes.
 - c) Resolva a equação obtida no item b.
 - d) Substitua o valor encontrado para x na equação $x + y = 55$ e obtenha o valor de y.
 - e) Qual o número de DVDs de Sofia? E de Lia?

Fonte: Sanfelice e Saad, 2017.

Quadro 5 - Troca de ideias

- 2- Ana sacou R\$ 120,00 no caixa eletrônico. Ao retirar as notas, percebeu que só havia cédulas de R\$ 5,00 e R\$ 10,00, num total de 18 cédulas. Qual a quantidade de cédulas de 5 reais e de 10 reais que Ana retirou?
- a) Escreva o sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas que represente o problema.
 - b) Adicione as duas equações membro a membro e responda: foi possível obter uma equação do 1º grau com apenas uma incógnita.
 - c) Aplicando uma das propriedades da igualdade, multiplique a equação $x + y = 18$ por -5.
 - d) Monte o sistema de equação com a equação $5x + 10y = 120$ e a equação transformada $-5x - 5y = -90$ adicionado-os membro a membro.
 - e) Resolva a equação do 1º grau obtida determinando o valor da incógnita.
 - f) Substituindo o valor da incógnita obtida na equação $x + y = 18$, determine o valor da outra incógnita.
 - g) Escreva o par ordenado contendo os valores de x e y obtidos e de o significado.

Fonte: Sanfelice e Saad, 2017.

3.2.4 Durante a aula: Resolução de situações-problemas: método da adição e da substituição

No terceiro encontro da aula presencial serão distribuídas para as equipes algumas situações-problemas, em que os grupos devem realizar a leitura, interpretação e representar algebricamente cada situação para resolução pelo método que preferir, adição ou subtração. O desenvolvimento deve ser realizado em folha de bloco e anexado no *portfólio* para avaliação dos resultados. As Figuras 15 e 16 apresentam o modelo das atividades entregue aos grupos.

Figura 15 - Interpretação e resolução de situações-problema

1. Veja o cartaz a seguir sobre os preços de uma peça teatral.



Sabendo que na sessão de domingo foram vendidas 200 entradas com uma arrecadação de R\$ 5.120,00, determine quantas entradas de cada tipo foram vendidas.

5. Os preços praticados por um estacionamento para hora cheia são: R\$ 12,00 para carros e R\$ 6,00 para motos. Ao final do expediente, foi constatado que o valor arrecadado no dia foi de R\$ 1.848,00 para um total de 203 veículos.



- a) Escreva o sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas que represente essa situação.
- b) Qual o número de carros que usaram o estacionamento nesse dia?
- c) Qual o número de motos que usaram o estacionamento nesse dia?

6. Joana aproveitou uma grande liquidação numa loja de confecções. Pagou R\$ 298,00 em três camisas e duas calças. O preço de uma calça corresponde a 32 reais a mais que uma camisa.



De acordo com as informações, responda:

- a) Qual o sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas que represente a situação problema?
- b) Qual o preço de uma camisa nessa liquidação?
- c) Qual o preço de uma calça?
9. Num concurso militar para admissão de cadetes, as avaliações continham 60 questões. A cada questão certa o candidato ganhava 10 pontos e a cada questão errada perdia 4 pontos. Théo realizou a prova obtendo um total de 250 pontos.



- a) Quantas questões Théo acertou?
- b) Para que o candidato seja aprovado, ele deve atingir 70% de acertos. Théo obteve êxito?

Figura 16 - Interpretação e resolução de situações-problema

11. Considere o retângulo e o triângulo equilátero dados. O perímetro do retângulo é igual ao perímetro do triângulo e a soma entre o comprimento e a largura do retângulo é igual a 18 cm. Nessas condições, determine:



- Qual a medida do comprimento do retângulo?
 - Qual a medida da largura do retângulo?
 - Qual a medida da área do retângulo?
 - Qual a medida do perímetro do triângulo?
12. As balanças a seguir estão em equilíbrio. As caixas têm massas iguais entre si e as esferas têm massas iguais entre si.

Situação 1



- Escreva o sistema de equações que represente a situação 1 das balanças.
- Determine a massa de uma caixa e de uma esfera.

Situação 2



- Escreva o sistema de equações que represente a situação 2 das balanças.
- Determine a massa de uma caixa e de uma esfera.

Após a conclusão das atividades, os grupos devem anexá-las juntamente com o desenvolvimento no *portfólio*.

3.2.5 Durante a aula- Quiz

No último encontro da segunda etapa será realizado um *Quiz* presencial com dez questões, as quais serão apresentadas em forma de *slides*. A turma está dividida em seis equipes, que são as mesmas desde o início da sequência de atividades, e quando dada a largada com a primeira questão todas as equipes terão no máximo quatro minutos para resolver e apresentar a resposta correta. As equipes que responderem corretamente dentro do tempo previsto pontuam, já as equipes que não responderem ou darem a resposta errada não pontuam. Ganha o jogo a equipe que somar mais pontos. No Apêndice D consta uma cópia dos *slides* com as questões do *quiz* com as alternativas ou os resultados.

3.3 Terceira semana: etapa 3

Tema: Localização dos pontos no plano cartesiano, por meio dos pares ordenados, que é solução da equação com duas incógnitas e sua representação gráfica.

Objetivos: Representar graficamente a solução de um sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas no plano cartesiano.

Tempo estimado para a aula: Pré-aula, em casa os alunos estudam ao seu próprio ritmo; durante a aula: 1 encontro de 96' e 1 encontro de 48'.

3.3.1 Pré-aula: Localização dos pontos no plano cartesiano, por meio dos pares ordenados, que é solução da equação com duas incógnitas e sua representação gráfica.

Na terceira etapa da sequência de atividades será trabalhado com a representação gráfica dos sistemas de equações polinomiais do 1º grau com duas incógnitas. Inicialmente será disponibilizada para os alunos uma série de vídeos e atividades no *Google sala de aula* e no *Portal Edebê*, para que os mesmos tenham acesso e a prática de estudo, antes da aula presencial. A Figura 17 mostra uma captura de tela de vídeo da *Khan Academy* sobre localização do par ordenado no plano cartesiano²².

²² Disponível em: <<https://bit.ly/3b6FhUC>>. Acesso em: 01 ago. 2019.

Figura 17 - Videoaula Localização do par ordenado no plano cartesiano

Considera os seguintes pares de coordenadas:

$(-5, 0)$ $(-4, 5)$ $(-8, 5)$ $(2, 8)$ $(6, 9)$

Qual destes pares não está representado abaixo?

Resposta

$(-3, 0)$

$(-4, 5)$

$(-8, 5)$

$(2, 8)$

$(6, 9)$

Verificar resposta

Mostre-me como

Quero uma dica

Precisa de ajuda? Assista a um vídeo.

Pontos no plano cartesiano

Fonte: Khan Academy.

Ainda em complemento ao vídeo, segue atividade *online* para que os alunos realizem a mesma antes da aula presencial, atividade²³ para treino e fixação, como mostra a captura de tela da *Khan Academy* da Figura 18.

Figura 18 - Atividade *Online Khan Academy* – Pontos no plano cartesiano

Matemática > Geometria básica > Plano cartesiano > Plano cartesiano: 4 quadrantes

Pontos no plano cartesiano

Pontos no plano cartesiano

Google Sala de aula Facebook Twitter E-mail

Qual par ordenado **não** está representado graficamente a seguir?

Escolha 1 resposta:

$(-3, -8)$

$(3, -8)$

$(-3, 8)$

$(8, 3)$

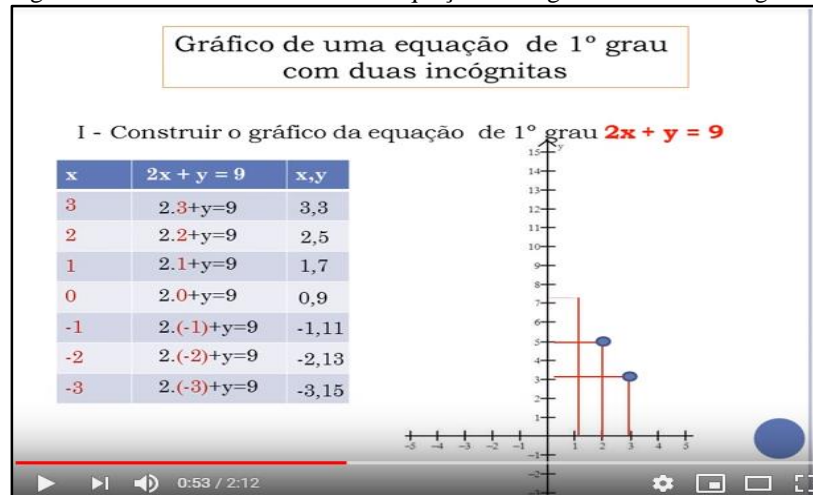
Próxima lição

Fonte: Khan Academy.

²³ Disponível em: <<https://bit.ly/3ehpPqH>>. Acesso em: 01 ago. 2019.

Após reavivar a localização dos pares ordenados no plano cartesiano, os alunos terão acesso a vídeos de resolução e solução gráfica²⁴. A Figura 19 apresenta a captura de tela de um vídeo, que constrói um gráfico de equações do 1º grau com duas incógnitas.

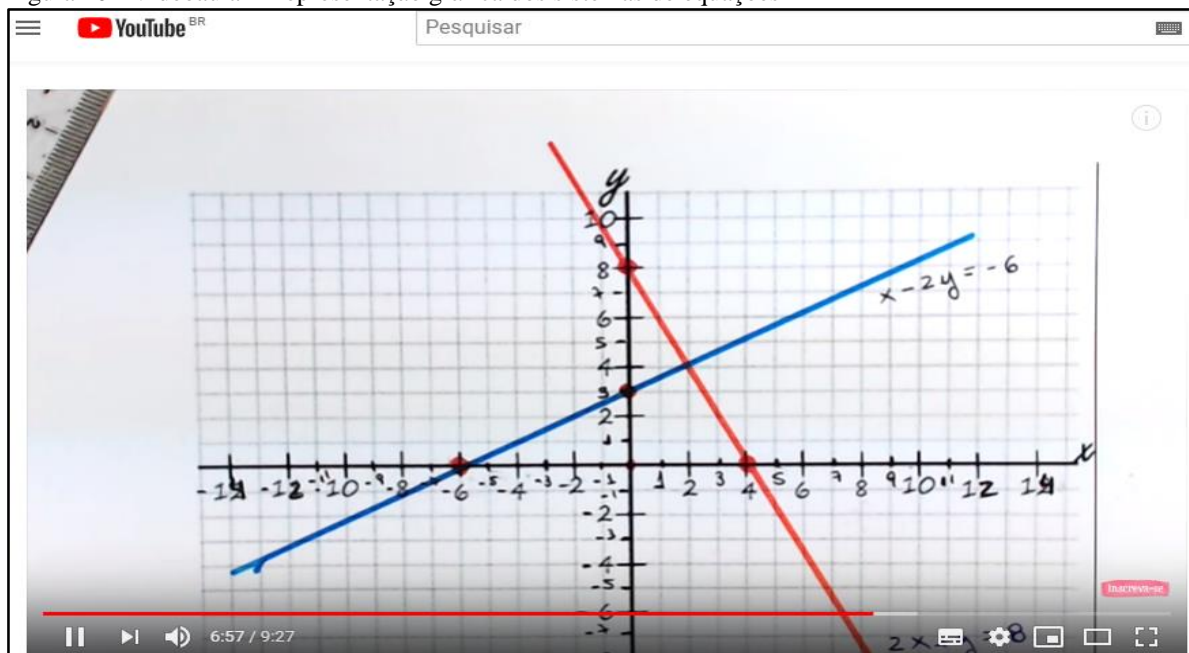
Figura 19 - Vídeo - Gráfico de uma equação de 1º grau com duas incógnitas



Fonte: *YouTube*.

Já a Figura 20 representa a captura de tela da videoaula do professor David Fagundes, explicando o processo de resolução dos sistemas de equações e ensinando a organizar tabelas²⁵ com as possíveis soluções e representação gráfica no plano cartesiano.

Figura 20 - Videoaula – Representação gráfica dos sistemas de equações



Fonte: *YouTube*.

²⁴ Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=IZbetSOdIz8>>. Acesso em: 07 ago. 2019.

²⁵ Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=rHpYY7_n5Uk>. Acesso em: 03 set. 2019.

Em complemento aos vídeos anteriores, e para melhor compreensão do conteúdo, os alunos podem assistir a videoaula²⁶ do professor Sandro do canal do youtube “Os Matemáticos”, como mostra a captura de tela da Figura 21, que relaciona um sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas com o plano cartesiano, mostrando que existem apenas três maneiras de apresentar o conjunto solução e a resolução dos sistemas de equações no plano cartesiano.

Figura 21 - Resolução de Sistemas de Equações do Primeiro Grau com duas incógnitas

The screenshot shows a YouTube video player with a search bar at the top. The main content is a chalkboard with the following text and diagrams:

Sistema de equações do 1º grau com 2 incógnitas
no plano cartesiano

Exemplo:
 $x + y = 6$

X	Y	PAR ORDENADO
-4		(;)
-2		(;)
0		(;)
2		(;)
4		(;)

To the right of the table is a Cartesian coordinate system with x and y axes. The x-axis has tick marks at 0, 2, and 4. The y-axis has tick marks at 0, 2, 4, 6, 8, and 10. A small 3D cube is visible in the bottom right corner of the video frame.

Fonte: YouTube.

Para finalizar o estudo da pré-aula, espera-se que os alunos entendam que a resolução de um sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas pode ser dada por meio das retas que representam as equações do sistema, e o par ordenado em que as retas se interceptam no plano cartesiano representa a solução do sistema.

A atividade de conclusão solicitada aos alunos da pré-aula é a elaboração de um texto digitado em forma de estudo, explicando com suas próprias palavras os processos de resolução. Esta atividade será enviada por *e-mail* para a professora pesquisadora no dia que antecede a aula presencial, para a análise dos conhecimentos adquiridos pelos alunos por meio dos vídeos.

²⁶ Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=v-SSni8cznE>>. Acesso em: 03 set. 2019.

3.3.2 Durante a aula: Equações e sistemas de equações no plano cartesiano

Para trabalhar com a representação gráfica de um sistema, os alunos precisamente devem ter assistido aos vídeos disponibilizados no *Google* sala de aula e realizado a atividade da *Khan Academy*. Em sala, os grupos trabalharão com a troca de ideias do livro de matemática do 8º ano do ensino fundamental da editora Edebê e a elaboração de tabelas com a representação dos pares ordenados no plano cartesiano, conforme orientações constantes no Quadro 6.

Quadro 6 - Localização dos pontos no plano cartesiano e construção da reta

Vamos rever a equação $x + y = 4$, com x e números reais.

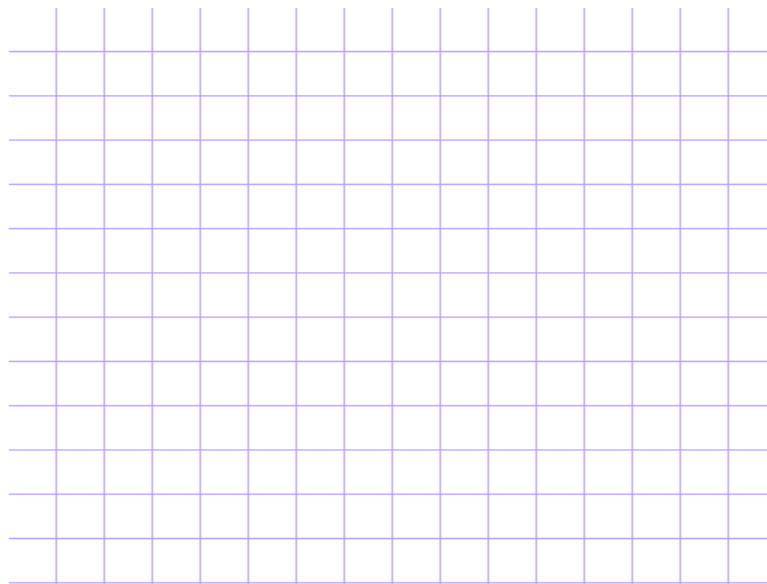
1- Usando a equação $x + y = 4$, encontre alguns valores de y de acordo com os valores atribuídos a x . Complete a tabela com esses valores.

x	y	(x, y)
-2		
-1		
0		
1		
2		
3		
4		

2 - O que os pares ordenados representam em relação à equação?

3 - Quantas soluções podemos escrever para a equação dada?

4 - Usando papel quadriculado ou milimetrado, construa um plano cartesiano e localize os pares ordenados no plano construído.



5 - Usando uma régua, unir os pontos localizados por meio de uma reta.

Da mesma forma que foi desenvolvida a atividade do Quadro 6, o Quadro 7 apresenta uma troca de ideias da página 144 do livro de matemática do 8º ano, por meio da interpretação de uma situação problema, onde os grupos serão instigados a elaborar um sistema de equação polinomial do 1º grau com duas incógnitas, para representar os valores de x e y na tabela, localizar no plano cartesiano os pares ordenados para a representação gráfica e o conjunto solução por meio da intersecção das retas.

Quadro 7 - Sistemas de equações no plano cartesiano – Troca de ideias

Considere a situação:

Num posto de combustível havia 9 veículos, entre carros e motos, para serem higienizados. A diferença entre o número de carros e o dobro do número de motos é igual a 3.

1- Escreva um sistema de equações que represente o problema.

2- Complete a tabela para cada equação:

Equação		
x	y	(x, y)
4		
5		
6		
7		

Equação		
x	y	(x, y)
1		
3		
5		
7		

3 - Usando papel quadriculado ou milimetrado, represente as duas equações num mesmo plano cartesiano.



4 - As retas se interceptaram? Em que ponto?


5 - É possível afirmar que $(7, 2)$ é a solução do sistema de equações do item 1? Justifique.

Cada grupo receberá uma cópia das atividades dos Quadros 6 e 7, para desenvolverem em sala e organizar a atividade no *portfólio*.

3.3.3 Durante a aula: Representação gráfica de um sistema de equações

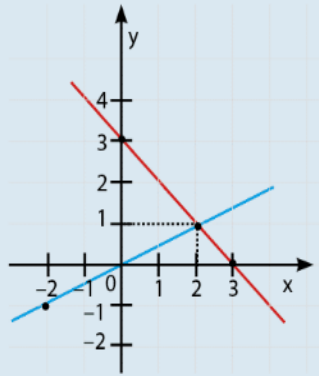
Neste encontro serão disponibilizadas aos alunos algumas atividades de sistemas de equações polinomiais do 1º grau com duas incógnitas, onde o aluno, juntamente com seu grupo, deve ser capaz de representar graficamente no plano cartesiano, sem usar a tabela de cálculos, e apenas relacionar ao coeficiente numérico. A Figura 22 apresenta a captura de tela da atividade conhecimento em ação da página 145 do livro digital do 8º ano do ensino fundamental da Editora Edebê. A atividade da Figura 22 está relacionada ao conteúdo estudado na pré-aula. Cada grupo receberá uma cópia para desenvolver os gráficos em malha quadriculada e posterior organização da atividade no *portfólio*.

Figura 22 - Atividade conhecimento em ação Livro de matemática 8º ano



Conhecimento em ação

1. O gráfico a seguir representa a solução de um sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas.



a) Qual é a solução do sistema?

b) É possível existir mais de uma solução para o sistema em questão? Justifique.

2. Resolva graficamente os sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas. Use papel quadriculado ou milimetrado.

a) $\begin{cases} x + 3y = -3 \\ x + 4y = -5 \end{cases}$ c) $\begin{cases} -x + 2y = 6 \\ 3x - y = -3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} -2x + y = -2 \\ x - y = 2 \end{cases}$

3. Sabe-se que y é o oposto de x e que a diferença entre o triplo de x com o dobro de y é igual a cinco.

a) Escreva o sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas que represente o problema.

b) Represente graficamente a solução do sistema obtido.

c) Qual é o par ordenado solução do sistema?

Fonte: Sanfelice e Saad, 2017.

Conclui-se, assim, a terceira etapa com a pré-aula e dois encontros presenciais com desenvolvimento das atividades sugeridas em grupos e organização do *portfólio*.

3.4 Quarta semana: etapa 4

Tema: Sistemas SPD, SPI ou SI e Representação gráfica no GeoGebra.

Objetivos: Identificar se o sistema de equações com duas incógnitas possui uma solução, nenhuma ou infinitas soluções por meio de sua representação gráfica no GeoGebra.

Tempo estimado para a aula: Pré-aula, em casa os alunos estudam ao seu próprio ritmo; Durante a aula: 1 encontro de 15', 1 encontros de 96' e 1 encontro de 48'.

3.4.1 Pré-aula: Sistemas SPD, SPI ou SI e Representação gráfica no GeoGebra

Nesta última etapa da sequência de atividades será trabalhado com a classificação dos sistemas de equações, sendo que um sistema pode ser classificado em: Sistema Possível e Determinado (SPD), com uma única solução, sendo a representação gráfica formada por retas concorrentes; Sistema Possível e Indeterminado (SPI), o qual possui infinitas soluções e o gráfico é formado por duas retas coincidentes; e o Sistema Impossível (SI), que não possui solução e as retas que formam o gráfico são paralelas. Para o momento pré-aula será disponibilizado no “*Google Sala de Aula*” e no “*Portal Edebê*”, videoaulas e atividades para o estudo individual em casa, sobre a classificação e representação gráfica. As Figuras 23 e 24 representam a captura de tela da videoaula da *Khan Academy*, que apresenta uma breve explicação sobre o Sistema Possível e Impossível²⁷ e também o sistema determinado e indeterminado²⁸.

²⁷ Disponível em: <<https://bit.ly/2Kdgp1P>>. Acesso em: 28 abr. 2019.

²⁸ Disponível em: <<https://bit.ly/3c8dxyW>>. Acesso em: 30 abr. 2019.

Figura 23 - Videoaula: Sistema Possível e Impossível

Assuntos ▾ Pesquisar 🔍 Khan Academy Faça um donativo Iniciar sessão

Matemática > Álgebra 2 > Sistemas de equações > Número de soluções dos sistemas de equações

Sistemas de equações: número de soluções (1 de 2)

Sistemas de equações com número infinito de soluções

Sistemas possíveis e impossíveis

Sistemas determinados e indeterminados

O sistema de equações lineares abaixo é possível ou impossível?

$$\begin{cases} x + 2y = 13 \\ 3x - y = -11 \end{cases}$$

khanacademy.org

Sistemas possíveis e impossíveis

Fonte: *Khan Academy*.

Figura 24 - Videoaula: Sistema Determinado e Indeterminado

Assuntos ▾ Pesquisar 🔍 Khan Academy Faça um donativo Iniciar sessão

Matemática > Álgebra 2 > Sistemas de equações > Número de soluções dos sistemas de equações

Sistemas de equações: número de soluções (1 de 2)

Sistemas de equações com número infinito de soluções

Sistemas possíveis e impossíveis

Sistemas determinados e indeterminados

O sistema de equações lineares abaixo é determinado ou indeterminado?

$$\begin{cases} 4x + 2y = 16 \\ y = -2x + 8 \end{cases}$$

Hand-drawn graphs illustrating systems of linear equations:

- Graph 1: Two intersecting lines (one purple, one green) on a coordinate plane, labeled "Possível".
- Graph 2: Two intersecting lines (one purple, one green) on a coordinate plane, labeled "Possível".
- Graph 3: Two parallel lines (one purple, one green) on a coordinate plane, labeled "Impossível".

khanacademy.org

Sistemas determinados e indeterminados

Fonte: *Khan Academy*.

Para melhor compreensão os alunos terão acesso a atividade prática. Praticar pensando no número de soluções do sistema²⁹ e Número de soluções num sistema de equações algébricas³⁰ da *Khan Academy*, como mostra a captura de tela na Figura 25, onde os alunos terão que realizar as duas atividades que estarão disponíveis no *Google Sala de*

²⁹ Disponível em: <<https://bit.ly/2JZDogv>>. Acesso em: 06 maio 2019.

³⁰ Disponível em: <<https://bit.ly/2yaVnhk>>. Acesso em: 07 maio 2019.

Aula para que a professora pesquisadora consiga acompanhar o processo de realização das mesmas.

Figura 25 - Atividades Práticas: Número de soluções de um sistema

Assuntos ▾ Pesquisar 🔍 Khan Academy Faça um donativo Iniciar sessão Criar conta

Matemática > Álgebra 2 > Sistemas de equações > Número de soluções dos sistemas de equações

Praticar pensando no número de soluções do sistema

Número de soluções num sistema de equações algébricas

Praticar: Número de soluções num sistema de equações algébricas

Quantas soluções tem um sistema de equações lineares?

Revisão do número de soluções de um sistema de equações

Vai estar disponível

Google Classroom Facebook Twitter E-mail

Representa graficamente o sistema de equações.

$$\begin{cases} y = 2x + 9 \\ 5x - 10y = 0 \end{cases}$$

Gráfico de um sistema de equações lineares no plano cartesiano. O eixo horizontal (x) varia de -10 a 10, e o eixo vertical (y) varia de -1 a 9. Duas retas são plotadas: uma horizontal em y = 5 e outra com inclinação positiva. As retas se intersectam no ponto (0, 5).

Total de questões: 4 ● ○ ○ ○ Confirmar a resposta

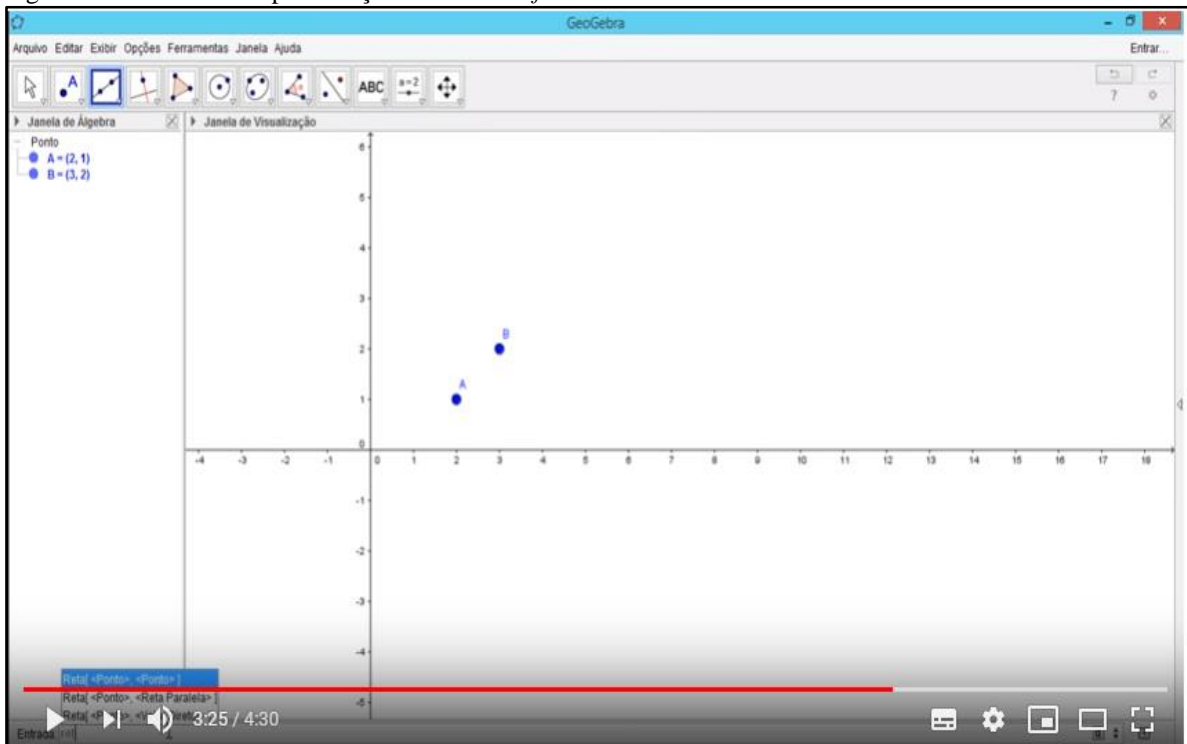
Fonte: Khan Academy.

Nessa etapa também será trabalhado com o *software online* GeoGebra³¹, para construção dos gráficos e classificação sem que ocorra o desenvolvimento de cálculos. Inicialmente os alunos terão acesso aos vídeos sobre o *software*, disponíveis no *Google* sala de aula e Portal Edebê. O primeiro vídeo é do professor Izaias Neri, que faz uma apresentação básica³² do *software* GeoGebra. A Figura 26 apresenta a captura de tela da videoaula.

³¹ O **GeoGebra** é um software gratuito e multiplataforma de matemática dinâmica para todos os níveis de ensino.

³² Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=VKcAk4qhJGM>>. Acesso em: 13 jul. 2019.

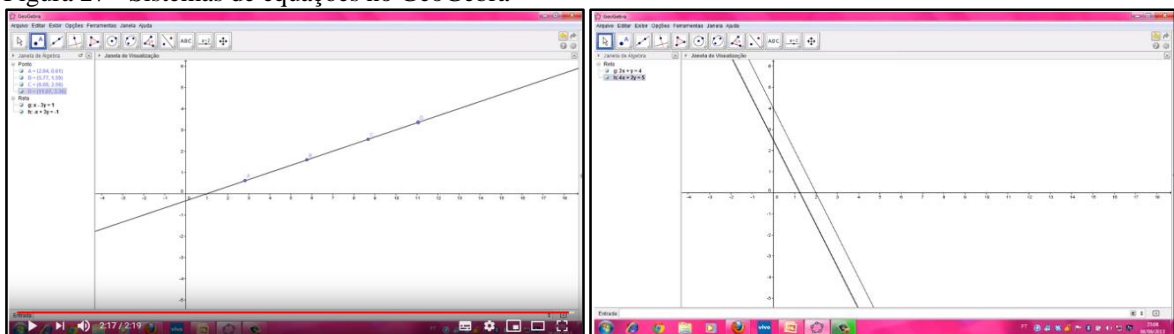
Figura 26 - Videoaula: Apresentação básica do *software* GeoGebra



Fonte: *YouTube*.

A Figura 27 mostra a captura de tela de um tutorial, ensinando a trabalhar com Sistemas de Equações Lineares com duas variáveis no GeoGebra, disponível no canal do *YouTube*³³ de Cristiano Ferreira.

Figura 27 - Sistemas de equações no GeoGebra



Fonte: *YouTube* - Cristiano Ferreira.

Depois de assistir aos vídeos e realizar as atividades disponíveis da pré-aula, para finalizar a última etapa os alunos terão que responder o questionário do Formulário do *Google* até o dia que antecede a aula presencial para que a professora consiga realizar uma análise prévia sobre os conhecimentos adquiridos pelos mesmos, referente à temática

³³ Disponível em: <encurtador.com.br/IsCLP>. Acesso em: 03 ago. 2019.

daquela semana. O formulário³⁴ é composto por sete questões. A Figura 28 apresenta uma imagem com vídeo para responder o questionário. No Apêndice E encontra-se o questionário na íntegra.

Figura 28 - Formulário do *Google*

Sistemas SPD, SPI ou SI, e representação gráfica no Geogebra

*Obrigatório

Endereço de e-mail *

Seu e-mail

Assista o Vídeo e responda:

Sistemas de Equaç...

Fonte: Autores, 2019.

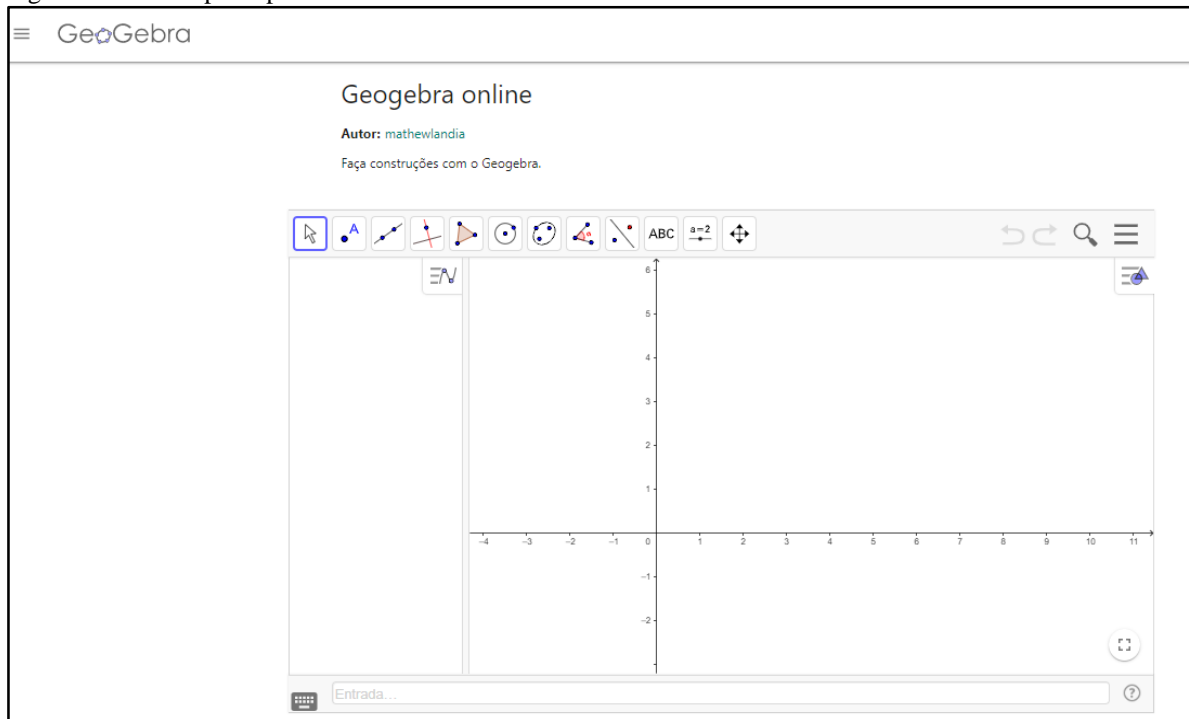
3.4.2 Durante a aula: Explorando as funções do GeoGebra

O primeiro encontro da última etapa será de 15 minutos, onde será realizada uma roda de conversa, ou seja, atividade de aquecimento com perguntas e respostas sobre os vídeos e quando também se fará uma análise sobre as respostas do formulário do *Google*. Além disso, os grupos irão explorar o *software online* GeoGebra³⁵, como mostra a captura de tela na Figura 29, janela disponível no *site* matemática aplicada para navegação, com troca de ideias sobre a interface, barras de ferramentas e menus, janela algébrica, janela gráfica e o campo de entrada, disponíveis para construção e representação gráfica. Cabe salientar que os alunos já possuem um conhecimento prévio sobre o assunto, por meio dos vídeos aos quais tiveram acesso na pré-aula (estudo em casa).

³⁴ Disponível em: <<https://forms.gle/NZPNnuxYhriecciFA>>. Acesso em: 07 ago. 2019.

³⁵ Disponível em: <<https://www.geogebra.org/m/KGWhcAqc>>. Acesso em: 09 ago. 2019.

Figura 29 - Janela principal do GeoGebra



Fonte: GeoGebra *online*.

3.4.3 Durante a aula: Sistemas de equações no GeoGebra e classificação em SPD, SPI e SI

Nesse encontro de 96 minutos os grupos receberão seis sistemas de equações, onde cada grupo organizará no *Word* um trabalho com cabeçalho, descrição da temática trabalhada nesta etapa e os sistemas de equações digitados e organizados em uma sequência de **a** até **f**. O Quadro 8 apresenta as seis atividades disponíveis para a construção dos gráficos. A parte gráfica dos sistemas será desenvolvida no GeoGebra, e para cada sistema desenvolvido no GeoGebra o grupo fará captura de tela e organizará o gráfico juntamente com o sistema de equações no *Word*, representando o conjunto solução e a classificação em SPD, SPI e SI. Após a realização das seis atividades com suas representações gráficas, cada um dos grupos deve fazer a impressão para anexar no *portfólio*.

Quadro 8 - Sistemas de equações para representação gráfica

a) $\begin{cases} 3x + 2y = 14 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$	b) $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 2x - 4y = 7 \end{cases}$	c) $\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x + 2y = 2 \end{cases}$
d) $\begin{cases} x + y = 6 \\ x - 2y = 3 \end{cases}$	e) $\begin{cases} x + y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$	f) $\begin{cases} x - y = 2 \\ 2x - 2y = 4 \end{cases}$

Fonte: Autores, 2019.


3.4.4 Durante a aula: Caderno Interativo

Durante este último encontro de 48 minutos os alunos realizarão as atividades do caderno interativo no livro digital. O livro digital de matemática da editora Edebê contém, ao final de cada capítulo, exercícios de revisão do conteúdo estudado, geralmente composto por quatro ou cinco questões com vídeo e uma situação-problema com as alternativas de respostas. A Figura 30 apresenta a captura de tela da página inicial, com a síntese do caderno interativo capítulo 6 Sistema de equações polinomiais do 1º grau com duas incógnitas, na forma de conhecimento em construção. No Apêndice F encontra-se a captura de tela de todas as atividades do caderno interativo, capítulo 6, para melhor visualização e compreensão do exposto.

Figura 30 - Caderno Interativo – Capítulo 6 – Conhecimento em construção

Capítulo 6

Conhecimento em construção



Shutterstock

- 1 Resolução de sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas – Método da substituição**
- 2 Resolução de sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas – Método da adição**
- 3 Representação gráfica de um sistema**
- 4 Atividade final**

Competências e habilidades

- Reconhecer uma equação do 1º grau com duas incógnitas.
- Resolver problemas utilizando sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas.
- Reconhecer que a solução de um sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas é dada por um par ordenado na forma (x,y) .
- Resolver um sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas pelo método da substituição e da adição.
- Representar graficamente a solução de um sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas no plano cartesiano.
- Identificar se o sistema de equações com duas incógnitas possui uma solução, nenhuma ou infinitas soluções por meio de sua representação gráfica.

Fonte: Sanfelice e Saad, 2017.

Após a realização do caderno interativo individualmente, a professora pesquisadora terá acesso aos resultados por meio do portal acompanhamento pedagógico da Edebê. Os grupos se reunirão novamente para debater sobre as questões corretas ou incorretas e apresentar o desenvolvimento de cada questão com justificativa em folha de bloco para anexar no *portfólio*.

Ainda neste encontro, os grupos terão um tempo para organização final do *portfólio*, com todas as atividades desenvolvidas durante a sequência de atividades para entregar na próxima aula, na qual acontece a apresentação de cada grupo sobre a temática desenvolvida durante o período da aplicação da sequência de atividades.

3.4.5 Pós-aula: Avaliação da Sequência de Atividades (Formulário do Google)

Neste momento pós-aula, cada aluno fará em casa e individualmente a avaliação dos encontros da sequência de atividades e da metodologia de trabalho Sala de Aula Invertida, por meio do Formulário do *Google*³⁶. A Figura 31 representa a captura de tela da primeira questão do formulário para a avaliação, e no Apêndice G consta o formulário completo.

Figura 31 - Formulário do Google – Avaliação da sequência de atividades

Avaliação da Sequência de Atividades

*Obrigatório

Endereço de e-mail *

Seu e-mail

Neste formulário vamos analisar cada detalhe do trabalho realizado no modelo de sala de aula invertida

Como eu avalio o meu grupo de trabalho *

Péssimo

Regular

Bom

Ótimo

Fonte: Autores, 2019.

3.5 Conclusão - etapa 5

3.5.1 Durante a aula: Seminário com Apresentação

Para concluir a sequência de atividades, no último encontro chegou a hora de cada grupo colocar em prática o desafio lançado no primeiro dia da aplicação da sequência.

³⁶ Disponível em: <<https://forms.gle/FE2Q7bqqkcMW6DC96>>. Acesso em: 11 ago. 2019.

Sendo assim, serão disponibilizados e cronometrados sete minutos para cada grupo realizar sua apresentação e expor suas ideias. A apresentação deve envolver a temática trabalhada, como: Sistemas de equações, Sala de aula invertida e os recursos tecnológicos. Após a apresentação, cada grupo deve entregar à professora pesquisadora o *portfólio*, que a equipe construiu, contendo todas as atividades desenvolvidas durante a aplicação da sequência de atividades e organizado por etapas, para posterior avaliação do mesmo.

REFERÊNCIAS

BERGMANN, Jonathan; SAMS, Aaron. *Sala de Aula Invertida: uma Metodologia Ativa de aprendizagem*. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Ltda, 2016.

BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular (BNCC)*. Educação é a Base. Brasília, DF: MEC/CONSED/UNDIME, 2017. Disponível em: <<https://bit.ly/3ccwjFu>>. Acesso em: 22 out. 2018.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria da Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília, DF: MEC, 1998. v. 3.

SANFELICE, Solange Aparecida; SAAD, Maria Aparecida. *Matemática: 8º ano*. Brasília, DF: Edebê Brasil, 2017.

APÊNDICE A - Questionário formulário do Google “Equações polinomiais do 1º grau com duas incógnitas”

Equações Polinomiais do 1º grau com duas incógnitas

***Obrigatório**

Endereço de e-mail *

Seu e-mail

Na matemática existem vários tipos de equações, no 7º ano estudamos as equações do 1º grau com uma incógnita e agora no 8º ano vamos estudar as equações: *

1 ponto

- Do 1º grau com uma incógnita
- Do 1º grau com duas incógnitas
- Do 2º grau com uma incógnita
- Do 2º grau com duas incógnitas

Equação é toda sentença matemática representada por um.....entre duas expressões envolvendo operações com números e letras. *

1 ponto

- sinal de desigualdade
- sinal de maior ou igual
- sinal de igualdade
- sinal de menor ou igual

As letras da equação são chamadas de: *

1 ponto

- Membro
- Incógnitas
- Termo independente
- Termo dependente

As equações polinomiais do 1º grau possuem dois membros, o 1º membro está à esquerda do sinal de igualdade e o 2º membro está à direita do sinal de igualdade. *

1 ponto

- Verdadeiro
- Falso

Verifique se o par ordenado (4, 2) é solução das equações dadas. *

1 ponto

- $3x - y = -10$
- $x + 2y = -6$
- $2m - 5n = 0$
- $4x - 3y = 10$

Determine um par ordenado que representa solução para a equação $2m + 5n = 15$ *

1 ponto

- (5, 1)
- (1, 5)
- (5, 0)
- (2, 2)

Marque a alternativa que possui a equação que representa a imagem *

1 ponto



- $X + 3 = -2Y$
- $X - 2Y = -3$
- $3X = 2Y$
- $X + 3 = Y$

João comprou 2 sapatos e 3 meias e pagou R\$ 20,00, marque a equação que traduz a sentença. *

1 ponto

- $2x - 3y = 20$
- $5x = 20$
- $2x + 3y = 20$
- $3y - 2x = 20$

APÊNDICE B - Questionário do Kahoot

<p>Q1: A equação $ax + by = c$, é denominada de:</p> <p><input type="radio"/> Equação do 1º grau com uma incógnita</p> <p><input type="radio"/> Equação do 1º grau com duas incógnitas</p> <p><input type="radio"/> Equação do 1º grau com três incógnitas</p> <p><input type="radio"/> Equação do 2º grau com duas incógnitas</p>	<p>Q2: Como soluções de uma equação do 1º grau com duas incógnitas é representada pelo ordenado (x, y)</p> <p><input type="radio"/> A ordem das letras não interfere no resultado</p> <p><input type="radio"/> O primeiro valor do par ordenado é de a e o segundo de b.</p> <p><input type="radio"/> O primeiro valor do par ordenado é de x e o segundo de y.</p> <p><input type="radio"/> O primeiro valor do par ordenado é de y e o segundo de x.</p>
<p>Q3: Na equação $ax + by = c$, a e b são denominados:</p> <p><input type="radio"/> incógnitas</p> <p><input type="radio"/> coeficientes</p> <p><input type="radio"/> Termos independentes</p> <p><input type="radio"/> Nenhuma das alternativas</p>	<p>Q4: Uma das soluções da equação $3x - 4y = 7$ é o par ordenado:</p> <p><input type="radio"/> (3, 1)</p> <p><input type="radio"/> (2, 5)</p> <p><input type="radio"/> (5, 2)</p> <p><input type="radio"/> (4, 1)</p>
<p>Q5: Dada a equação $5x - 2y = 1$, quando $x = -3$, então y é:</p> <p><input type="radio"/> $y = -8$</p> <p><input type="radio"/> $y = 8$</p> <p><input type="radio"/> $y = -7$</p> <p><input type="radio"/> $y = -7$</p>	<p>Q6: Marque a incorreta. Na equação $ax + by = c$, denominamos:</p> <p><input type="radio"/> x e y - variáveis ou incógnita</p> <p><input type="radio"/> a - coeficiente de x e b - coeficiente de y</p> <p><input type="radio"/> c - termo independente</p> <p><input type="radio"/> Equação do 1º grau com uma incógnita</p>
<p>Q7: Qual equação corresponde a frase. O dobro de um número somado com outro número é igual a 16.</p> <p><input type="radio"/> $2x - y = 16$</p> <p><input type="radio"/> $2x + y < 16$</p> <p><input type="radio"/> $2x + y > 16$</p> <p><input type="radio"/> $2x + y = 16$</p>	<p>Q8: Quais o valores de x e y que tornam a sentença $x - 2y = 4$ incorreta?</p> <p><input type="radio"/> (6, 1)</p> <p><input type="radio"/> (6, -1)</p> <p><input type="radio"/> (8, 2)</p> <p><input type="radio"/> (-2, -3)</p>

<p>Q9: O par ordenado (3,2) não é solução da equação.</p>	<p>Q10: O par ordenado solução do sistema satisfaz às duas equações simultaneamente.</p>
<p><input type="checkbox"/> $x + y = 5$</p>	<p><input type="checkbox"/> Verdadeiro</p>
<p><input type="checkbox"/> $3x - 3y = 3$</p>	<p><input checked="" type="checkbox"/> Falso</p>
<p><input type="checkbox"/> $5x + y = 15$</p>	
<p><input type="checkbox"/> $x - y = 1$</p>	

APÊNDICE C - Questões descritivas no formulário do Google “Sistemas de Equações”

Sistema de equações polinomiais do 1º grau

***Obrigatório**

Endereço de e-mail *

Seu e-mail

Descreva com suas palavras a diferença entre equações do 1º grau com duas incógnitas e um sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas. *

Sua resposta

Descreva como é a solução de uma equação do 1º grau com duas incógnitas e de um sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas. *

Sua resposta

Considere a seguinte situação. Num concurso de vestibular a universidade estabeleceu como regras:

Não pode deixar questão sem responder, se não a prova é anulada.

Cada questão correta vale 3 pontos.

A cada questão incorreta é descontado 1 ponto.

Sabendo que a prova é composta por 25 questões e Fabiana obteve 27 pontos. Usando x para representar o número de questões corretas e y as incorretas, escreva uma equação do 1º grau com duas incógnitas representando o total de questões respondidas. Escreva outra equação do 1º grau com duas incógnitas para o total de pontos que Fabiana obteve. *

Sua resposta

Descreva como ocorre a resolução de um sistema de equações através do método da adição

*

Sua resposta

Descreva como ocorre a resolução de um sistema de equações através do método da substituição *

Sua resposta

APÊNDICE D - Questões “Quiz Presencial”

<p>Sistemas de equações polinomiais do 1º grau com duas incógnitas</p> <p>QUIZ PRESENCIAL</p>	<p>A soma entre dois números é 20, e a diferença entre eles é 2. Quais são os números?</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ X = 10 e Y = 10 ▪ X = 15 e Y = 5 ▪ X = 9 e Y = 11 ▪ X = 11 e Y = 9
<p>Entre os pares ordenados abaixo, qual é solução do sistema $\begin{cases} h - 2m = -2 \\ h + m = 1 \end{cases}$</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ A) (0, -2) ▪ B) (2, 2) ▪ C) (0, 1) ▪ D) (-1, 1) 	<p>Em um restaurante, há 24 mesas, algumas de 2 lugares e outras de 4 lugares. Todas as mesas estão ocupadas. Quantas mesas de 2 lugares existem nesse restaurante, sabendo que, atualmente, há 80 clientes almoçando nele?</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ $\begin{cases} x + y = 24 \\ 4x + 2y = 80 \end{cases}$ ▪ S = (10, 8) ▪ Existe 8 mesas de 2 lugares nesse restaurante
<p>O sistema: $\begin{cases} 3x + y = 2 \\ 11x + 4y = 3 \end{cases}$ tem a solução</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ A) x = 5, y = 3 ▪ B) x = -5, y = 13 ▪ C) x = 5, y = -13 ▪ D) x = -5, y = -13 ▪ E) x = 2, y = -13 	<p>Um estacionamento cobra R\$8,00 por moto e R\$16,00 por carro estacionado. Em um determinado dia, ao fazer o fechamento do caixa a funcionária registrou no caderno de controle: Veículos: 107 Valor: R\$ 1432,00 Quantos carros estacionaram nesse dia?</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ $\begin{cases} x + y = 107 \\ 8x + 16y = 1432 \end{cases}$ ▪ Nesse dia estacionaram 72 carros e 35 motos
<p>Em uma garagem, há motos e automóveis. O total de veículos é 8, e o total de rodas, sem contar os estepes, 26. Quantos automóveis e quantas motos há na garagem?</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ $\begin{cases} x + y = 8 \\ 4x + 2y = 26 \end{cases}$ ▪ S = (5, 3) ▪ Há 5 automóveis e 3 motos 	<p>Em uma olimpíada de resolução de sistemas de equações os participantes ganham 10 pontos a cada resolução certa, e perdem 8 pontos a cada resolução errada. Ao final da olimpíada, Teresa resolveu 25 sistemas e obteve 160 pontos. Quantos sistemas ela resolveu corretamente?</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ $\begin{cases} x + y = 25 \\ 10x - 8y = 160 \end{cases}$ ▪ S = (20, 5) ▪ Ela resolveu corretamente 20 questões e errou 5.

Jairo comprou 4 camisetas e 3 calções e pagou R\$142,00 no total, enquanto Anderson gastou R\$ 186,00 na compra de 6 camisetas e 4 calções. Sabendo que todas as camisetas tinham o mesmo preço assim como todos os calções. Qual o valor de cada camiseta e de cada calção?

$$\begin{cases} 4x + 3y = 142 \\ 6x + 3y = 186 \end{cases}$$

$$\bullet S = (22, 18)$$

• Cada camiseta custa 22 reais e cada calção custa 18 reais

Em uma chácara, há porcos e galinhas, em um total de 272 animais. Contando os pés e as patas, dá um total de 744. Quantos porcos e quantas galinhas existem nessa chácara?

$$\begin{cases} x + y = 272 \\ 4x + 2y = 744 \end{cases}$$

$$\bullet S = (100, 172)$$

• Nesta chácara existe 100 porcos e 172 galinhas

Em uma adição de duas parcelas, o total é 120. Descubra os dois números, sabendo que o total entre o dobro do número maior e o quádruplo do número menor é 352.

$$\begin{cases} x + y = 120 \\ 2x + 4y = 352 \end{cases}$$

$$\bullet S = (84, 56)$$

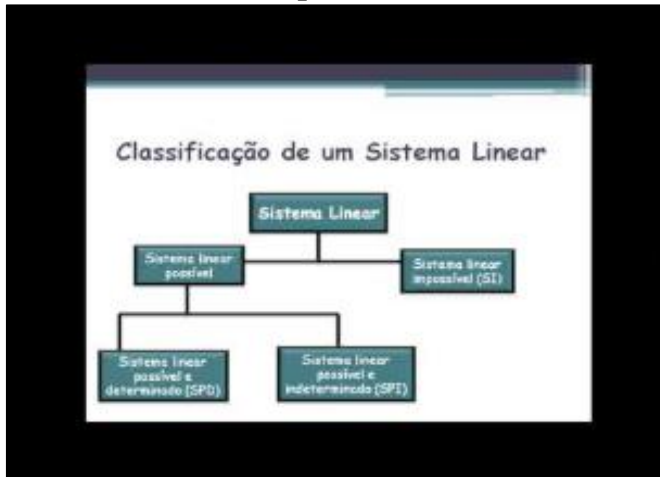
• O número maior é 84 e o menor é 56

APÊNDICE E - Formulário do *Google*: Classificação dos sistemas e o GeoGebra

Sistemas SPD, SPI ou SI, e representação gráfica no GeoGebra

***Obrigatório**

Assista ao Vídeo e responda:



Defina um sistema de equações polinomiais do 1º grau com duas incógnitas. *

Sua resposta

Como um sistema de equações pode ser classificado? *

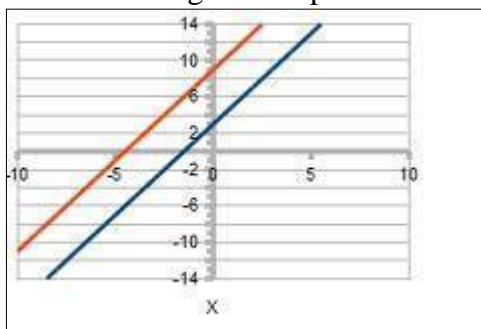
Sua resposta

Relacione as colunas: *

Sistema Possível e Determinado
Sistema Possível e Indeterminado
Sistema Impossível

Não possui solução
Possui uma única solução
Possui infinitas soluções

Observe a imagem e responda:



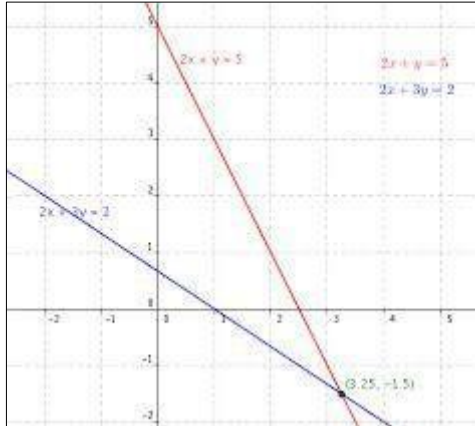
Como podemos classificar o gráfico acima e por quê? *

Sua resposta

Software gratuito usado para a representação gráfica de um sistema de equações *

Word
Power Point
GeoGebra
Excel

Classifique o gráfico abaixo: *



Escolher

SPD
SPI
SI

Por meio da solução gráfica, o que você pode concluir quando as retas são:

Coincidentes	SPD
Paralelas	SPI
Concorrentes	SI

APÊNDICE F - Caderno Interativo: Livro Digital de Matemática 8º ano – Capítulo 6
Sistema de Equações

Capítulo 6 – Sistemas de equações

1 – Resolução de sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas – Método da substituição

Assista ao [vídeo](#) sobre o método da substituição para resolver um sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas.

Importância dos catadores de material reciclável



Shutterstock/withgod

Catadores de material reciclável são aqueles que buscam pelas ruas, latas de lixo e lixões materiais que podem ser reciclados. Os materiais mais recolhidos pelos catadores são papel, lata, vidro e plástico. Puxando seu carrinho pesado pelas ruas, eles contribuem com o meio ambiente e ao mesmo tempo ganham para o seu sustento, vendendo o material coletado para cooperativas de coleta seletiva.

Uma cooperativa de material reciclável paga R\$ 3,00 por quilograma de embalagens de alumínio e R\$ 2,00 por quilograma de papel. Um catador recolheu 50 kg de papel e alumínio e recebeu R\$ 127,00 por tudo. Nessas condições, podemos afirmar que esse catador vendeu para a cooperativa:

- 27 kg de alumínio e 23 kg de papel.
- 30 kg de alumínio e 20 kg de papel.
- 23 kg de alumínio e 27 kg de papel.
- 22 kg de alumínio e 28 kg de papel.
- 20 kg de alumínio e 30 kg de papel.

2 – Resolução de sistemas de equações do 1º grau com duas incógnitas – Método da adição

Assista ao [vídeo](#) sobre o método da adição para resolver um sistema de equações do 1º grau com uma incógnita.

Numa empresa, um funcionário recebeu num determinado mês o valor de R\$ 4.100,00 por ter feito horas extras nesse período. O salário mensal desse funcionário, sem horas extras, excede em R\$ 1.500,00 o que o funcionário recebeu pelas horas extras.



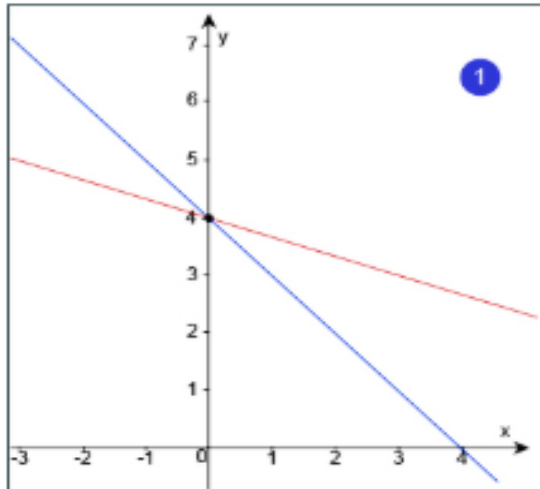
Nestas condições, o salário sem horas extras deste funcionário é

- R\$ 3.400,00
- R\$ 3.000,00
- R\$ 2.800,00
- R\$ 3.600,00

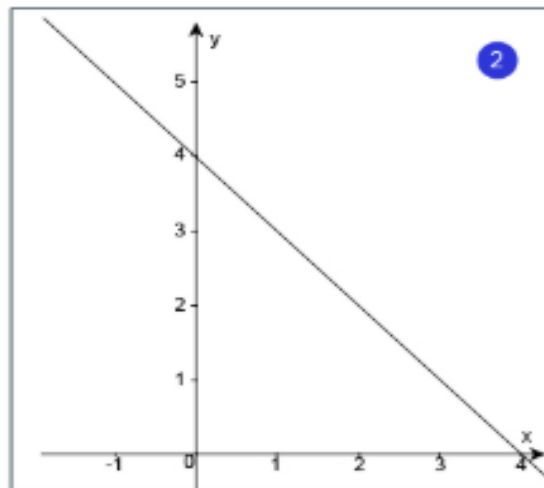
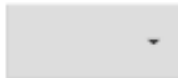
3 – Representação gráfica de um sistema

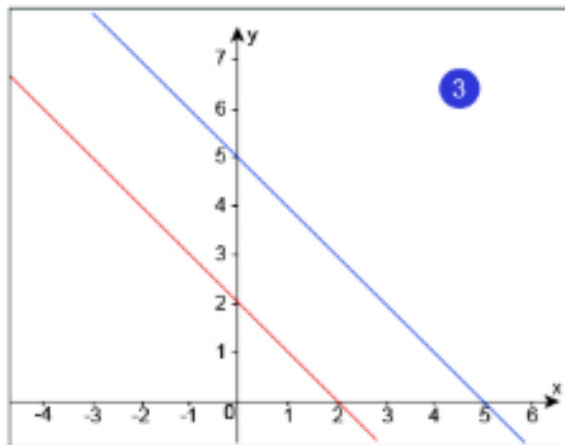
O [vídeo](#) apresenta como construir o gráfico de um sistema de equações do 1º grau com duas incógnitas.

Selecione cada sistema de equações a seguir com a sua representação gráfica.

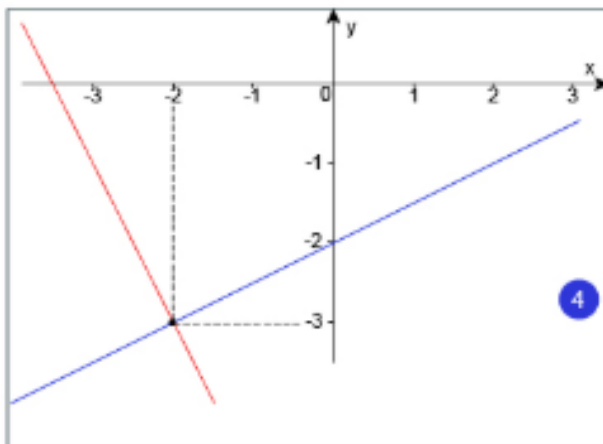


1 -





3 -



4 -

$$\begin{cases} 2x + 2y = 8 \\ x + y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ x + 3y = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y = 7 \\ x - 2y = 4 \end{cases}$$

4 – Atividade final

(UNESP – SP) Numa campanha de preservação do meio ambiente, uma prefeitura dá descontos na conta de água em troca de latas de alumínio e garrafas de plástico (PET) arrecadadas. Para um quilograma de alumínio, o desconto é de R\$ 2,90 na conta de água; para um quilograma de plástico, o abatimento é de R\$ 0,17. Uma família obteve R\$ 16,20 de desconto na conta de água com a troca de alumínio e garrafas plásticas. Se a quantidade (em quilogramas) de plástico que a família entregou foi o dobro da quantidade de alumínio, a quantidade de plástico, em quilogramas, que essa família entregou na campanha foi:

- 5
- 6
- 8
- 9
- 10

APÊNDICE G - Formulário do *Google* – Avaliação da Sequência de Atividades

Avaliação da Sequência de Atividades

***Obrigatório**

Endereço de e-mail *

Seu e-mail

Neste formulário vamos analisar cada detalhe do trabalho realizado no modelo de sala de aula invertida

Como eu avalio o meu grupo de trabalho *

- Péssimo
- Regular
- Bom
- Ótimo

O que você achou de estudar em casa e realizar as atividades em sala com a participação ativa do professor *

- Péssimo
- Regular
- Bom
- Ótimo

Como você classifica a coletânea de vídeos disponíveis *

- Péssimo
- Regular
- Bom
- Ótimo

Como você avalia os recursos tecnológicos utilizados na Sequência de Atividades *

Google Sala de aula	Péssimo
Formulário do Google	Regular
Power Point	Bom
Vídeos	Ótimo
Software GeoGebra	
Kahoot	

Em relação ao conhecimento adquirido durante a sequência de atividades, você classifica como: *

- Péssimo
- Regular
- Bom
- Ótimo


Descreva com suas palavras as potencialidades e fragilidades em relação à sala de aula invertida.*

Sua resposta

Qual a sua opinião em relação à sequência de atividades aplicada, metodologia ativa “Sala de Aula Invertida” e o uso das tecnologias.*

Sua resposta

ANEXO A - Declaração - Instituto Auxiliadora



COLÉGIO AUXILIADORA
CAMPOS NOVOS - SC
Ensinando bem a vida

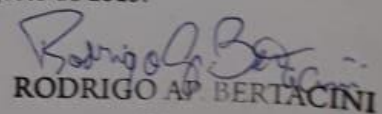
INSTITUTO AUXILIADORA
CNPJ: 83.157.826/0001-96
Rua Tancredo Neves, n° 351 – Centro – Fone (49)3541-0592
CEP 89.620-000 – Campos Novos – Santa Catarina
colegio@cnauxiliadora.com.br – www.cnauxiliadora.com.br

DECLARAÇÃO

Por este instrumento, o Colégio Auxiliadora, inscrito no CNPJ sob o nº 83.157.826/0001-96, com sede na Rua Tancredo Neves, 351, bairro Nossa Senhora de Lourdes, na cidade Campos Novos-SC, declara que autoriza a professora e mestrande Joelma Kominkiewicz Scolaro, do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da universidade de Passo Fundo, a coletar dados referente ao desenvolvimento do projeto de pesquisa intitulado **INVERTENDO A SALA DE AULA: UM MÉTODO DE ENSINAGEM DOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES DO 1º GRAU COM DUAS INCÓGNITAS**. A pesquisa refere-se à aplicação de uma sequência didática com estudantes da turma do 8º ano do Ensino Fundamental anos finais. Os dados a serem coletados vinculam-se a registros da pesquisadora em um diário de campo e aplicação de questionários semiestruturados aos estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental anos finais. Todo material será analisado mantendo-se o anonimato dos sujeitos envolvidos.

Por ser a expressão da verdade, assumindo inteira responsabilidade pela declaração acima sob as penas da lei, assino para que produza seus efeitos legais.

Campos Novos, 05 de agosto de 2019.



RODRIGO AP. BERTACINI
Diretor

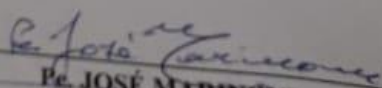
~~Portaria: 001/2019~~
RODRIGO APARECIDO BERTACINI
DIRETOR

ANEXO B - Declaração - Editora Edebê**editora**
edebê**DECLARAÇÃO**

Por este instrumento, a **EDITORA EDEBÊ BRASIL LTDA**, com sede no SHCS CR 506 bloco B loja 59, ASA SUL - BRASÍLIA-DF, CEP: 70.350-525, inscrita no CNPJ sob o nº 18.556.722/0001-92, i.e: 07.651.462/001-35, representada legalmente por **JOSÉ MARINONI**, brasileiro, solteiro, sacerdote, portador do RG nº 000.219.039 SSP/MS e inscrito no CPF/MF sob o nº 127.554.511-49, residente e domiciliado no SHCS CR Quadra 506, Bloco B, Loja 65/66 – Asa Sul – Brasília/DF, CEP: 70.350-525, autoriza a professora e mestranda **JOELMA KOMINKIEWICZ SCOLARO**, do programa de pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade de Passo Fundo, a utilizar o livro de Matemática do 8º ano do Ensino Fundamental, de autoria de Solange Aparecida Sanfelice e Maria Aparecida Saad, como subsídio à dissertação de Mestrado e no projeto de pesquisa intitulado “Invertendo a Sala de Aula: Um Método de Ensino dos Sistemas de Equações do 1º Grau com Duas Incógnitas”.

Por ser verdade firmo a presente declaração.

Brasília, 24 de setembro de 2019.


Pe. **JOSÉ MARINONI**
Administrador da Editora Edebê Brasil Ltda