



**UNIVERSIDADE DE PASSO FUNDO**  
**FACULDADE DE ENGENHARIA E ARQUITETURA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**  
**Área de Concentração: Infraestrutura e Meio Ambiente**

**FELIPE EDUARDO DEMARI**

**Estudo de modelos teóricos e numéricos de vigas I de aço de alma esbelta com enrijecedores longitudinais**

**Passo Fundo**

**2018**

FELIPE EDUARDO DEMARI

Estudo de modelos teóricos e numéricos de vigas I de aço de alma  
esbelta com enrijecedores longitudinais

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-  
Graduação em Engenharia da Faculdade de  
Engenharia e Arquitetura da Universidade de Passo  
Fundo, sob a orientação do Prof. Dr. Zacarias Martin  
Chamberlain Pravia.

Passo Fundo

2018

# Universidade de Passo Fundo Faculdade de Engenharia e Arquitetura Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental

A comissão Examinadora, abaixo assinada, aprova a dissertação de mestrado Estudo de modelos teóricos e numéricos de vigas I de aço de alma esbelta com enrijecedores longitudinais, elaborado por Felipe Eduardo Demari, com requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia.

Data da defesa: 26/04/2018

Comissão Examinadora:

Prof. Dr. Zacarias Martins Chamberlain Pravia- Universidade de Passo Fundo

Prof. Dr. Moacir Kripka- Universidade de Passo Fundo

Prof. Dr. Gustavo Mezzomo- Universidade de Passo Fundo

Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Adelia Fernanda Grobeiro Calenzani- Universidade Federal de Espírito Santo

Passo Fundo

2018

## RESUMO

Vigas de alma esbelta I são elementos estruturais de aço usados em pontes, viadutos ou edifícios industriais, submetidas a esforço combinado de flexão e cisalhamento que tem problemas de estabilidade na alma, precisando dispor de enrijecedores transversais e longitudinais. A proposta deste trabalho foi a de definir como analisar e dimensionar essas vigas variando a posição do enrijecedor longitudinal, baseando-se em modelos analíticos e numéricos. Os métodos analíticos estudados foram as propostas pela norma EN 1993-1-5 (2006) que descreve duas formas para a verificação de capacidade de carga: o método da tensão reduzida (MTR) e o método da largura efetiva (MLE), ainda, pelo coeficiente de redução recomendando pela AASHTO (2014), que é equivalente à NBR 8800 (ABNT, 2008). A modelagem numérica, por sua vez, foi realizada pelo método de elementos finitos, de acordo com as indicações da EN 1993-1-5 (2006), realizando-se uma análise de estabilidade linear e não linear considerando-se as imperfeições geométricas. O trabalho tem como proposta comparar os métodos numéricos com os métodos analíticos para determinar a capacidade resistente de vigas I de aço esbeltas variando a posição do enrijecedor longitudinal, buscando encontrar a posição ótima para as 5 seções analisadas (VT 05, VT 06, VT 07, VT 09). Os resultados mostram que o método numérico apresenta capacidade superior e a posição ótima para o enrijecedor longitudinal vai depender de cada modelo analisada.

Palavras-chave: Viga de aço de alma esbelta. Enrijecedor longitudinal. Imperfeições geométricas.

## **ABSTRACT**

Slender web beams are structural steel elements used in bridges, viaducts or industrial buildings, subjected to a combined bending and shearing forces that generates loss of stability in the web, with the need of transverse and longitudinal stiffeners. The purpose of this work was to define how to analyze and design those elements, based on analytical and numerical models using the finite element method. The analytical methods were developed using standard EN 1993-1-5 (2006) which includes two forms for the verification of load capacity: the reduced stress method and the effective width method by AASHTO (2014), which is equivalent to NBR 8800 (ABNT, 2008). The numerical modeling, was performed by the finite element method, according to the indications of EN 1993-1-5 (2006), performing a linear and non-linear buckling analysis considering the geometric imperfections. The analytical methods present lower results when compared to numerical methods, there is a need to improve the methods proposed by the standards, and finally showing that the longitudinal stiffener improves the stability if the web.

**Keywords:** Of slender web steel beams. Longitudinal stiffeners. Geometric imperfections.

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

AASHTO: Associação Norte-Americana de Especialistas Rodoviários e de Transporte

ABNT: Associação Brasileira de Normas Técnicas

APDL: Ansys Parametric Design Language

ANSI: American National Standards Institute

EN: Norma Eurocode

FLM: Flexão local da mesa

FLT: Instabilidade lateral com torção

NBR: Norma Técnica Brasileira

MEF: Método dos elementos finitos

MLE: Método da largura efetiva

MTR: Método da tensão reduzida

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\varepsilon_e$  : deformação convencional;

$\varepsilon_t$  : deformação verdadeira;

$[K_i^T]$  : Matriz de rigidez tangente, sendo  $i$  o número de iteração;

$\sigma_e$  : tensão convencional.

$\sigma_t$  : tensão verdadeira;

$\{F^a\}$  : Vetor de aplicação de cargas;

$\{F^{nr}\}$  : Vetor de incrementos dos deslocamentos.

$\{\Delta U_i\}$  : Vetor de incrementos dos deslocamentos;

$a$  : comprimento de um painel; comprimento de uma placa enrijecida ou não enrijecida

$A_{c,eff}$  : área efetiva da parte comprimida

$A_c$  : área bruta

$A_{sl,1}$  - área da seção transversal bruta do pilar equivalente,

$b/t_w$  : relação largura-espessura

$b$  : largura

$b_{c,eff}$  : largura efetiva

$b_f$  - largura do enrijecedor longitudinal

$b_i$  : largura do subpainel

$b_{l,dge,eff}$  : largura efetiva para Instabilidade local de uma placa

$b_l$  : posição do reforço longitudinal

$b_{sl}$  : espessura do enrijecedor longitudinal

$D$  : rigidez a flexão da placa

$E$  : módulo de elasticidade

$h_w/t_w$  : relação altura-espessura da alma

$h_w$  : altura da alma

$k_f$  : coeficiente de Instabilidade local

mm: milímetros

$R_b$  : fator de redução na resistência à flexão

$S_s$  : comprimento de carga

$t_f$  : espessura da mesa

$t_{st}$ : espessura do enrijecedor transversal

$t_w$ : espessura da alma

$h_w$ : altura da alma

$\nu$ : coeficiente de Poisson

$\lambda$ : esbeltez global

$\xi$ : parâmetro que indica a “susceptibilidade” de Instabilidade Tipo Placa ou Tipo Pilar

$\rho$ : fator de redução

$\rho_{loc}$ : fator de redução para encurvadura da placa de elementos internos comprimidos

$\rho_x; \rho_y; \rho_z$ : fator de redução para Instabilidade de placa

$\sigma_{cr,sl}$ : tensões reais

$\sigma_{cr,p}$ : tensão crítica modo de placa

$\sigma_{cr,sl}$  - tensão crítica elástica do pilar equivalente

$\sigma_{cr,c}$ : tensão crítica modo de coluna

$\sigma_{lim}$ : tensão média

$\sigma_{max}$ : distribuição uniforme da tensão de compressão

$\sigma_{eq,Ed}$ : tensão equivalente solicitante de cálculo

$\sigma_x$ : tensões críticas parciais de Instabilidade elástica

$A_c$ : a área bruta da parte comprimida da placa enrijecida, exceto as partes efetivas de bordas com larguras  $bedg$

$A_{c,eff,loc}$ : a soma das áreas efetivas dos subpainéis e enrijecedores total ou parcialmente comprimidos

$A_{sl,eff}$ : soma das áreas efetivas dos enrijecedores longitudinais

$I_{sl,1}$ : o momento de inércia da seção bruta do pilar equivalente, em torno de um eixo centroidal e paralelo ao plano da placa;

$ac$ : comprimento de Instabilidade

$b_1, b_2$ : distâncias entre as bordas longitudinais da alma e o enrijecedor longitudinal

$b_c$ : largura efetiva da parte comprimida da placa

$b_{loc,i}$ : largura da parte comprimida de cada subpainel  $i$

$i$ : raio de giração



$\alpha_e$  : fator de imperfeição equivalente

$\alpha_{ult,x}$  : fator crítico (mínimo) para que as forças de cálculo alcancem o valor característico da capacidade resistente

$\alpha_{ult,k}$  : fator crítico (mínimo) para que as forças de cálculo alcancem o valor característico da capacidade resistente

$\lambda_C$  : esbeltez para comportamento Tipo Pilar

$\lambda_p$  : esbeltez normalizada da placa

$\lambda_p$  : fator de redução de cada subpainel  $i$

$\chi_c$  : Fator de redução Tipo Pilar

$\psi$  : tensão normal longitudinal

$Gsl(G)$ : distância do centro de gravidade do enrijecedor

$F_{R-EXP}$ : Força experimental

$F_{RMEF}$ : Força elemento finitos

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Alma enrijecida de uma viga de seção do tipo I .....	15
Figura 2: Instabilidade local de seção com alma .....	19
Figura 3: Trajetórias de equilíbrio .....	20
Figura 4: Ideias básicas do MLE e MTR.....	21
Figura 5: Definição do ângulo $\alpha$ .....	23
Figura 6-Definições das classes EN 1991-1-1:2005.....	25
Figura 7: Conceito de largura efetiva .....	27
Figura 8: Exemplo de elementos de placa interno (AA) e externo (AL) de seções transversais .....	28
Figura 9: Larguras efetivas para elemento comprimido interno.....	29
Figura 10: Largura efetivas para elemento comprimido externo .....	30
Figura 11: Comparação das curvas $\chi_c$ e $\rho$ .....	32
Figura 12: Comportamento tipo placa e pilar .....	32
Figura 13: Definição de $A_c$ e $A_{c,eff,loc}$ para um elemento de placa enrijecido em compressão uniforme .....	33
Figura 14: Alma com um único enrijecedor longitudinal na parte comprimida .....	35
Figura 15: Definição das distâncias $e_1$ e $e_2$ .....	39
Figura 16: Comparação entre MTR e MLE .....	39
Figura 17: Interação entre os comportamentos tipo placa e tipo pilar.....	42
Figura 18: Curvas de instabilidade .....	46
Figura 19: Elemento finito Shell 181 .....	48
Figura 20-Diferença entre os métodos analíticos .....	<b>Erro! Indicador não definido.</b>
Figura 21-Diferença entre os MEF pelos Métodos analíticos ...	<b>Erro! Indicador não definido.</b>

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Geometria de viga I enrijecida longitudinal .....	54
Tabela 2: Validação da folha de cálculo para o MLE .....	55
Tabela 3: Validação da folha de cálculo para o MTR .....	55
Tabela 4: Geometria de viga I enrijecida longitudinal .....	62
Tabela 5: Comparação entre experimental e MEF .....	62

## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Relação entre $FR_{EXP}/FR_{MEF}$ .....	63
Gráfico 2: Gráfico referente ao efeito da posição do enrijecedor longitudinal MEF.....	63
Gráfico 3: Comparação método analíticos e métodos numéricos .....	67

## SUMÁRIO

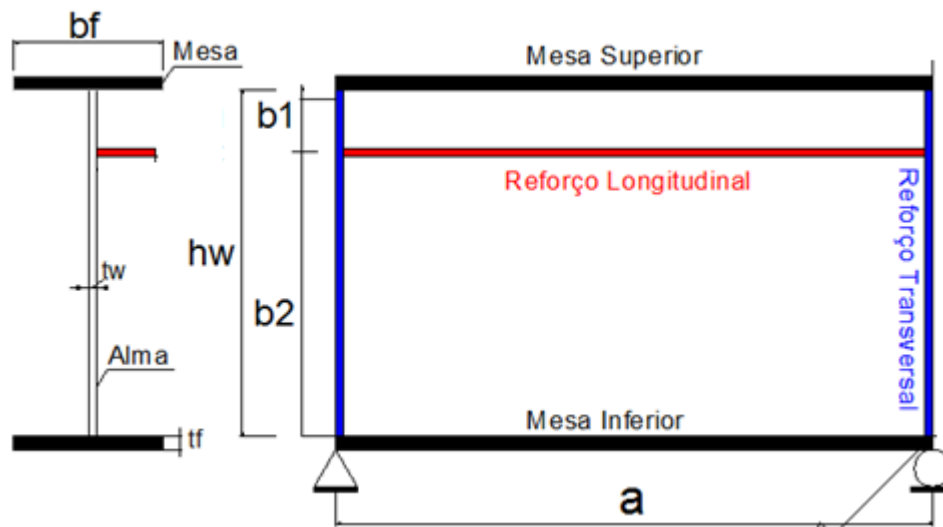
<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>14</b>
<b>1.1 Justificativa .....</b>	<b>15</b>
<b>1.2 Objetivos.....</b>	<b>15</b>
1.2.1 Objetivo geral .....	15
1.2.2 Objetivos específicos.....	15
<b>2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>16</b>
<b>2.1 Viga I de aço de alma esbelta enrijecida.....</b>	<b>16</b>
2.1.1 Comportamento estrutural de vigas I.....	17
2.1.2 Estabilidade de placas.....	18
2.1.3 Comportamento pós-Instabilidade .....	19
<b>2.2 Verificação das seções esbeltas enrijecidas longitudinalmente .....</b>	<b>22</b>
2.2.1 Procedimentos para determinar a capacidade de carga de acordo com a norma europeia EN 1993-1-5 (2006).....	23
2.2.1.1 Método da Largura Efetiva (MLE).....	24
2.2.1.2 Método da Tensão Reduzida (MTR).....	39
2.2.2 Procedimentos de verificação de seções esbeltas segundo a AASHTO (2014).....	44
2.2.3 Procedimentos de verificação de Estados limites últimos NBR 8800 .....	44
<b>2.3 Análise de elementos finitos .....</b>	<b>44</b>
2.3.1 Método de análise.....	45
2.3.2 Análise de estabilidade .....	47
2.3.3 Critério de convergência.....	47
2.3.4 Elemento de casca .....	49
2.3.5 Aspectos regulamentares .....	49
2.3.6 Imperfeições geométricas .....	49
2.3.7 Propriedade dos materiais.....	50
<b>3 METODOLOGIA.....</b>	<b>51</b>
<b>3.1 Desenvolvimento e validação do modelo analítico.....</b>	<b>53</b>
3.2.1 Validação das folhas de cálculo.....	54
<b>3.2 Desenvolvimento do Ansys APDL.....</b>	<b>55</b>

3.2.1 Pré-processamento .....	56
3.2.2 Análise linear .....	59
3.2.3 Análise não linear e validação do modelo numérico .....	61
<b>4 RESULTADOS .....</b>	<b>67</b>
<b>5 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>71</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>72</b>
<b>Apêndice A: Validação da planilha de cálculo desenvolvida no programa computacional SMath Studio, baseado na norma EN 1993 1-5:2006.....</b>	<b>67</b>
<b>Apêndice B: Validação da planilha de cálculo desenvolvida no programa computacional SMath Studio, baseado na norma EN 1993 1-5:2006.....</b>	<b>124</b>
<b>APÊNDICE C: Planilha de cálculo desenvolvida no programa computacional SMath Studio, baseado na norma ABNT NBR 8800 (2008).....</b>	<b>136</b>
<b>APÊNDICE D: Planilha de cálculo desenvolvida no programa computacional SMath Studio, baseado na norma AASHTO (2014).....</b>	<b>143</b>
<b>APÊNDICE E: Modelo paramétrico para viga esbelta com enrijecedores longitudinais para uma análise de Instabilidade elástica .....</b>	<b>148</b>
<b>APÊNDICE F: Modelo paramétrico para viga esbelta com enrijecedores longitudinais para uma análise de Instabilidade elástica para as vigas VT05 .....</b>	<b>159</b>
<b>APÊNDICE G: Modelo paramétrico para viga esbelta sem enrijecedor longitudinal</b>	<b>176</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Vigas de alma esbelta I são elementos estruturais de aço utilizados na confecção de pontes, viadutos ou edifícios industriais, submetidos a esforço combinado de flexão e cisalhamento. A esbeltez é determinada pela relação entre altura da alma ( $h_w$ ) e sua espessura ( $t_w$ ), normalmente compreendida entre 150 e 300 (Figura 1). É o cisalhamento faz com que ocorra instabilidade na alma, necessitando posicionar enrijecedores transversais e longitudinais com função de melhorar a estabilidade destes elementos estruturais. O enrijecedor longitudinal é colocado próximo à mesa superior ( $b_1=0.25h_w$ ), conforme Klöppel e Scheer (1960), na região de compressão da alma, fazendo com que o painel global da alma (Figura 1) passe a ter dois subpainéis (de dimensões verticais  $b_1$  e  $b_2$ ) delimitados pelos enrijecedores longitudinais e transversais.

Figura 1: Alma enrijecida de uma viga de seção do tipo I



Fonte: O Autor, 2017.

A determinação da capacidade de carga de seções transversais esbeltas pode ser obtida através de simulações numéricas pelo método dos elementos finitos, ou com o uso de normas técnicas. O presente trabalho tem como proposta analisar a capacidade de carga de vigas esbeltas submetidas à flexão variando a posição do enrijecedor longitudinal, através das formulações das normas EN 1993-1-5 (2006), AASHTO (2014) e NBR 8800 (ABNT, 2008), numericamente também através do método discreto de elementos finitos que considera todos os tipos de imperfeição geométrica.

## **1.1 Justificativa**

A determinação da capacidade de resistência de seções transversais esbeltas é complexa quando obtida por simulações numéricas de elementos finitos, que necessitam de maior tempo no dimensionamento das estruturas. Assim, a verificação da capacidade de carga dessas estruturas afeta diretamente seu peso, permitindo determinar a espessura da alma e o uso ou não de enrijecedores. Em vista disso, considera-se necessário avaliar os métodos analíticos pelas normas empregadas nas seções esbeltas e comparar com aqueles obtidos pelos métodos discretos de elementos finitos, justificando a realização do presente trabalho de pesquisa.

## **1.2 Objetivos**

### 1.2.1 Objetivo geral

Estudar modelos teóricos e numéricos de vigas I de aço de alma esbelta considerando enrijecedores longitudinais.

### 1.2.2 Objetivos específicos

- a) Modelar e atualizar geometrias para o modelo numérico de acordo com a norma EN 1993-1-5 (2006);
- b) Analisar a influência da posição do reforço longitudinal na capacidade de carga da viga;
- c) Comparar resultados de prescrições de normas, modelos numéricos e soluções analíticas.



## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nesta revisão bibliográfica são apresentados, brevemente, em uma perspectiva teórica, os temas que serão posteriormente desenvolvidos durante todo o trabalho, dentre os quais, primeiramente, a descrição da viga I de aço de alma esbelta enrijecida, seguido da descrição do comportamento estrutural de vigas esbeltas, como a estabilidade e o seu comportamento pós-bifurcação. Após, discorre-se sobre os métodos de determinação de capacidade de carga descritos pelas normas europeia EN 1993-1-5 (2006) e americana (AASHTO (2014) equivalente à brasileira ABNT NBR 8800 (2008), e sobre os métodos numéricos através da análise de elementos finitos utilizando software Ansys.

### 2.1 Viga I de aço de alma esbelta enrijecida

As vigas em aço de alma esbelta são assim nominadas quando sua relação  $h_w/t_w$  for entre 150 e 300 segundo a norma europeia e americana, no entanto para a norma brasileira essa relação entre 150 e 360.  $h_w$  é altura da alma e  $t_w$  a espessura da alma, sendo necessários na maioria das vezes enrijecedores longitudinais para evitar a instabilidade.

Os trabalhos que relatam instabilidade de placas reforçadas longitudinalmente para o cisalhamento puro tiveram início com Timoshenko (1921). A partir disso, sucederam-se pesquisas sobre placas enrijecidas que relatam a instabilidade das placas retangulares apoiadas e submetidas à flexão (ROCKEY; LEGGETT, 1962; COOPER, 1963; OWEN; ROCKEY; SKALOUD, 1970; OSTAPENKO; CHERN, 1971), sendo considerado a posição ótima para enrijecedor longitudinal  $h_w/5$  (DUBAS, 1948) e  $h_w/4$  (KLÖPPEL; SCHEER, 1960), que quando posicionados adequadamente melhoram a distribuição das tensões (SUBRAMANIAN, 2015) e a estabilidade da placa (LAGERQVIST; JOHANSSON, 1996; GRACIANO; JOHANSSON, 2003; GRACIANO; MENDES 2014; GRACIANO; CASANOVA; ZAPATA-MEDINA, 2015).

Outro ponto importante na estabilidade das placas refere-se às imperfeições geométricas modeladas por elementos finitos, que podem reduzir a capacidade de carga. Nessa direção, BRAUN (2010) e SILVA (2008) estudaram vigas de alma esbelta enrijecidas longitudinalmente, utilizando análise de elementos finitos pelo software Ansys, realizando uma

análise não linear, incorporando as imperfeições geométricas de acordo com a recomendação da norma europeia que traz a modelagem de imperfeições (MUPETA; JOHN; HIRANI, 2015). Os referidos autores evidenciaram que a amplitude da imperfeição produz decréscimo na carga de ruptura e, se a forma de imperfeição se assemelhar ao modo de estabilidade irá reproduzir uma diminuição ainda maior na capacidade de carga (ALEXANDRU, 2014).

Nesse contexto também se faz importante a norma americana AASHTO (2014), que determina a capacidade de carga através de um fator de redução  $R_b$ , e não considera as características do reforço longitudinal. Assim, Subramanian e White (2017a) analisaram os métodos analíticos da AASHTO (2014) e EN 1993-1-5 (2006), e métodos numéricos de elementos finitos, concluindo que as verificações especificadas pela norma europeia diferem dos resultados obtidos pelo MEF, pelo fato de que as tensões residuais e imperfeições geométricas são aproximadas (SUBRAMANIAN; WHITE, 2017b).

Park *et al* (2016) descrevem que as especificações da AASHTO (2014) foram altamente conservadoras para vigas enrijecidas longitudinalmente, e essa diferença tem um aumento significativo à medida que aumenta a esbeltez. No entanto a Eurocode 3 apresentou resultados conservadores quando comparado com elementos finitos, e superiores quando comparado com a norma americana.

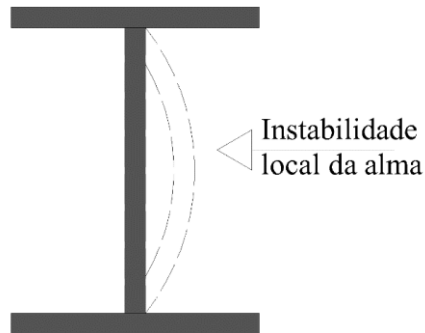
### 2.1.1 Comportamento estrutural de vigas I

O colapso do perfil I de alma esbelta pode ocorrer pela perda de estabilidade global e local, caracterizadas pela esbeltez global ( $\lambda$ ) da placa e pela esbeltez local (relação largura-espessura,  $b/t_w$ ) dos elementos que compõem a seção transversal (PFEIL, 2009). A instabilidade de elementos unifilares (uma das dimensões muito maior que as outras duas) pode ser classificada como global, local e distorcional.

A instabilidade global é um fenômeno característico de barras submetidas à compressão, que podem sofrer instabilidade por flexão, torção e flexotorção, a partir da carga que instabiliza a estrutura, com elevado índice de esbeltez global. A instabilidade local é a perda de estabilidade de uma chapa do perfil (alma, aba ou enrijecedor de borda), e se caracteriza pela flexão dos elementos da seção transversal, sem que haja deslocamentos ou mudança nos ângulos das arestas (Figura 2: Instabilidade local de seção). A instabilidade distorcional ocorre quando os pontos de união das chapas se movem, configurando outro tipo de instabilidade, é

causada pela perda de estabilidade de um elemento comprimido mais enrijecedores (PFEIL, 2009).

Figura 2: Instabilidade local de seção com alma



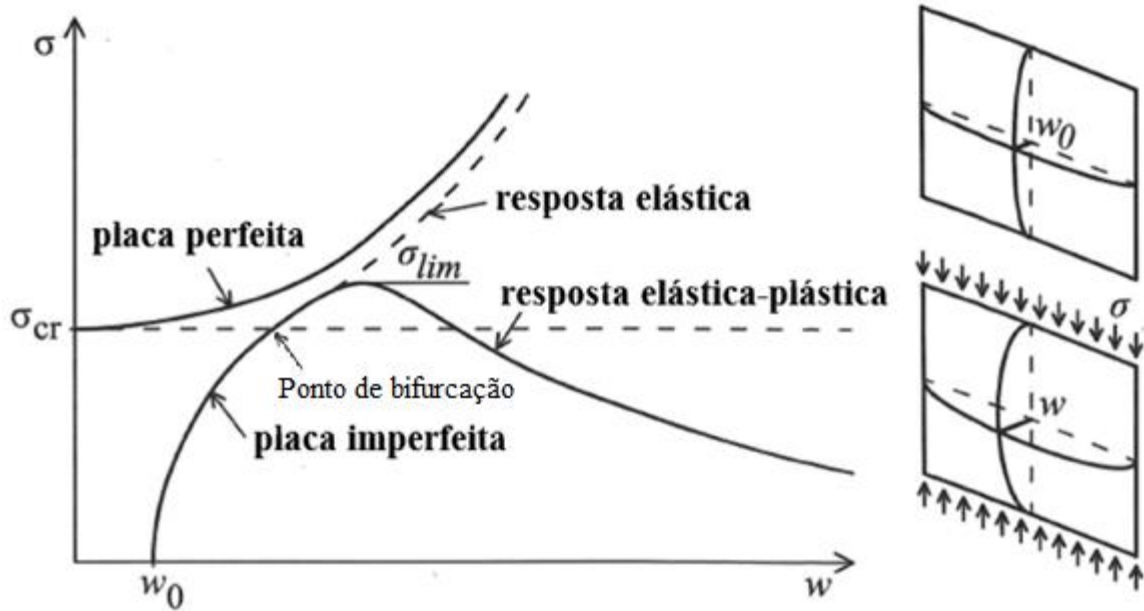
Fonte: Pfeil (2009).

Com a finalidade de aumentar a estabilidade das vigas I de alma esbelta, as normas AASHTO (2014) e EN 1993-1-5 (2006) prescrevem a utilização de reforços longitudinais e transversais. A norma brasileira da Associação Brasileira de Normas Técnicas, NBR 8800 (ABNT, 2008) indica o uso de reforços horizontais e transversais e a verificação dos estados limites últimos, que podem ser examinados pela flexão local da mesa, pelo escoamento e enrugamento local da alma, pela instabilidade lateral com torção e, ainda, pela instabilidade da alma por compressão.

### 2.1.2 Estabilidade de placas

Análise de estabilidade de placas em estruturas esbeltas envolvem o estado pós-crítico (placas “esbeltas” em compressão possuem capacidade resistente pós-crítica significativa), que podem ser observados na figura 3 uma placa esbelta submetida a compressão.

Figura 3: Trajetórias de equilíbrio

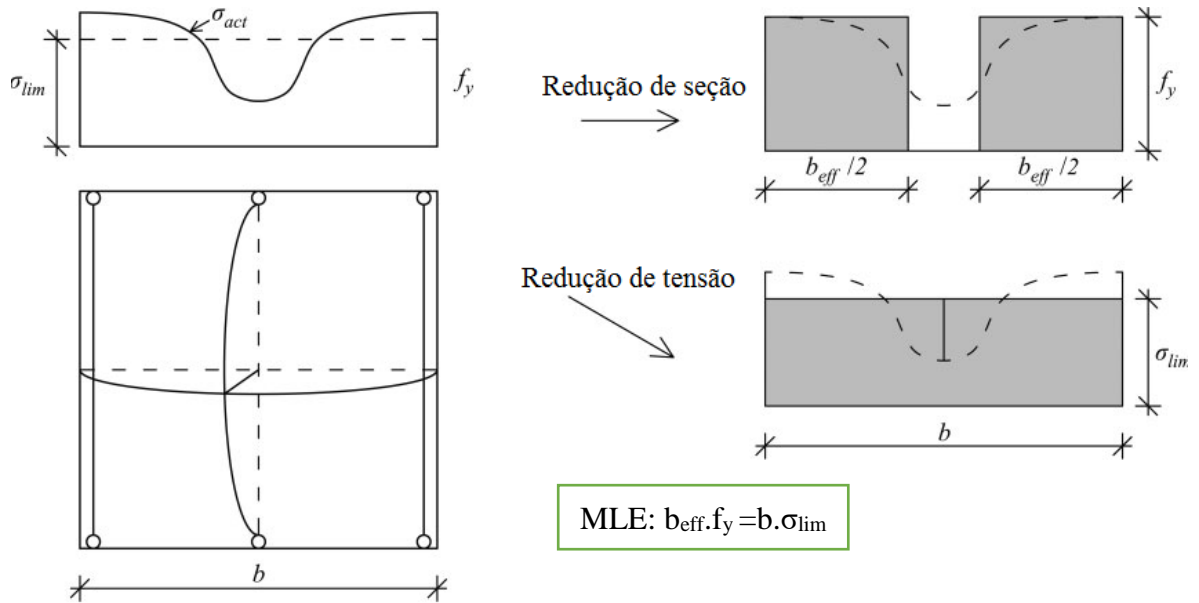


Fonte: Beg (2012).

Nota-se figura 3 que para placas sem imperfeições geométricas o comportamento pós-crítico é muito evidentes, enquanto que para placas com imperfeições a transição entre o comportamento pré-crítico e pós-crítico é gradual, e para imperfeições maiores é quase imperceptível. Quando a tensão crítica de Instabilidade elástica é alcançada, a capacidade resistente não se esgota, e ainda aumenta mais até que ocorra o escoamento de partes da placa. No estado pós-crítico a redistribuição das tensões de compressão realiza-se com a redução de tensões na parte do meio do painel que flambou onde a rigidez axial é diminuída, e com o aumento das tensões perto das extremidades longitudinais apoiadas da placa (BARBOSA 2016).

A capacidade de carga é alcançada após a tensão máxima ter atingido a resistência de escoamento na extremidade da placa. Pelo fato de não ser prático trabalhar com a distribuição não linear de tensões reais, a norma europeia desenvolveu o método da largura efetiva (MLE) e o método da tensão reduzida (MTR), como demonstra-se na Figura 4.

Figura 4: Ideias básicas do MLE e MTR



Fonte: Beg (2012).

O MLE é baseado na redução da seção transversal na região central da placa onde ocorre a instabilidade, assumindo larguras efetivas  $b_{eff}$ , adjacentes às extremidades com tensões iguais à resistência ao escoamento do aço ( $f_y$ ), em toda a largura efetiva. Entretanto, o MTR baseia-se na tensão média ( $\sigma_{lim}$ ), na distribuição de tensões reais ( $\sigma_{act}$ ) e no estado limite último. No entanto, o MLE é sujeito a algumas limitações, pois não considera a continuidade física entre os elementos.

A redução de uma seção transversal ou a redução de tensões é tal que o equilíbrio com a atual distribuição de tensões é mantida, conforme Winter (1974) apud Beg et al.(2010) o fator de redução de Instabilidade de placa  $\rho$  é determinado pela equação (1):

$$\rho = \frac{b_{eff}}{b} = \frac{\sigma_{lim}}{f_y} \quad (1)$$

A carga crítica é calculada como uma força aplicada no plano médio da placa, onde a carga  $\sigma_{cr}$ , pode ser obtida com a Equação 2, e uma aproximação do coeficiente de instabilidade é mostrada na Equação 3 (UNOSSON, 2003).

$$\sigma_{cr} = k_f \cdot \frac{\pi^2 \cdot E}{12(1-\nu^2)} \cdot \frac{t_w^3}{h_w} \quad (2)$$

$$k_f = \begin{cases} 6 + 2 \cdot \left(\frac{h_w}{a}\right)^2 \\ 2 + 6 \cdot \left(\frac{S_s}{h_w}\right) \leq 6 \end{cases} \quad (3)$$

Na Equação 1,  $k_f$  é o coeficiente de Instabilidade local e depende das condições de vínculos da chapa (apoio simples, engaste ou bordo livre), da relação  $b/t_w$  (esbeltez da chapa), e da distribuição das tensões na chapa (compressão, cisalhamento ou flexão). Na Equação 2, o  $E$  é o módulo de elasticidade,  $\nu$  coeficiente de Poisson,  $t_w$  espessura da alma e  $h_w$  altura da alma,  $a$  comprimento da placa e  $S_s$  comprimento de carga.

## 2.2 Determinação da capacidade de carga das seções esbeltas enrijecidas longitudinalmente

Nesta seção são descritos os métodos de verificação da capacidade de carga resistente de seções esbeltas descritos pela norma europeia EN 1993-1-5 (2006), que descreve os princípios gerais das análises via método dos elementos finitos (MEF) que podem ser utilizados para calcular as tensões críticas elásticas ou determinar a capacidade resistente por meio de uma análise não linear considerando as imperfeições. Ainda, descreve-se sobre a norma americana da Associação Norte-Americana de Especialistas Rodoviários e de Transporte (AASHTO, 2014) e, por fim, a norma brasileira, a NBR 8800 (ABNT, 2008), abordando métodos para calcular a capacidade de carga de vigas em aço, a estabilidade e as dimensões necessárias para os elementos estruturais.

### 2.2.1 Procedimentos para determinar a capacidade de carga de acordo com a norma europeia EN 1993-1-5 (2006)

A norma europeia - EN 1993-1-5 (2006) - descreve dois métodos para a determinação da capacidade de cargas de vigas esbeltas pelo MTR e MLE. O último envolve elementos estruturais com seções transversais típicas (viga I ou caixão), compostas por placas enrijecidas ou não enrijecidas (painel de alma de viga I, caixão e viga caixão) com largura uniforme dos enrijecedores transversais rígidos. O MTR, por sua vez, não é aplicado exclusivamente a essas seções transversais, fornecendo uma possibilidade para seções transversais não uniformes, por

exemplo, vigas com mísulas, painéis não retangulares, alma de viga com abertura grande (diâmetro maior que  $0,05b$ ), regular ou irregular, elementos com mesas não paralelas e placas com enrijecedores não ortogonais (BARBOSA, 2016).

A verificação da capacidade de carga MLE deve cumprir os seguintes requisitos:

a) Painéis e subpainéis retangulares devem apresentar o ângulo  $\alpha$  (Figura 5: Definição do ângulo  $\alpha$ ) que não exceda  $10^\circ$ , caso isso ocorra deve ser considerada a largura em ambas as extremidades do painel;

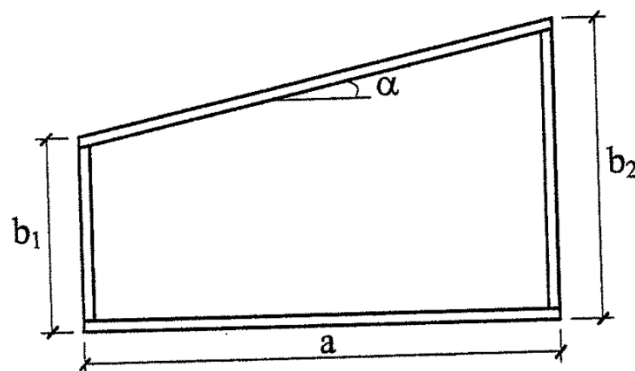
b) Enrijecedores (caso existam) devem ser posicionados na direção das tensões normais longitudinais (enrijecedores longitudinais), e/ou na direção perpendicular à anterior (enrijecedores transversais);

c) As aberturas não enrijecidas ou entalhes (caso existam) devem ser pequenas, com diâmetros inferiores a  $0,05b$ , onde  $b$  é a largura do painel;

d) Painéis devem ter seção transversal constante, porém, quando não ocorre essa condição, deve ser adotada a menor espessura;

e) A instabilidade da alma deve ser induzida pela determinação da esbeltez (razão  $h_w/t_w$ ) ou por enrijecimento apropriado.

Figura 5: Definição do ângulo  $\alpha$



Fonte: Silva e Gervásio (2007).

#### 2.2.1.1 Método da Largura Efetiva (MLE)

O método MLE é baseado na norma europeia, que introduz o conceito de classes de seção transversal, usado para analisar antecipadamente a resistência à flexão e à compressão de aço estrutural com relação ao risco de instabilidade local. As seções transversais são classificadas numa escala de 1 a 4, com base na esbeltez dada pela relação  $h_w/t_w$ . Assim:

a) Classe 1: são aquelas seções transversais que podem formar uma rótula plástica com capacidade de rotação a partir da análise plástica, sem a redução da capacidade de resistência;

b) Classe 2: são as seções transversais que podem desenvolver o momento resistente plástico, mas têm capacidade de rotação limitada por causa da instabilidade local;

c) Classe 3: esta categoria de seções transversais assume uma distribuição de tensão elástica, onde a tensão de compressão pode alcançar a resistência de escoamento do aço, mas a instabilidade local impede o desenvolvimento do momento resistente plástico;

d) Classe 4: nesta subdivisão de seções transversais, a instabilidade local ocorre antes da tensão de compressão, na fibra extrema, alcançando a resistência ao escoamento, em uma ou mais partes da seção transversal.

A norma EN 1993-1-5 (2006) também descreve que para determinar a resistência à estabilidade de seções da Classe 4, quando submetidas a tensões normais, deve-se utilizar os elementos da Classe 3. A determinação da capacidade resistente da seção transversal é dada por:

a) Seção transversal *classe 3*: evidencia uma distribuição elástica de tensões ao longo da seção transversal, determinando a capacidade de resistência pelo início do escoamento na fibra mais comprimida;

b) Seção de *classe 4* submetida a tensões normais: ocorre uma distribuição de tensão elástica ao longo da seção transversal, considerando a capacidade resistente do início do escoamento na fibra mais comprimida da seção transversal “efetiva”.

A seção transversal “reduzida” é designada como seção transversal “efetiva” porque se baseia no conceito de “largura efetiva”, segundo o qual ao ocorrer uma instabilidade local de placa, na parte comprimida da seção. Esta parte deixa de ser eficiente (não efetiva) na transmissão de tensões normais.



Figura 6-Definições das classes EN 1991-1-1:2005

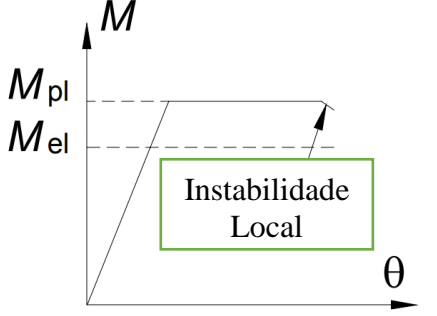
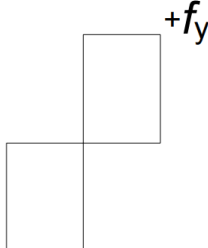
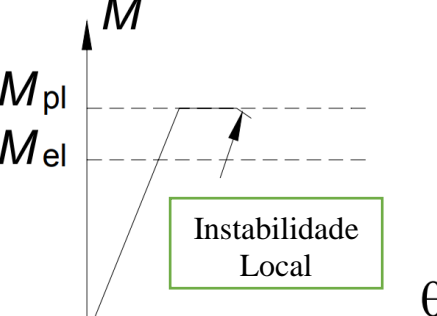
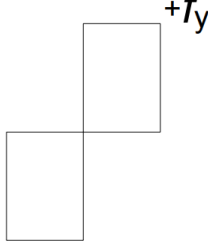
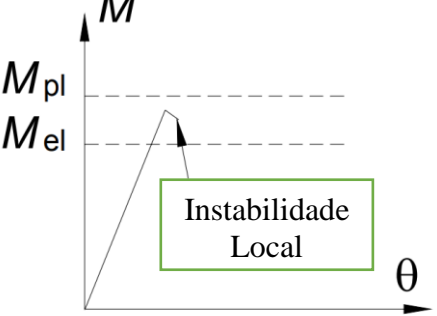
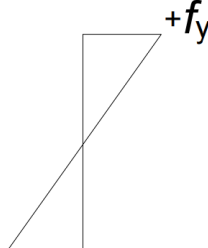
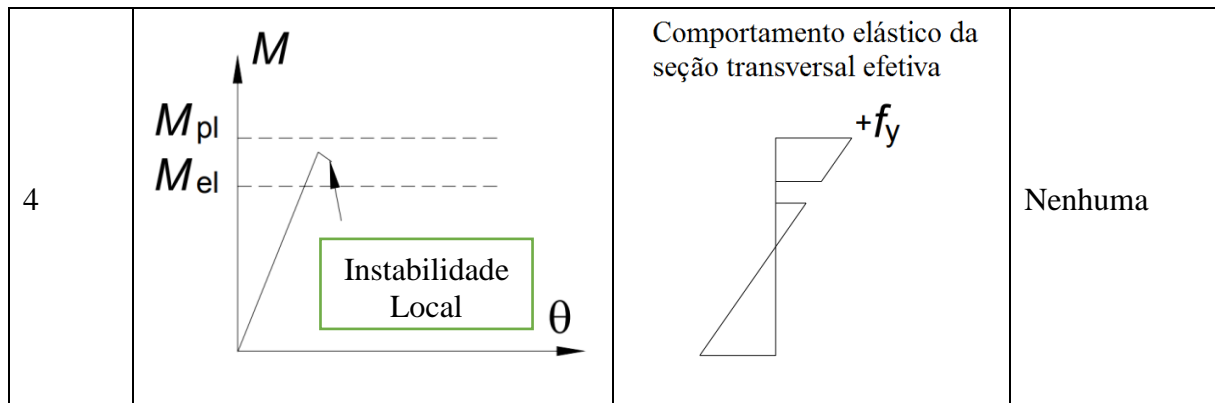
Classe	Modelo do comportamento	Resistencia de cálculo	Capacidade de rotação plástica
1		<p>Comportamento Plástico da seção transversal bruta</p> 	Significativa
2		<p>Comportamento Plástico da seção transversal bruta</p> 	Limitada
3		<p>Comportamento elástico da seção transversal bruta</p> 	Nenhuma

Figura 6 - continuação



Fonte: Adaptado de Beg et al. (2010).

A determinação da capacidade de carga das seções transversais deve ser efetuada utilizando as propriedades geométricas das correspondes seções efetivas. Assim, para seções esbeltas, definidas como Classe 4, recomenda-se a utilização das seções como uma forma de incorporar os efeitos da instabilidade local.

Especificamente para a seção efetiva para Classe 4, torna-se necessário verificar a segurança dos elementos, a partir da determinação das seções efetivas, realizada placa a placa, com base nas respectivas larguras efetivas, utilizando a fórmula de Winter representadas pelas equações 4 e 5:

$$\frac{\sigma_{lim}}{f_y} = \sqrt{\frac{\sigma_{cr}}{f_y} \left(1 - 0,22 \frac{\sigma_{cr}}{f_y}\right)} \quad (4)$$

$$\frac{\sigma_{lim}}{f_y} = \frac{1}{\lambda} \left(1 - \frac{0,22}{\lambda}\right) \quad (5)$$

O método da largura efetiva é a tensão de escoamento uniformemente da seção efetiva ( $b_{eff}f_y$ ) igual a tensão média máxima que a placa suporta  $b\sigma_{lim}$ . Nota-se que a seção efetiva é calculada a partir da área efetiva das placas comprimidas, a qual, além das condições de apoio nas extremidades em cada placa, deve ter considerado o efeito de instabilidade da placa (SILVA; GERVÁSIO, 2007). Torna-se, assim, importante considerar sobre:

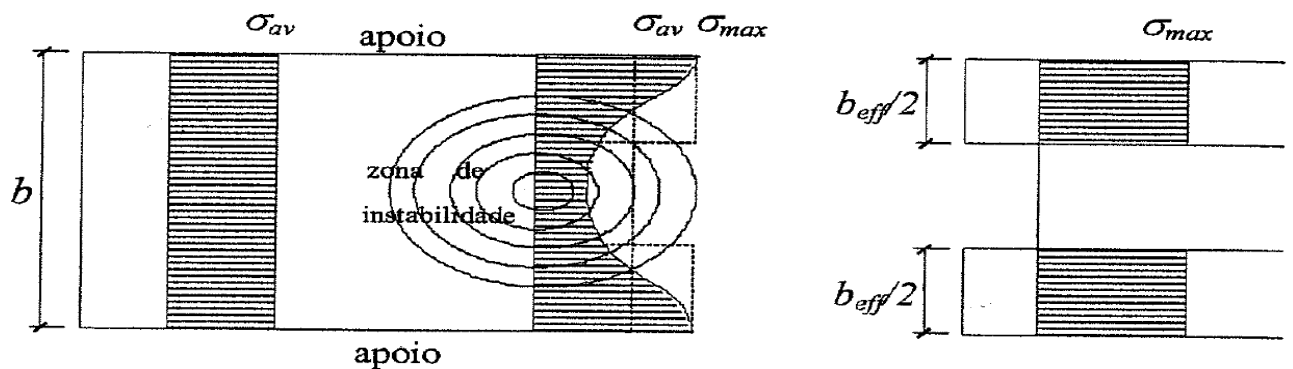
a) Áreas efetivas de elementos de placa sem reforço longitudinal

No caso de seções constituídas por placas não reforçadas, a largura efetiva ( $b_{c,eff}$ ) de uma placa é dada pela Equação 6, também visualizada na Figura 7, onde se tem que a maior parte do carregamento é resistido pelas bordas longitudinais da placa. Conforme Von Karman (Equação 7) (1930) a resistência última é obtida igualando a tensão crítica de uma placa equivalente com a largura efetiva à tensão de escoamento do aço a placa é, assim, efetivamente substituída por duas regiões com tensão constante e uma zona central descarregada.

$$b_{c,eff} = \rho_{loc} b_c \quad (6)$$

$$\frac{\sigma_{lim}}{fy} = \sqrt{\frac{\sigma_{cr}}{fy}} \quad (7)$$

Figura 7: Conceito de largura efetiva



Fonte: Silva e Gervásio (2007).

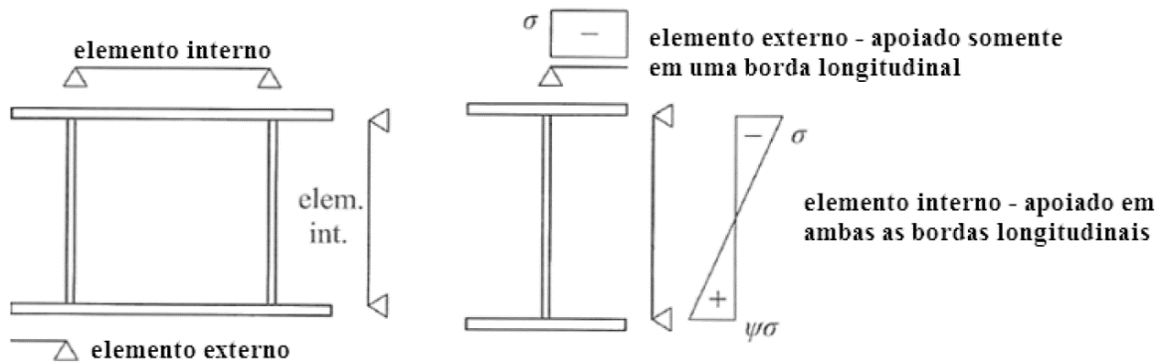
Pela análise da Equação 8 e Figura 8 tem-se que a área efetiva da parte comprimida ( $A_{c,eff}$ ) de uma placa não enrijecida com área bruta da parte comprimida ( $A_c$ ) pode ser dada pela Equação 4:

$$A_{c,eff} = \rho_{loc} A_c \quad (8)$$

O fator de redução para instabilidade de placa  $\rho_{loc}$  refere-se a um painel simples, ou no caso de placas enrijecidas, um subpainel. Essa redução depende da distribuição de tensão normal longitudinal ( $\psi$ ) ao longo da largura da placa ( $b$ ), e das condições de contorno ao longo

das bordas longitudinais. A norma EN 1993-1-5 (2006) fornece dois coeficientes de redução, um para elementos internos comprimidos (AA) e outro para elementos externos comprimidos (AL), conforme ilustra a Figura 8.

Figura 8: Exemplo de elementos de placa interno (AA) e externo (AL) de seções transversais



Fonte: Adaptado de Beg et al. (2010).

O  $\rho_{loc}$  é o fator de redução para instabilidade da placa de elementos internos comprimidos, representada pela Equação 9 e 10:

$$\rho_{loc} = \frac{\lambda_p - 0.055(3 + \psi)}{\lambda_p^2} \leq 1 \text{ para } \lambda_p > 0,5 + \sqrt{0,085 - 0,055\psi} \quad (9)$$

$$\rho_{loc} = 1 \text{ para } (0,5 + \sqrt{0,085 - 0,055\psi}) \quad (10)$$

Na referida equação tem-se que  $\psi$  é a razão de tensões nas duas bordas da placa ( $\sigma_1/\sigma_2$ ), com a máxima tensão de compressão no denominador, ainda, que  $\lambda_p$  é a esbeltez da placa. Para o caso de elementos externos utiliza-se a Equação 11 e Equação 12:

$$\rho_{loc} = \frac{b_c}{b} = \frac{\lambda_p - 0.188}{\lambda_p^2} \leq 1 \text{ para } \lambda_p > 0.748 \quad (11)$$

$$\rho_{loc} = 1 \text{ para } \lambda_p \leq 0.748 \quad (12)$$

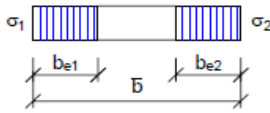
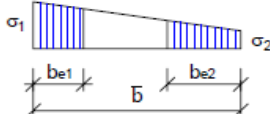
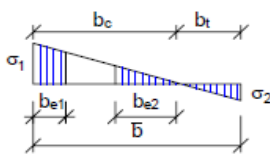
Em que, em ambos os casos, a esbeltez relativa da placa é definida como a raiz quadrada da razão entre a força de escoamento e a força crítica elástica da parte comprimida da placa isolada (sem os enrijecedores) dada pela Equação 13 e 14:

$$\lambda_p = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}} = \frac{b/t}{28,4\xi\sqrt{k_\sigma}} \tag{13}$$

$$\xi = \sqrt{\frac{2,35}{f_y}} \tag{14}$$

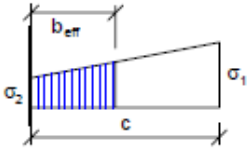
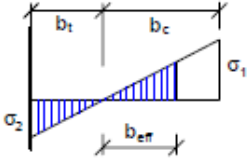
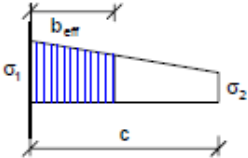
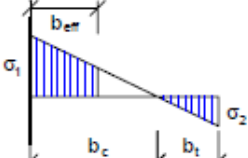
Em placas apoiadas e não enrijecidas em compressão, submetidas à distribuição linear de tensão, as larguras efetivas são determinadas conforme demonstra-se nas Figura 9 e Figura 10, onde  $K_\sigma$  é fator de instabilidade correspondente a razão  $\psi$  as condições de contorno. No entanto, se uma parte da placa está tracionada, a largura de toda a placa é usada no cálculo da esbeltez (Equação 13), porém, somente a parte comprimida da largura  $b_c$ , é usada para calcular a  $b_{c,eff}$ .

Figura 9: Larguras efetivas para elemento comprimido interno

Distribuição de tensão (compressão positiva)		Largura efetiva				
		$\psi = 1:$ $b_{eff} = \rho \bar{b}$ $b_{e1} = 0,5 b_{eff} \quad b_{e2} = 0,5 b_{eff}$				
		$1 > \psi \geq 0:$ $b_{eff} = \rho \bar{b}$ $b_{e1} = \frac{2}{5 - \psi} b_{eff} \quad b_{e2} = b_{eff} - b_{e1}$				
		$\psi < 0:$ $b_{eff} = \rho b_c = \rho \bar{b} / (1 - \psi)$ $b_{e1} = 0,4 b_{eff} \quad b_{e2} = 0,6 b_{eff}$				
$\psi = \sigma_2/\sigma_1$	1	$1 > \psi > 0$	0	$0 > \psi > -1$	-1	$-1 > \psi > -3$
Coefficiente de flambagem $k_\sigma$	4,0	$8,2 / (1,05 + \psi)$	7,81	$7,81 - 6,29\psi + 9,78\psi^2$	23,9	$5,98 (1 - \psi)^2$

Fonte: Adaptado da EN 1993-1-5 (2006).

Figura 10: Largura efetivas para elemento comprimido externo

Distribuição de tensão (compressão positiva)		Largura efetiva			
		$1 > \psi \geq 0:$ $b_{\text{eff}} = \rho c$			
		$\psi < 0:$ $b_{\text{eff}} = \rho b_c = \rho c / (1-\psi)$			
$\psi = \sigma_2/\sigma_1$	1	0	-1	$1 \geq \psi \geq -3$	
Coefficiente de flambagem $k_G$	0,43	0,57	0,85	$0,57 - 0,21\psi + 0,07\psi^2$	
		$1 > \psi \geq 0:$ $b_{\text{eff}} = \rho c$			
		$\psi < 0:$ $b_{\text{eff}} = \rho b_c = \rho c / (1-\psi)$			
$\psi = \sigma_2/\sigma_1$	1	$1 > \psi > 0$	0	$0 > \psi > -1$	-1
Coefficiente de flambagem	0,43	$0,578 / (\psi + 0,34)$	1,70	$1,7 - 5\psi + 17,1\psi^2$	23,8

Fonte: Adaptado da EN 1993-1-5 (2006).

#### d) Comportamento tipo placa e tipo pilar

As áreas efetivas dos elementos de placas são calculadas através dos fatores de redução sobre uma placa (fator de redução  $\rho$ ) e um comportamento de coluna ( $\chi_c$  do fator de redução). De acordo com Johansson et al. (2007), o comportamento real se situa entre o comportamento tipo placa e tipo coluna, logo, a resistência de colapso de uma placa enrijecida reflete no comportamento intermediário entre o tipo placa e o tipo coluna por meio do fator de redução final - como se demonstra na Equação 15, tal que:

$$\chi_c \leq \rho_c \leq \rho \quad (15)$$

O fator de redução final  $\rho_c$  é baseado na fórmula apresentada na Equação 16 de interpolação simples:

$$\rho_c = \xi(2 - \xi)(\rho - \chi_c) + \chi_c \quad (16)$$

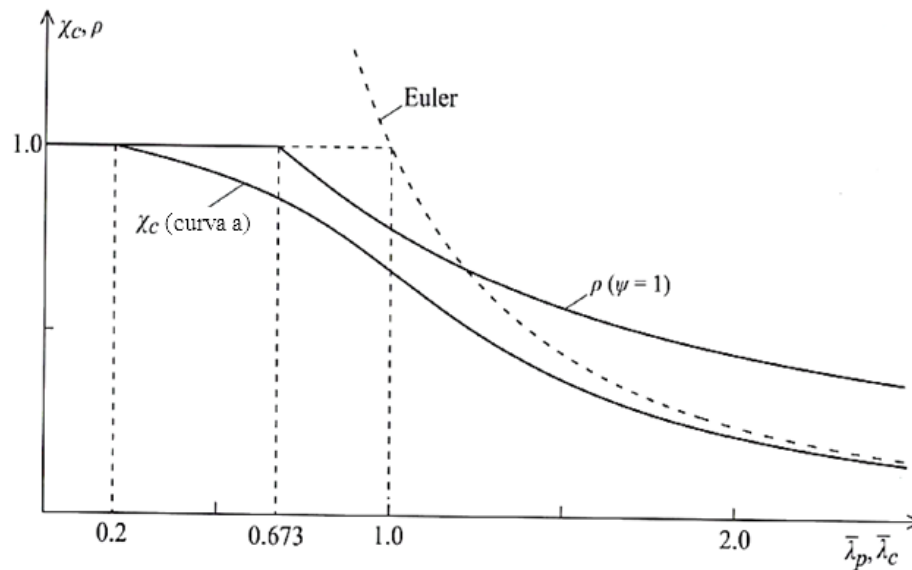
Na Equação 17  $\xi$  é o parâmetro que indica a susceptibilidade de instabilidade tipo placa ou tipo coluna, ou o quanto a tensão crítica elástica tipo placa está distante da tensão crítica elástica tipo pilar;  $\rho$  é o fator de redução devido à instabilidade global com comportamento tipo placa, baseado em  $\bar{\lambda}_p$ ;  $\chi_c$  é o fator de redução devido à instabilidade global com comportamento tipo pilar, baseado em  $\bar{\lambda}_c$  e  $\alpha_e$ , de placas enrijecidas ou não enrijecidas, em que o parâmetro  $\xi$  é a medida da "distância" entre a placa e coluna de acordo com a Equação 11:

$$\xi = \frac{\sigma_{cr.p} - 1e0}{\sigma_{cr.c}} \quad 0 \leq \xi \leq 1 \quad (17)$$

Segundo Johansson et al. (2007), a  $\sigma_{cr.p}$  é maior ou igual a  $\sigma_{cr.c}$ , assim se obtém um resultado positivo de  $\xi$ , evidenciando que o comportamento tipo placa não pode ser mais crítico do que o tipo pilar. Ao se compararem os fatores de redução por meio as equações, a esbeltez Tipo Placa é sempre menor que a esbeltez Tipo Pilar, ou seja  $\lambda_p < \lambda_c$ , visto que  $\beta_{A,c}$  é igual em ambos os casos. A curva de Euler para a placa:

$$\frac{\sigma_{lim}}{f_y} = \frac{\sigma_{cr}}{f_y} \quad (18)$$

Desse modo, para uma mesma placa ao comparar os fatores de redução, o  $\rho$  será sempre maior que o  $\chi_c$ , porque a curva de instabilidade é mais favorável  $\chi_c$  (curva a placa não enrijecida), sempre se encontrando abaixo da curva mais desfavorável  $\rho$  (placa em compressão uniforme), conforme ilustra a Figura 11.

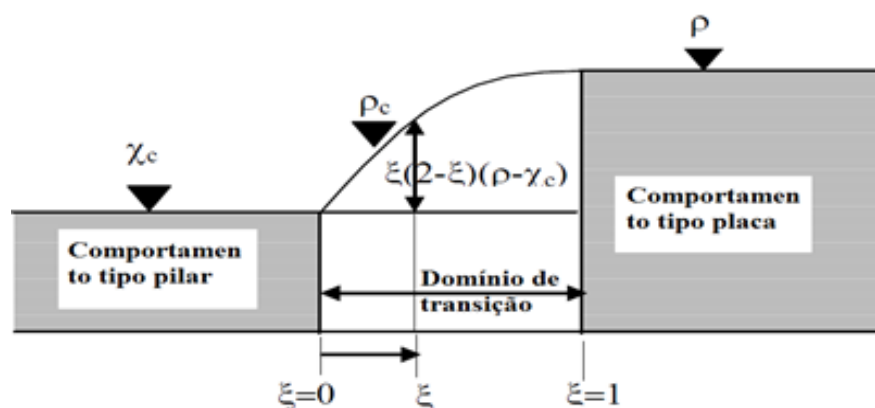
Figura 11: Comparação das curvas  $\chi_c$  e  $\rho$ 

Fonte: Beg et al. (2010).

Barbosa (2016) comenta que é possível considerar  $\rho_c$  igual a  $\chi_c$ , levando um procedimento conservador para a determinação de carga de placas enrijecidas, uma vez que a capacidade resistente pós-crítica da placa enrijecida à instabilidade global é desconsiderada completamente, mas a capacidade resistente pós crítica dos subpainéis continua sendo quantificada.

A Figura 12 expõe os limites atribuídos ao parâmetro  $\xi$ , que representam fisicamente para placas “curtas” ( $\alpha \leq 1,0$ ), e para instabilidade tipo pilar ( $\rho_c = \chi_c$ ), a razão,  $\sigma_{cr,p} / \sigma_{cr,c}$ , é próxima de 1,0 e o valor de  $\xi$ , é próximo de zero. No entanto, para placas “longas” ( $\alpha > 1,0$ ) a razão  $\sigma_{cr,p} / \sigma_{cr,c}$  aumenta para um valor maior ou igual a 2, e  $\xi \geq 1$ , prevalecendo a instabilidade tipo placa ( $\rho_c = \rho$ ).

Figura 12: Comportamento tipo placa e pilar



Fonte: Adaptado de Johansson et al. (2007).

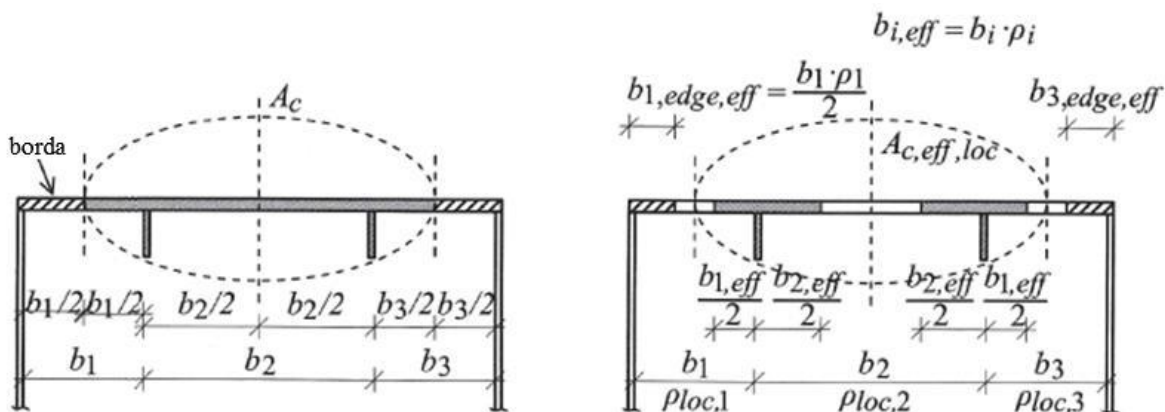


e) Áreas efetivas de elementos de placas com reforços longitudinais

O comportamento da placa está associado ao número de reforços longitudinais localizado na zona de compressão do elemento. No caso de uma placa enrijecida longitudinalmente por um ou dois enrijecedores, e uma distribuição não uniforme de tensões normais (ocorre normalmente em uma alma de uma viga do tipo I ou caixão) a EN 1993-1-5 (2006) apresenta um procedimento simplificado em seu Anexo A (A.1) - *Placa Ortotrópica Equivalente*.

No caso de uma placa reforçada, como ilustrado na Figura 13, nota-se que pode ser subdividida em vários subpainéis, entre os reforços longitudinais, onde  $A_c$  representa área bruta da parte comprimida da placa enrijecida, excetuando-se as partes efetivas das bordas com larguras  $b_{l,dge,eff}$ . Ainda,  $A_{c,eff,loc}$  é a soma das áreas efetivas dos subpainéis e enrijecedores total ou parcialmente comprimidos, excetuando-se as partes efetivas das bordas com larguras  $b_{l,dge,eff}$ .

Figura 13: Definição de  $A_c$  e  $A_{c,eff,loc}$  para um elemento de placa enrijecido em compressão uniforme



Fonte: Adaptado de Johansson et al. (2007).

A área efetiva da parte comprimida da placa enrijecida é representada pela Equação 19:

$$A_{c,eff} = \rho_c A_{c,eff,loc} + \sum b_{edge,eff} t \quad (19)$$

Em tal equação,  $A_{c,eff,loc}$  é a área efetiva de todos os reforços e subpainéis que estejam total ou parcialmente na zona de compressão, como ilustrado na Figura 13,  $\rho_c$  fator de redução para instabilidade de placa. A área  $A_{c,eff,loc}$  é dada pela Equação 20:

$$A_{c,eff,loc} = A_{sl,eff} + \sum \rho_{loc,i} b_{loc,i} t \quad (20)$$

Nessa equação,  $A_{sl,eff}$  é a soma das áreas efetivas dos enrijecedores longitudinais;  $\rho_{loc,i}$  é o fator de redução para instabilidade de placa  $i$ ; ainda,  $b_{loc,i}$  é a largura da parte comprimida de cada subpainel.

c) Comportamento tipo placa, para vigas enrijecidas longitudinalmente

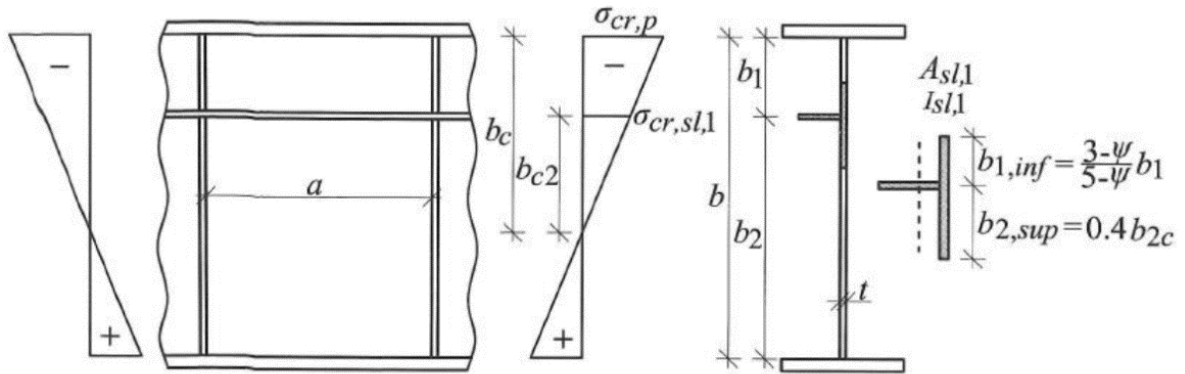
A instabilidade global em modo de placa, traduzida por meio do fator de redução  $\rho$ , necessita da determinação da tensão crítica elástica  $\sigma_{cr,p}$ , e do fator de redução  $\rho_c$  a partir da esbeltez normalizada  $\lambda_p$ . A tensão crítica está associada com o modo de instabilidade tipo placa, que corresponde ao modo no qual a instabilidade local, ou seja, dos subpainéis. Esse modo pode ser considerado o resultado da flexão dos enrijecedores fora do plano da placa.

Para determinação da tensão crítica de instabilidade elástica, a norma fornece dois métodos analíticos de acordo com o número de enrijecedores longitudinais posicionados na parte comprimida. No caso de uma placa com múltiplos reforços longitudinais, essa é tratada como ortotrópica equivalente à tensão crítica (Anexo A.1). No entanto, se um ou dois reforços longitudinais e uma distribuição de tensões normais não for uniforme, a determinação da tensão crítica elástica é baseada numa coluna equivalente (cláusula A.2.1(1)).

Portanto, para uma placa enrijecida com um ou dois enrijecedores, a tensão elástica  $\sigma_{cr,p}$  é calculada pelo método do pilar fictício, que baseia-se em substituir a placa reforçada comprimida por uma série de colunas desligadas entre si - consistindo, cada uma delas, no reforço propriamente dito - e uma largura de placa associada igual ao afastamento entre reforços longitudinais. Cada coluna é posteriormente dimensionada como uma coluna comprimida. Sendo de fácil aplicação, esse método conduz a bons resultados para reforços pouco esbeltos.

Assim, a tensão crítica é obtida a partir da tensão elástica deste pilar equivalente ( $\sigma_{cr,sl}$ ) à área da seção transversal bruta do pilar equivalente  $A_{sl,l}$ , composta pela área bruta da seção transversal do enrijecedor mais próximo à borda com a maior tensão de compressão mais as partes adjacentes de contribuição da placa, como tem-se na Figura 14.

Figura 14: Alma com um único enrijecedor longitudinal na parte comprimida



Fonte: Adaptado de Johansson et al. (2007).

No caso de um reforço apenas na zona comprimida, a tensão crítica elástica do reforço pode ser calculada ignorando-se reforços na zona tracionada (cláusula A2.2(1) da norma em questão) e é dada pelas Equações 21 e 22:

$$\sigma_{cr,sl} = \frac{1,05E}{A_{sl,1}} \frac{\sqrt{I_{sl,1} t^3 b}}{b_1 b_2} \text{ se } \rightarrow a \geq a_c = \sigma_{cr,sl} = \frac{\pi^2 EI_{sl,1}}{\lambda^2} \quad (21)$$

$$\sigma_{cr,sl} = \frac{\pi^2 EI_{sl,1}}{A_{sl,1} a^2} + \frac{Et^3 b a^2}{4\pi^2 (1-\nu^2) A_{sl,1} b_1^2 b_2^2} \text{ se } \rightarrow a < a_c \quad (22)$$

Em tais equações,  $A_{sl,1}$  é a área bruta do pilar equivalente;  $I_{sl,1}$  é o momento de inércia da seção bruta do pilar equivalente, em torno de um eixo centroidal e paralelo ao plano da placa;  $b_1$ ,  $b_2$  são as distâncias entre as bordas longitudinais da alma e o enrijecedor longitudinal;  $b$  é a soma de  $b_1$  com  $b_2$ ; e, por fim,  $a_c$  é o comprimento de Instabilidade.

A largura efetiva  $b_{l,dge,eff}$  da parte comprimida de uma placa enrijecida, similarmente à placa não enrijecida, é uma proporção  $\rho_{loc}$ , da largura real  $b_c$  da parte comprimida. A expressão do fator de redução aplicável  $\rho_{loc}$ , é a mesma utilizada para placa não enrijecida, conforme a Equação 23:

$$\rho_{loc} = \frac{\lambda_p - 0,055(3+\psi)}{\lambda_p^2} \leq 1 \text{ - for - } \lambda_p > 0,5 + \sqrt{0,085 - 0,055\psi} \quad (23)$$

Quando os subpainéis de largura  $b_i$  são esbeltos e submetidos à instabilidade local (entre enrijecedores longitudinais), a interação de instabilidade local e global deve ser considerada, obtida por meio da modificação da esbelteza da placa equivalente, como mostra-se pela Equação 24:

$$\lambda_p = \sqrt{\frac{\beta_{A,c} f_y}{\sigma_{cr,p}}} \quad (24)$$

Na Equação 21,  $\sigma_{cr,p}$  é a tensão crítica de estabilidade elástica da placa enrijecida que podem ser obtidas pelas equações 23 e 24. O valor de  $\beta_{A,c}$  é dado pela Equação 25:

$$\beta_{A,c} = \frac{A_{c,eff,loc}}{A_c} \quad (25)$$

Na Equação 25,  $A_{c,eff,loc}$  é a soma das áreas efetivas dos subpainéis e enrijecedores totais ou parcialmente comprimidos, e  $A_c$  é a área bruta da parte comprimida da placa enrijecida.

#### d) Comportamento tipo pilar

A instabilidade global do comportamento tipo pilar, traduzida pelo fator de redução  $\chi_c$ , é correspondente à metodologia de cálculo da resistência à instabilidade por compressão de acordo com a EN 1993-1-5 (2006) parte 1-1 (cláusula 6.3.1.2). Conforme o procedimento, a tensão crítica elástica é dada pela tensão de instabilidade do elemento de placa com os apoios removidos ao longo das bordas longitudinais, conforme a Equação 26:

$$\sigma_{cr,c} = \frac{\pi^2 E t^2}{12(1-\nu^2) a^2} \quad (26)$$

Para placas com reforços longitudinais, a tensão crítica elástica para o comportamento tipo pilar é a tensão  $\sigma_{cr,sl}$  do enrijecedor mais próximo ao painel de extremidade com a maior tensão de compressão para um pilar bi rotulado, formado por um único enrijecedor, conforme a Equação 27:

$$\sigma_{cr,sl} = \frac{\pi^2 EI_{sl,1}}{A_{sl,1} a^2} \quad (27)$$

Na Equação 18 tem-se que  $A_{sl,1}$  é a área bruta do pilar equivalente;  $I_{sl,1}$  é o momento de inércia da seção bruta do pilar equivalente, em torno de um eixo centroide e paralelo ao plano da placa;  $a$  é o comprimento de instabilidade de um enrijecedor, normalmente igual à distância entre enrijecedores transversais rígidos, ou seja, o comprimento do painel.

A esbeltez normalizada para o comportamento tipo pilar, é definida a partir da Equação 23 e 24:

$$\lambda_c = \sqrt{\frac{\beta_{A,c} f_y}{\sigma_{cr,c}}}, \text{ placas reforçadas longitudinalmente} \quad (28)$$

$$\lambda_c = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr,c}}}, \text{ placas não reforçadas} \quad (29)$$

Em que:

$$\beta_{A,c} = \frac{A_{sl,1,eff}}{A_{sl,1}} \quad (30)$$

Nas referidas equações,  $A_{sl,1}$  é a área bruta da seção transversal do enrijecedor mais as partes adjacentes da placa;  $A_{sl,1,eff}$  é a área efetiva da seção transversal do enrijecedor mais as partes adjacentes da placa levando em conta a instabilidade dos subpainéis.

A Equação 31 para o fator de redução  $\chi_c$  é a mesma que para a instabilidade de pilar:

$$\chi_c = \frac{1}{\phi + (\phi^2 - \lambda_c^2)^{0,5}} \quad (31)$$

Em que:

$$\Phi = 0,5[1 + \alpha(\lambda_c - 0,2) + \lambda_c^2] \quad (32)$$

Nas citadas equações,  $\alpha$  é o fator de imperfeição. O fator de imperfeição  $\alpha$ , tem valor igual a 0,21 para placas não enrijecidas. No entanto, no caso de placas enrijecidas longitudinalmente, o fator de imperfeição  $\alpha$  deve ser ampliado e substituído por um fator de imperfeição equivalente (modificado), onde  $\alpha_e$  representa imperfeição geométrica inicial, dada pela Equação 33:

$$\alpha_e = \alpha + \frac{0,09}{i/e} \quad (33)$$

Na Equação 33,  $\alpha$  é igual a 0,34 para enrijecedores longitudinais com seção fechada vazada e 0,49 para seção aberta, onde o valor de  $\alpha$  é menor para seção fechada em comparação com a seção aberta, porque a seção fechada fornece maior estabilidade e tensões residuais menores (por ter paredes finas e soldas de filete de um lado). Ainda,  $i$  é o raio de giração do enrijecedor;  $e$  é a maior distância dos respectivos centroides da chapa e do enrijecedor se presente em um único lado dos centroides da série de enrijecedores quando presentes em um único lado de dois centroides de dois centroides, da série de enrijecedores quando presente em ambos os lados, ao eixo neutro da coluna efetiva, conforme a figura 15.

O raio de giração do enrijecedor é dado pela Equação 34:

$$i = \sqrt{\frac{I_{sl,1}}{A_{sl,1}}} \quad (34)$$

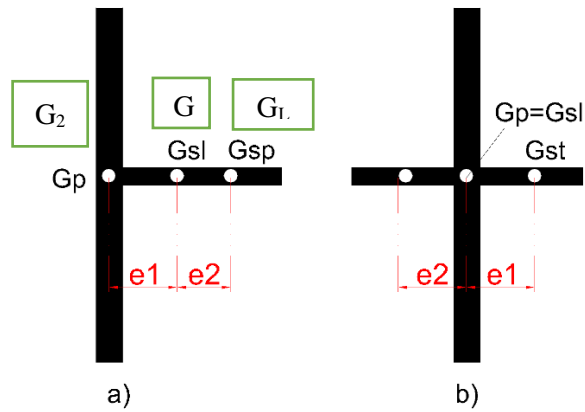
Na Equação 34  $I_{sl,1}$  é o momento de inércia do enrijecedor mais uma contribuição da placa isolada, em relação à flexão fora do plano da placa enrijecida. A distância  $e$  é dada pela Equação 36:

$$e = \max(e_1, e_2) \quad (35)$$

Na Equação 26  $e_2$  é a distância entre os centros de gravidade do enrijecedor  $G_{st}(G_1)$ , e do enrijecedor mais a contribuição da placa  $G_{sl}(G)$  (Figura 15.a);  $e_1$  é a distância entre os centros de gravidade da placa sozinha  $G_p(G_2)$  e do enrijecedor, mais a contribuição da placa  $G_{sl}(G)$ .

Para enrijecedores simétricos e em ambos os lados da placa,  $e_1=e_2$  (Figura 15.b), utilizam enrijecedores longitudinais de um lado da placa, o que resulta em uma excentricidade entre o plano médio da placa isolada e o centro de gravidade da placa enrijecida (Figura 15.a).

Figura 15: Definição das distâncias  $e_1$  e  $e_2$

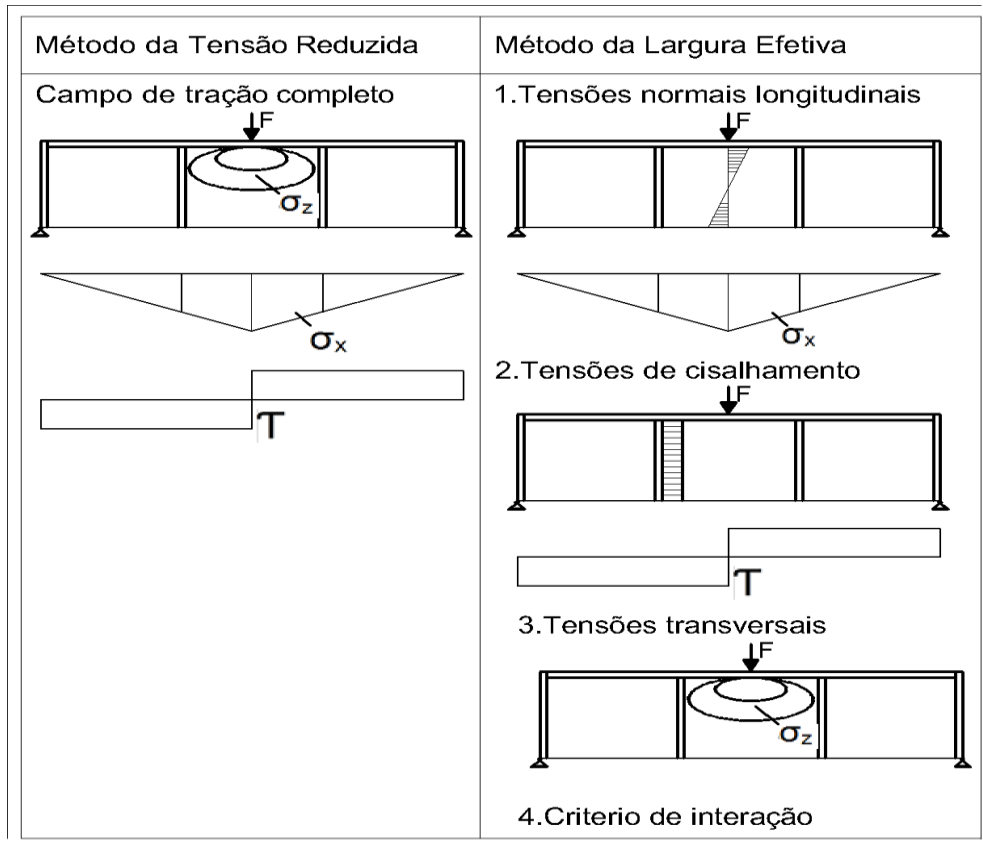


Fonte: Modificado de Beg et al. (2010).

#### 2.2.1.2 Método da Tensão Reduzida (MTR)

O MTR emprega o critério de Von Mises para avaliar a influência entre os tipos de tensões, comparando no painel as tensões obtidas pelo elemento da placa que deforma lateralmente. No mesmo momento em que o MLE verifica cada tipo de esforço, obtendo o efeito combinado deles por meio de uma equação de interação, no MTR a capacidade resistente é determinada em um único passo de verificação, onde  $\sigma_{x,sd}$ ;  $\sigma_{z,sd}$ ;  $\tau_{sd}$ ; são considerados agindo juntos (BARBOSA, 2016), conforme ilustra a Figura 16.

Figura 16: Comparação entre MTR e MLE



Fonte: Modificado de Beg et al. (2007).

O MTR assume uma distribuição linear de tensões até alcançar o limite de tensão da região da placa que fica instável primeiro, neste contexto a instabilidade de placa não é contabilizada por meio da diminuição das propriedades da seção transversal. De maneira oposta ao MLE, cada uma das tensões atuantes na seção transversal não deve exceder a um determinado valor chamado de “resistência reduzida” (menor do que a resistência ao escoamento), ainda, a verificação do efeito global do campo de tensões deve ser obtida através do critério de escoamento de Von Mises.

Considerando um campo de tensão no plano da placa, a tensão equivalente  $\sigma_{eq,Ed}$  é definida conforme a equação (37):

$$\sigma_{eq,Ed} = \sqrt{\sigma_{x,Ed}^2 + \sigma_{z,Ed}^2 - \sigma_{x,Ed} \sigma_{z,Ed} + 3\tau_{Ed}^2} \quad (37)$$

onde:

–  $\sigma_{x,Ed}, \sigma_{z,Ed}$  são as tensões normais solicitantes de cálculo, baseadas nas propriedades da seção transversal bruta;



–  $\tau_{Ed}$  é a tensão de cisalhamento solicitante de cálculo, baseada nas propriedades da seção transversal bruta.

Na Equação 38,  $\alpha_{ult,k}$  é o fator crítico (mínimo) para o qual a tensão equivalente de cálculo  $\sigma_{eq,Ed}$  atinge a resistência ao escoamento característica  $f_y$ ,  $\rho$  é o fator de redução de instabilidade da placa dependendo da esbeltez,  $\bar{\lambda}_p$  para instabilidade fora do plano.

O fator de redução da placa é obtido da seguinte forma:

1) Valor de  $\alpha_{ult,k}$  pode ser obtido a partir do critério de Von Mises, como mostra a Equação 38:

$$\frac{1}{\alpha_{ult,k}^2} = \left(\frac{\sigma_{x,Ed}}{f_y}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{z,Ed}}{f_y}\right)^2 - \left(\frac{\sigma_{x,Ed}}{f_y}\right)\left(\frac{\sigma_{z,Ed}}{f_y}\right) + 3\left(\frac{\tau_{Ed}}{f_y}\right)^2 \quad (38)$$

No MTR todos os fatores de redução da resistência ao escoamento do aço ( $\rho_x, \rho_z$  e  $\chi_w$ ) são calculados com uma única esbeltez para o painel, com base no campo de tensão total, denominado de esbeltez global modificada da placa  $\bar{\lambda}_p$ , dada pela Equação 39:

$$\lambda_p = \sqrt{\frac{F_{RK}}{F_{Crit}}} = \sqrt{\frac{\alpha_{ult,k}}{\alpha_{crit}}} \quad (39)$$

2) Se o fator de redução  $\rho$  for obtido com valor mínimo entre  $\rho_x, \rho_z$  ou  $\chi_w$ , no entanto, somente o fator de redução mínimo  $\rho$  será considerado, de acordo Equação 40. Porém, quando o fator de redução  $\rho$  é obtido da interpolação apropriada entre  $\rho_x, \rho_z$  e  $\chi_w$ , o campo de tensão é dado pela Equação 40:

$$\left(\frac{\sigma_{x,Ed}}{f_y / \gamma_{M1}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{z,Ed}}{f_y / \gamma_{M1}}\right)^2 - \left(\frac{\sigma_{x,Ed}}{f_y / \gamma_{M1}}\right)\left(\frac{\sigma_{z,Ed}}{f_y / \gamma_{M1}}\right) + 3\left(\frac{\tau_{Ed}}{f_y / \gamma_{M1}}\right)^2 \leq \rho^2 \quad (40)$$

$$\left(\frac{\sigma_{x,Ed}}{\rho_x f_y / \gamma_{M1}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{z,Ed}}{\rho_z f_y / \gamma_{M1}}\right)^2 - \left(\frac{\sigma_{x,Ed}}{\rho_x f_y / \gamma_{M1}}\right)\left(\frac{\sigma_{z,Ed}}{\rho_z f_y / \gamma_{M1}}\right) + 3\left(\frac{\tau_{Ed}}{\chi_w f_y / \gamma_{M1}}\right)^2 \leq 1 \quad (41)$$

Em tais equações,  $\rho_x$  é o fator de redução para instabilidade de placa  $\bar{\lambda}_p$ , levando em conta a interação entre os comportamentos tipo placa e tipo pilar, na direção de  $\sigma_x$  (tensões normais longitudinais);  $\rho_z$  é o fator de redução para instabilidade de placa  $\bar{\lambda}_p$ , levando em conta

a interação entre os comportamentos tipo placa e tipo pilar na direção  $\sigma_z$ ;  $\chi_w$  é o fator de redução para instabilidade de placa  $\bar{\lambda}_p$ , para tensões de cisalhamento  $\tau$ .

A interação entre os comportamentos leva em conta a mesma interação do MLE pelos comportamentos tipo placa e tipo pilar pode ser realizada para as direções x e z, da seguinte forma, conforme as Equações 42, 43, 44 e 45, ilustrado na Figura 17.

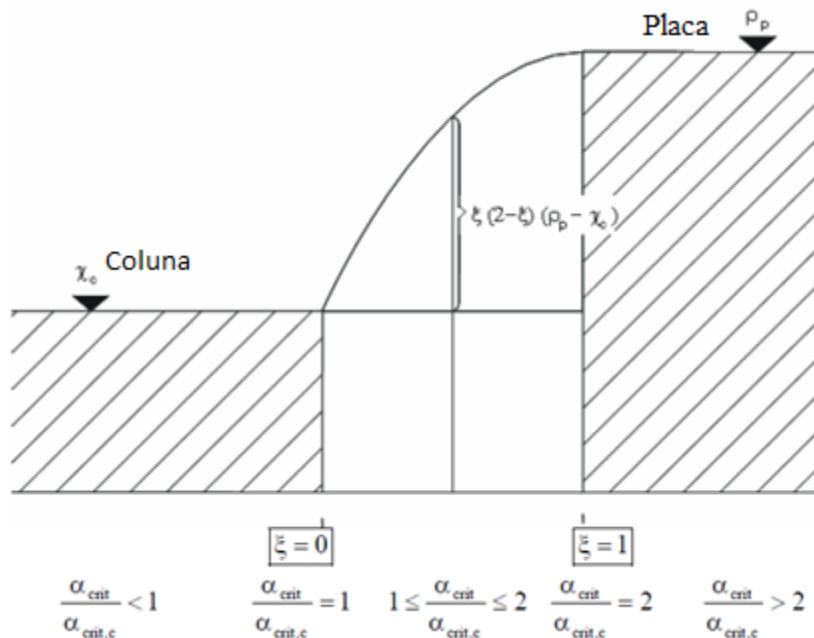
$$\rho_x = \xi_x(\rho_p - \chi_x)(2 - \xi_x) + \chi_x \quad (42)$$

$$\rho_z = \xi_z(\rho_p - \chi_z)(2 - \xi_z) + \chi_z \quad (43)$$

$$\xi_x = \frac{\alpha_{cr.p}}{\alpha_{cr.x}} - 1 \quad e \quad 0 \leq \xi \leq 1 \quad (44)$$

$$\xi_z = \frac{\alpha_{cr}}{\alpha_{cr.z}} - 1 \quad e \quad 0 \leq \xi_z \leq 1 \quad (45)$$

Figura 17: Interação entre os comportamentos tipo placa e tipo pilar



Fonte: Adaptado de Johansson et al. (2007).

### 2.2.2 Procedimentos de verificação de seções esbeltas segundo a AASHTO (2014)

Quando ocorre a instabilidade na longarina de alma esbelta, a parte que recebe a carga de compressão torna-se menos eficaz, e a tensão de flexão é eliminada pela instabilidade. A variação de tensão se torna não linear após a instabilidade inicial, determinando um fator de redução na resistência à flexão ( $R_b$ ), em função da esbeltez da viga em compressão, calculado quando a força de instabilidade por compressão for menor que a resistência ao escoamento do aço ( $f_y$ ). Contudo, a equação do  $R_b$  (ABNT NBR 8800) foi derivada das equações de Basler e Thurliman (1960) para vigas sem reforços, dada pela Equação 46, 47 e 48 :

$$R_b = 1 - \left( \frac{a_{wc}}{1200 + 300a_{wc}} \right) \left( \frac{2D_c}{t_w} - \lambda_{rw} \right) \leq 1.0 \quad (46)$$

Onde,  $\lambda_{rw}$  é igual ao limite de esbeltez para alma esbelta.

$$\lambda_{rw} = 5.7 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (47)$$

e  $a_{wc}$  relação entre a área da alma e da mesa comprimida:

$$a_{wc} = \frac{2D_c t_w}{b_{fc} t_{fc}} \quad (48)$$

Em que  $D_c$  é a altura da alma,  $t_w$  espessura da alma,  $b_{fc}$  largura da mesa e  $t_{fc}$  espessura da mesa

### 2.2.3 Procedimentos de verificação de estados limites últimos: NBR 8800

A NBR 8800 (ABNT, 2008), descreve os procedimentos para a determinação do momento fletor resistente de cálculo, sendo que o fator de redução é equivalente ao trazido pela norma AASHTO (2014), dado pela Equação (49).

$$K_{pg} = 1 - \frac{a_r}{1200 + 300a_r} \left( \frac{h_c}{t_w} - 5,70 \sqrt{\frac{E}{f_y}} \right) \leq 1,0 \quad (49)$$

Em que:  $h$  é altura da alma;  $t_w$  é a espessura da alma;  $E$  é o módulo de elasticidade;  $f_y$  é a tensão de escoamento do aço;  $a_r$  relação entre a área da alma e da mesa comprimida, não podendo ser superior a 10; e, por fim,  $h_c$  é igual a duas vezes a distância do centro geométrico da seção transversal à face interna da mesa comprimida.

### 2.3 Análise de elementos finitos

Um sistema estrutural deve ter a capacidade de transmitir as ações de maneira eficiente, para que seja possível avaliar esta funcionalidade é necessário o conhecimento dos esforços internos e das deformações na estrutura. A partir do conhecimento destas respostas é possível a avaliação da sua resistência, através do controle dos esforços internos, da rigidez através do controle dos deslocamentos, da durabilidade através da análise de fadiga e a estabilidade de toda estrutura ou de parte dela.

Os métodos disponíveis atualmente são os métodos analíticos clássicos, métodos experimentais e os métodos computacionais. Esses métodos podem interagir entre si trocando informações ou validando as respostas encontradas em um método através do outro.

Os casos onde os problemas são simples representação matemática do problema permite a busca da solução utilizando a teoria da mecânica clássica, neste caso a solução é obtida para os infinitos pontos do modelo porque as equações diferenciais que representam seu comportamento. Neste caso a representação do comportamento físico não é tão simples e a aplicação dos MEF é a melhor alternativa.

Em um modelo para análise de elementos finitos é necessário dividir a geometria da estrutura em pequenas regiões, chamadas de elementos, e que são interconectados através de pontos incomum denominados nós. As equações que definem o comportamento de cada elemento são muito simplificadas por que são escritas em termos de variáveis nodais, tais como os deslocamentos.

Os elementos relacionam-se através de nós incomum, isso permite a montagem de todas equações em um conjunto único depende apenas das variáveis nodais, quanto maior o número de elementos discretos, mais preciso serão os resultados, e mais demorado será a análise tendo um maior custo computacional. Depois de obtidas a solução para os valores nodais, o comportamento aproximado na região interna dos elementos é obtido por meio de interpolações

do valores nodais ,chegando-se assim aos valores de deformações específicas e tensões nos elementos .

### 2.3.1 Método de análise

O método de análise é utilizado quando se tem um problema linear estático e deseja-se incluir o comportamento físico geométrico da estrutura em análise, chega-se então a um sistema de equações, como representado pela Equação 50:

$$[K]\{u\} = \{P\} \quad (50)$$

Na Equação 50  $[K]$  representa a matriz de rigidez, que não depende do nível de carga aplicada, onde  $\{u\}$  é o valor de deslocamentos nodais e  $\{P\}$  o vetor de cargas. No entanto, quando ocorre a necessidade de incluir o comportamento não linear físico e geométrico da estrutura utiliza-se a Equações 51:

$$[K_{NL}]\{U\} = \{P\} \quad (51)$$

Como a matriz de rigidez for em função do nível de carga aplicado, não é possível obter o vetor de deslocamento  $u$  através da equação (50). Utilizam, então, os métodos iterativos, entre os quais pode-se citar o método de Newton-Raphson, empregado pela relação  $[P] x \{u\}$ . Quando o gráfico carga x deslocamento apresentar um máximo, ou seja, um comportamento instável, para prever a relação  $P x u$  é necessário empregar outros métodos, dentre os quais se destaca o método de comprimento de Arc-Length (WEMPNER, 1971).

Quando é preciso modelar uma estrutura apenas com não linearidade geométrica, sendo que a mesma se instabiliza em um determinado valor de carga, e a instabilidade acontece antes que a estrutura tenha sofrido deformações consideráveis, há um método alternativo que pode ser observado na equação (52), é desenvolvida em série de Taylor, mantendo da série apenas o termo constante e linear:

$$(K + K_g \alpha)u = \{P\} \quad (52)$$

Onde a matriz  $K$ ,  $u$  e  $P$  têm o mesmo significado, e a matriz  $K_g$  é chamada de matriz geométrica. É plausível encontrar o valor do  $\alpha$  que produz a singularidade do sistema de

equações. Determinado o valor de  $\alpha$ , é possível determinar a forma em que a estrutura se instabiliza.

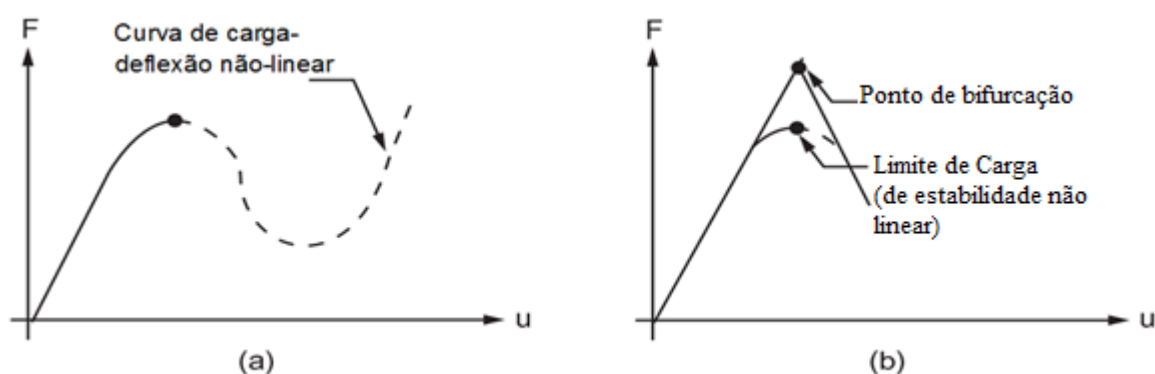
### 2.3.2 Análise de bifurcação no Ansys

A análise de bifurcação é uma técnica utilizada para determinar as cargas críticas, as que a tornam uma estrutura instável, além de determinar as formas dos modos de Instabilidade. A análise de instabilidade não linear é geralmente mais precisa e é a mais recomendada para o projeto ou avaliação das estruturas reais. Essa técnica utiliza uma análise não linear estática com cargas gradualmente crescentes de modo a procurar o nível de carga em que a sua estrutura se torna instável, como apresentado na figura 18. (ANSYS USER'S MANUAL, 1995).

Através da análise não linear, podem-se incluir recursos como imperfeições iniciais, comportamento plástico e grandes deslocamentos, podendo ser avaliado também o desempenho pós instabilidade da estrutura.

Esse tipo de análise prevê a força teórica de instabilidade de uma estrutura linear elástica ideal, Figura 18.b que corresponde à formulação clássica de Euler. A metodologia para esse tipo de análise consiste em encontrar um autovalor que representa um fator de carga que corresponde à carga crítica de Instabilidade, e os autovetores são os modos. (ANSYS USER'S MANUAL, 1995).

Figura 18: Curvas de instabilidade



Fonte: Adaptado de Ansys User's Manual (1995).

O Ansys emprega o método de Newton-Raphson para resolver problemas não lineares, o qual consiste em um método incremental e iterativo para a solução de análises não lineares. No método de Newton-Raphson, a solução é obtida por um processo gradual de aplicação de carga, com a quebra da simulação em certo número de incrementos de carga e pela busca da

configuração de equilíbrio através de sucessivas iterações em cada um deles (CHEN; HAND, 1988).

Uma iteração é uma tentativa de se encontrar uma solução de equilíbrio sendo que em cada iteração é formada uma matriz de rigidez, sendo então resolvido o sistema de equações observando se o valor obtido está mais próximo do equilíbrio.

$$\left[ K_i^T \right] \{ \Delta U_i \} = \{ F^a \} - \{ F^{nr} \} \quad (53)$$

$\left[ K_i^T \right]$ : Matriz Jacobiana é a matriz de rigidez tangente, sendo  $i$  o número da decorrente iteração;

$F^a$ : Vetor de aplicação de cargas;

$F^{nr}$ : Vetor de aplicação de cargas;

$\Delta U_i$ : Vetor de incrementos dos deslocamentos

### 2.3.3 Critério de convergência

O procedimento para obtenção da convergência se dá pela aplicação das equações 54 e 55, para as análises não lineares, até que se atinja a convergência, onde o usuário determina o número máximo de interações a serem realizadas, a fim de obter a convergência de equilíbrio (CHEN; HAND, 1988):

$$\| \{ R \} \| < \varepsilon_R R_{ref} \quad (54)$$

$$\| \{ \Delta U_i \} \| < \varepsilon_U U_{ref} \quad (55)$$

Em que:

$\{ R \}$ : Vetor residual que representa o balanço das forças obtidas pela Equação 54 de Newton-Raphson, sendo  $\{ R \} = \{ F^a \} - \{ F^{nr} \}$ ;

$\{ \Delta U_i \}$ : Vetor de incrementos dos deslocamentos;

$\varepsilon_R$  e  $\varepsilon_U$ : Tolerâncias desejadas;

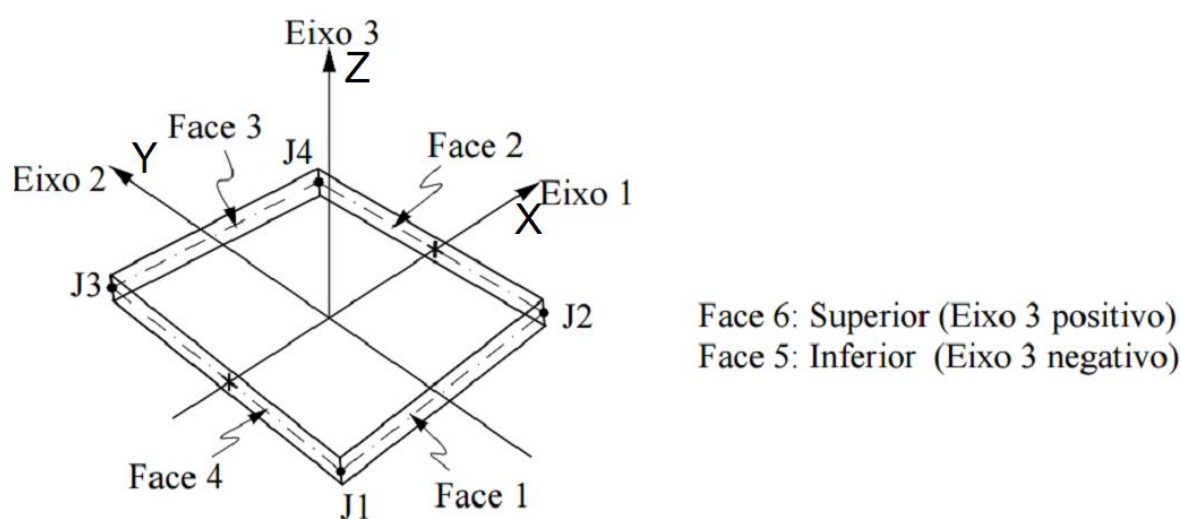
$R_{ref}$  e  $U_{ref}$ : Valores de referência a serem definidos para o controle de convergência.

### 2.3.4 Elemento de casca

O elemento de casca é utilizado para verificar a instabilidade de placa que oferece modelos com maior número de graus de liberdade. A geometria da casca apresenta uma dupla curvatura que varia ao longo da sua superfície que, quando carregada, exibe uma combinação de ações de membrana e de flexão, as quais interagem à sua curvatura (SILVA; GERVÁSIO, 2007).

O elemento indicado para análise de materiais com comportamento não linear (Shell 181), possui quatro nós com seis graus de liberdade em cada nó, onde é possível ter translações nas direções x, y, e z, indicado para grandes rotações e/ou deformações em análises não lineares que considera a deformação x cisalhamento (ANSYS USER'S MANUAL, 1995), como representado na Figura 19.

Figura 19: Elemento finito Shell 181



Fonte: Adaptado de Ansys User's Manual (1995).

### 2.3.5 Aspectos regulamentares

A norma europeia descreve a utilização do método de elementos finitos para verificar os estados limites últimos, dando atenção à modelação dos componentes estruturais e suas condições de contorno, à escolha do software, modelação das propriedades dos materiais e das cargas. Ainda, deve compreender a utilização de imperfeições, especificação dos critérios para os estados limites e, por fim, a seleção dos coeficientes parciais.



### 2.3.6 Imperfeições geométricas

As imperfeições geométricas são utilizadas para obter uma análise não linear, essas devem ser tomadas de todas as formas possíveis, para serem utilizadas em condições desfavoráveis, neste caso, podem basear-se nos modos de instabilidade como descreve a norma europeia EN 1993-1-5 (2006). com uma amplitude máxima de  $h_w/200$  para a imperfeição local do subpainel, esta escolha foi definida por aquela exposta na norma supracitada.

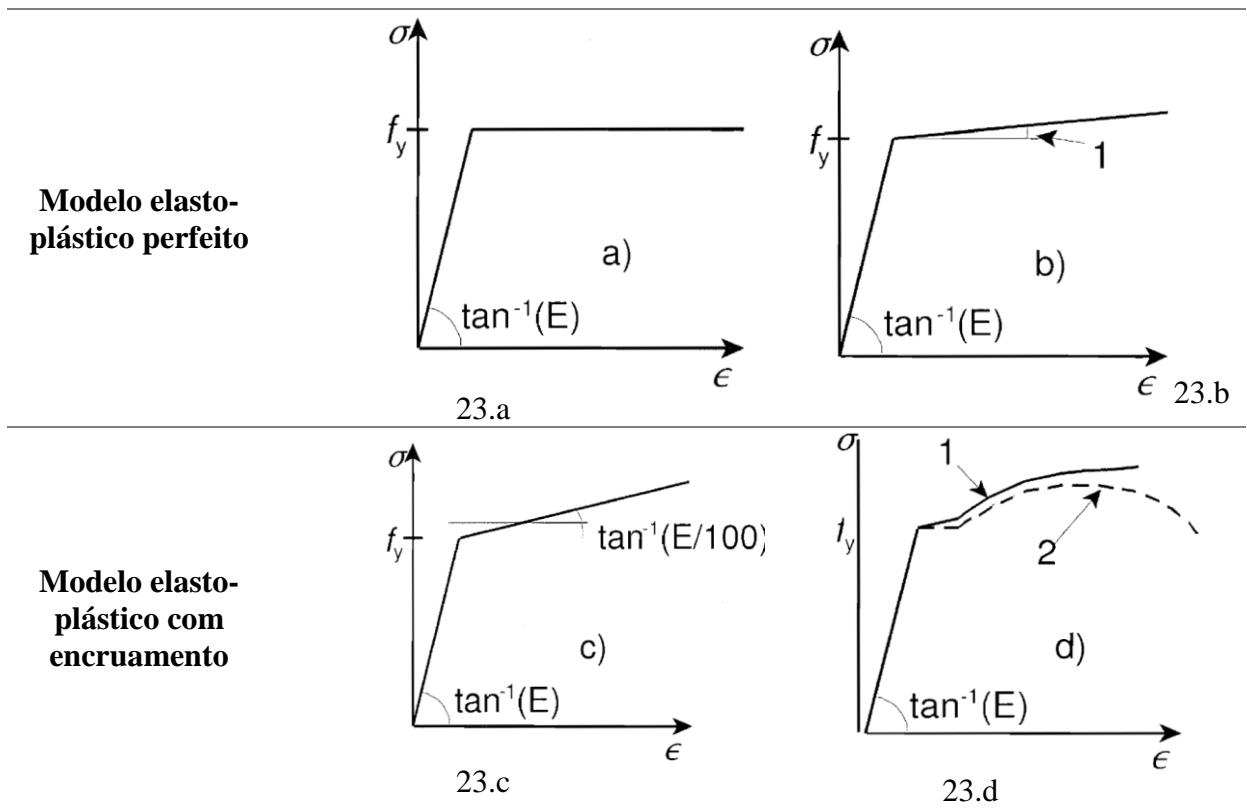
Neste estudo foi considerado o modo como primeiro modo de flambagem e amplitude máxima das imperfeições de  $h_w/200$ , assim como Kövesdi, Meccséri e Dunai (2018) estudaram vigas esbeltas enrijecidas longitudinalmente por MEF e concluíram que a forma e amplitude indicadas pela norma EN 1993-1-5 é adequada para análise de vigas enrijecidas longitudinalmente e que esse método apresenta capacidade resistente mais confiáveis, apresentado resultados mais conservadores.

### 2.3.7 Propriedade dos materiais

A norma europeia EN 1993-1-5 (2006) descreve como podem ser os modelos para o comportamento dos materiais, demonstrando exemplos de curvas de tensão-deformação na Figura 20.a e 20.b referindo tensões contínuas. No entanto, o comportamento do material é descontínuo, não sendo ideal para a análise de estabilidade, pois o material perde parte de sua rigidez, resultando na instabilidade local diferente da realidade (JOHANSSON et al., 2007).

Pelo fato de não existir um modelo que represente a curva adequadamente, a sua inclinação é reduzida para  $E/100$  para todos os tipos de aços representados na Figura 20.c, que tem o intuito de obter resultados conservadores (JOHANSSON et al., 2007). No entanto, outra solução seria utilizar a curva de tensão-deformação (Figura 20.d), que representa o modelo de duas curvas reais de tensão-deformação, onde a número 1 representa a verdadeira curva e a número 2 os resultados experimentais, sendo que  $F_y$  representa o limite de escoamento do material,  $E$  o módulo de elasticidade, e  $\varepsilon$  a deformação. Foi usada para as análises a curva de material elasto plástico perfeito com patamar horizontal.

Figura 20: Modelação para o comportamento do material conforme EN1993-1-5

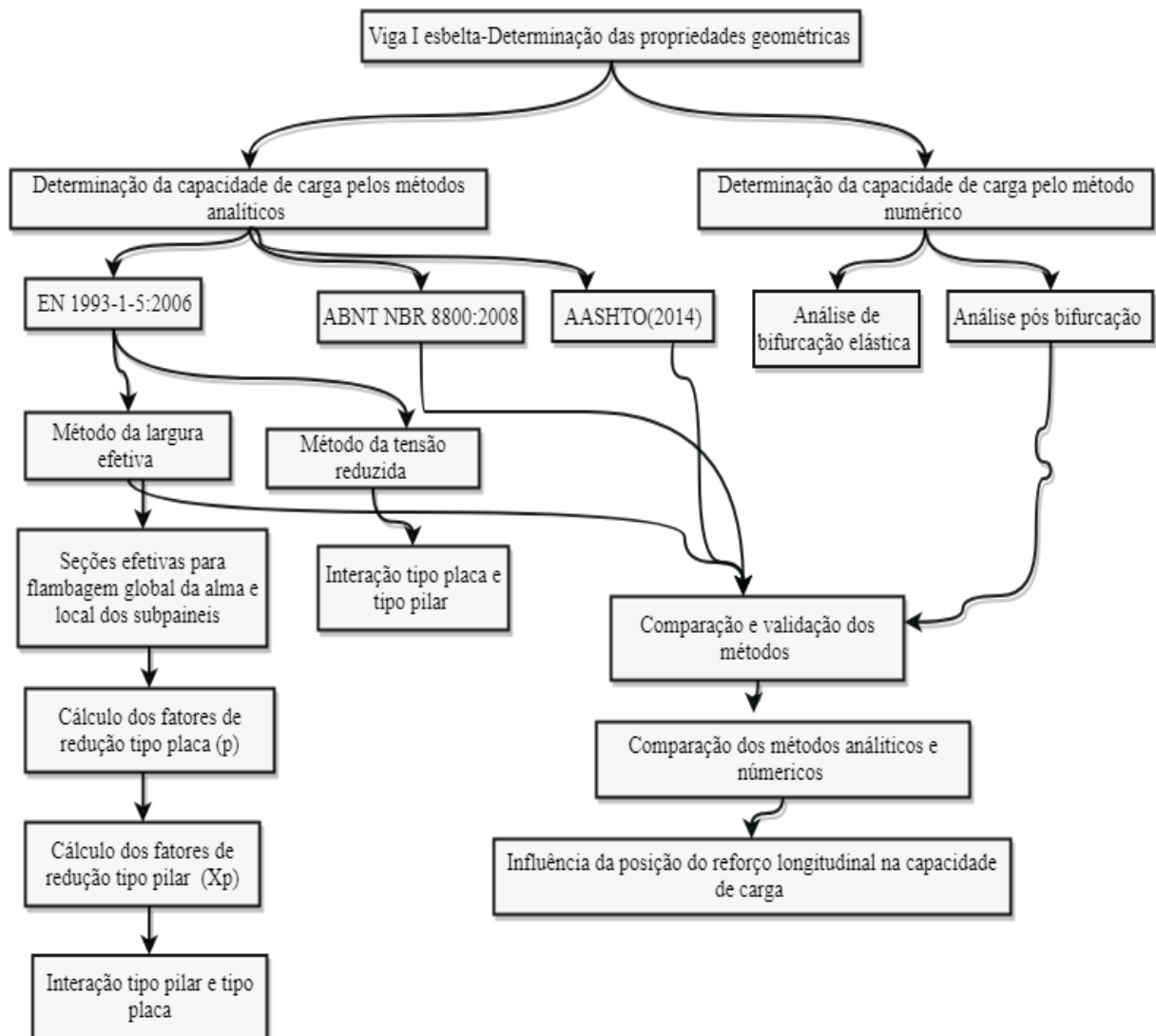


Fonte: EN1993-1-5 (2006).

### 3 METODOLOGIA

A proposta metodológica para o presente trabalho pode ser observada na Figura 21, onde inicialmente foram determinadas as propriedades geométricas do modelo a ser analisado e, em seguida, as análises foram realizadas, empreendendo-se os métodos analíticos e numéricos:

Figura 21 Fluxograma da metodologia de trabalho



Fonte: O Autor, 2017.

Os métodos analíticos estudados foram conduzidos de acordo com as normas EN 1993-1-5 (2006), NBR 8800 (ABNT, 2008) e AASHTO (2014). Como descrito no capítulo anterior, a norma europeia EN 1993-1-5 (2006) descreve duas formas de mensurar a capacidade de carga de vigas I de alma esbelta, que são os métodos MLE e o MTR. No entanto, a norma AASHTO (2014) determina um coeficiente de redução equivalente àquele exposto na NBR 8800 (ABNT, 2008). Dessa forma, após a determinação da capacidade resistente pelos diferentes métodos analíticos, estes foram comparados entre si e validados com estudos da literatura.

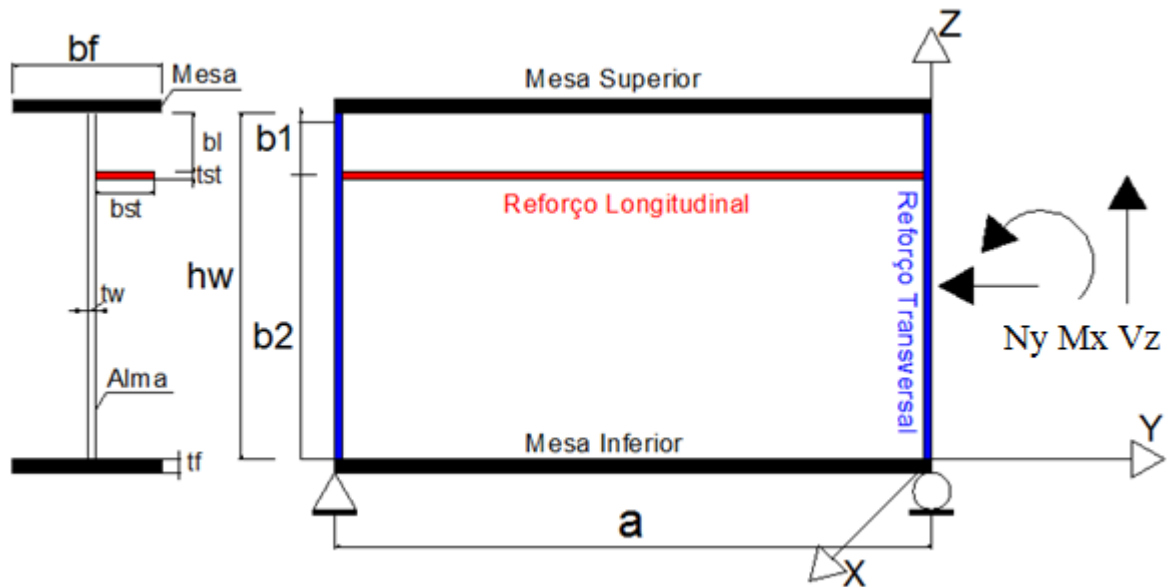
Posteriormente, efetuou-se, pelos métodos numéricos de elementos finitos, inicialmente a análise de estabilidade elástica, ou seja, de bifurcação do estado de equilíbrio e, em seguida, para o comportamento pós-bifurcação considerando as imperfeições geométricas. Por fim, foi verificada a influência da posição do reforço longitudinal, encontrando-se a melhor localização de acordo com a geometria analisada, comparando-se os métodos analíticos e numéricos.

Para validação dos métodos analíticos foi empregada a viga VT-05, que foi reproduzida por Barbosa (2016), a mesma será utilizada para comparação entre os métodos analíticos e numéricos variando a posição do enrijecedor longitudinal. Para os métodos numéricos serão validados de acordo com as vigas VT-06, VT-07, VT-08, VT-09 que foram analisadas experimentalmente Dubas 1990 e reproduzida através dos métodos discretos de elementos finitos por Graciano, Mendez e Medina (2014), após a validação será modificado a posição do enrijecedor longitudinal para encontrar a posição ótima do modelo.

### 3.1 Desenvolvimento e validação dos modelos analíticos

O desenvolvimento das análises pelos métodos analíticos se deu em folhas de cálculo no programa computacional *SMath Studio file* criado por Andrey Ivashov (2007), baseado na norma EN 1993-1-5 (2006), que abrange o MLE e o MTR, AASHTO (2014) e NBR 8800 (ABNT, 2008). A viga (VT-06) analisada e validade pode ser observada na Figura 21 e a geometria na Tabela 1, submetida a esforços solicitantes de cálculo conforme Barbosa (2016),  $N_y=44100$  N, momento fletor solicitante  $M_y=3373400$  N.m, esforço cortante  $V_z=384000$  N. A posição do reforço longitudinal é variável (bl). No entanto, Klöppel e Scheer (1960) determinaram que a posição ótima do enrijecedor é  $h_w/4$ , que é comumente utilizada na prática para o dimensionamento deste tipo de estrutura.

Figura 22: Viga de alma esbelta I



Fonte: O Autor, 2018.

Tabela 1: Geometria de viga I enrijecida longitudinal

Viga	hw (mm)	a (mm)	tw (mm)	bf (mm)	tf (mm)	b1 (mm)	bst (mm)	tst (mm)
<b>VT-06</b>	1560	5000	9	350	20	290	100	15

Fonte: Silva e Gervásio (2007) e Barbosa (2016).

Foram feitas as seguintes considerações para o painel estudado:

- resistência nominal ao escoamento do aço:  $f_y = 355$  Mpa (aço tipo ASTM A572 G50);
- fator parcial para capacidade resistente associada ao escoamento segundo a ABNT NBR 8800:2008,  $\gamma_{M0} = 1,0$ ;
- fator parcial para capacidade resistente associada à instabilidade segundo a ABNT NBR 8800:2008:  $\gamma_{M1} = 1,1$ ;
- módulo de elasticidade do aço:  $E_a = 210000$  MPa;
- coeficiente de Poisson do aço:  $\nu = 0,3$ ;

O valor recomendado pela EN 1993-1-1 (2005) para  $\gamma_{MI}$  é igual a 1,0, entretanto, o valor recomendado pela EN 1993-2 (2006) para  $\gamma_{MI}$  é igual a 1,1. Visto que os casos estudados foram definidos baseando-se em características de vigas de pontes, adotou-se  $\gamma_{MI} = 1,1$ .

]

### 3.1.1 Validação das folhas de cálculo

A validação das folhas de cálculos pelos métodos analíticos sugeridos pela EN 1993-1-5 (2006) foram desenvolvidas no programa computacional *SMath Studio File* que podem ser visualizadas no Apêndice A (MLE) e Apêndice B (MTR), cujos resultados de validação expressam nas Tabelas 2 e 3 respectivamente para os métodos MLE e MTR.

Tabela 2: Validação da folha de cálculo para o MLE

	<b>Barbosa (2016)</b>	<b>Da Silva e Gervásio (2006)</b>	<b>Autor</b>
<b>Força axial resistente de cálculo (<math>N_{y,Rd}</math>)</b>	7224,76 kN (99,84%)	7235,98 KN (100%)	7226 KN (99,85%)
<b>Momento fletor resistente de cálculo (<math>M_{x,Rd}</math>)</b>	5043,98 kN.m (99,17%)	5001,95 KN.m (100%)	5042 KN.m (100,80%)

Fonte: O Autor, 2018.

Tabela 3: Validação da folha de cálculo para o MTR

	<b>Barbosa (2016)</b>	<b>Da Silva e Gervásio (2006)</b>	<b>Autor</b>
<b>Capacidade resistente ao cisalhamento (<math>V_{b,Rd}</math>)</b>	1510,8 KN (100,96%)	1496,4 KN (100%)	1536 kN (102,62%)

Fonte: O Autor, 2018.

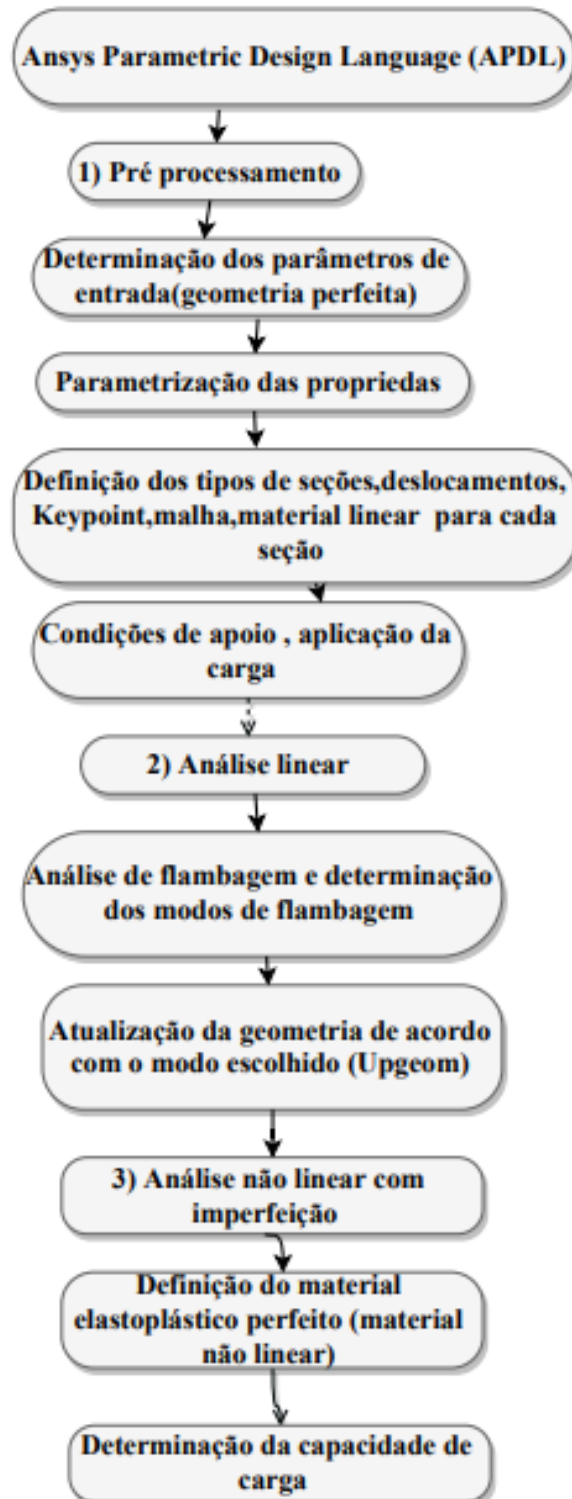
O coeficiente de redução, segundo as normas AASHTO (2014) e NBR 8800 (ABNT, 2008) são descritas nos itens 4.5 e 4.6, foram desenvolvidas folhas de cálculos para ambos os métodos Anexo D e Anexo C.

### 3.2 Desenvolvimento do Ansys APDL

As análises numéricas foram desenvolvidas no software *Ansys Parametric Design Language* (APDL) utilizando a linguagem computacional em APDL (ANEXO E), que tem

como objetivo a economia na montagem dos modelos, proporcionando mais tempo nas análises. A Figura 23 apresenta um fluxograma descrevendo o desenvolvimento da linguagem computacional, que pode ser dividido em três etapas: 1) Pré-processamento, 2) Análise linear estática para saber o estado de carga inicial e calcular o [Kg] + análise de bifurcação com [kg] linear, e, 3) Análise não linear com imperfeições.

Figura 23: Fluxograma do desenvolvimento computacional APDL

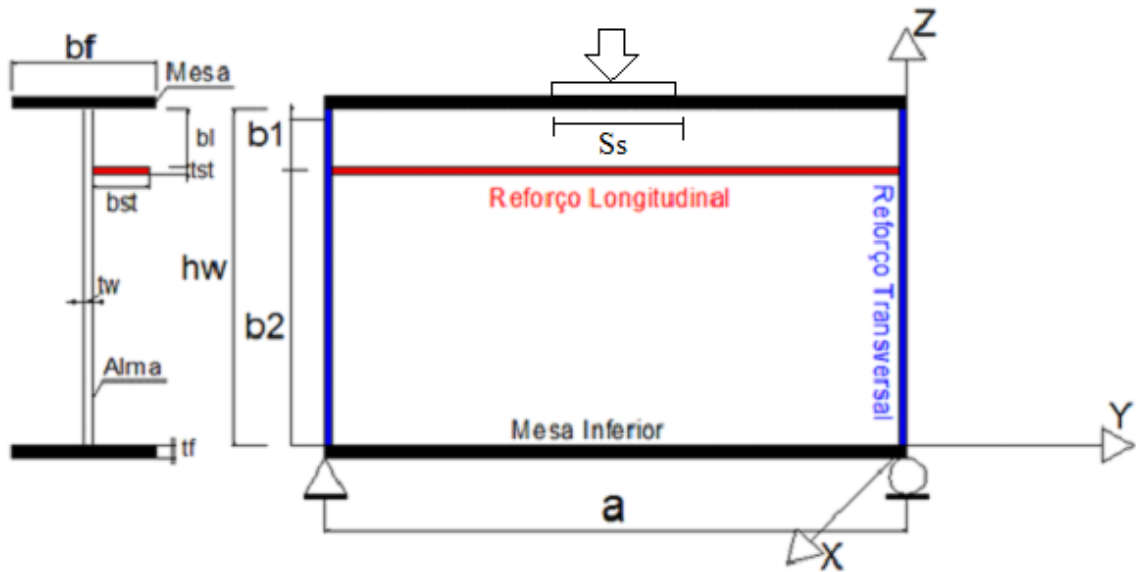


Fonte: O Autor, 2018.

As vigas implementadas para validação do modelo numérico foram ensaiadas por Dubas (1990) e TSCHAMPER (1990), e foram reproduzidas por Graciano, Mendes e Medina (2014). O modelo é ilustrado na Figura 23 e Tabela 4.



Figura 24 - Viga I enrijecida longitudinalmente



Fonte: O Autor, 2018.

Tabela 4: Geometria de viga I enrijecida longitudinal

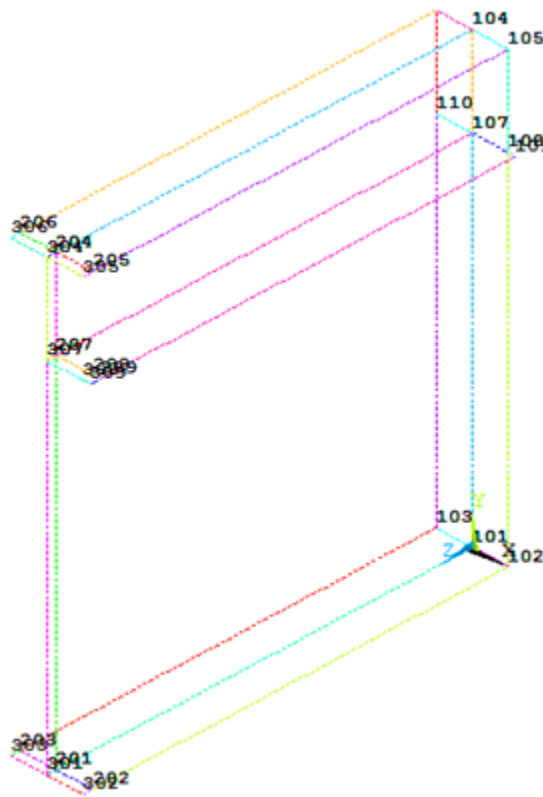
Viga	hw (mm)	a (mm)	tw (mm)	bf (mm)	tf (mm)	b1 (mm)	bst (mm)	tst (mm)	Ss (mm)	fyw (kN)	Fyt (kN)	FEXP (kN)
VT06	1000	1760	3.8	150	8.35	200	90	2	40	375	281	167
VT07	1000	1760	3.8	150	8.3	200	90	2	240	358	328	232
VT08	1000	1760	3.8	150	12	150	90	2	40	371	283	182
VT09	1000	1760	3.8	150	12	150	90	2	240	380	275	281

Fonte: DUBAS e TSCHAMPER (1990)

### 3.2.1 Pré-processamento

Na etapa do pré-processamento (/PREP7), dispõe-se dos comandos para criação e seleção das entidades geométricas. Assim, inicialmente se determinaram os parâmetros de entrada definidas através do comando (\*ASK) e os pontos para determinação das linhas (Keypoints, K) como pode ser observado na Figura 25.

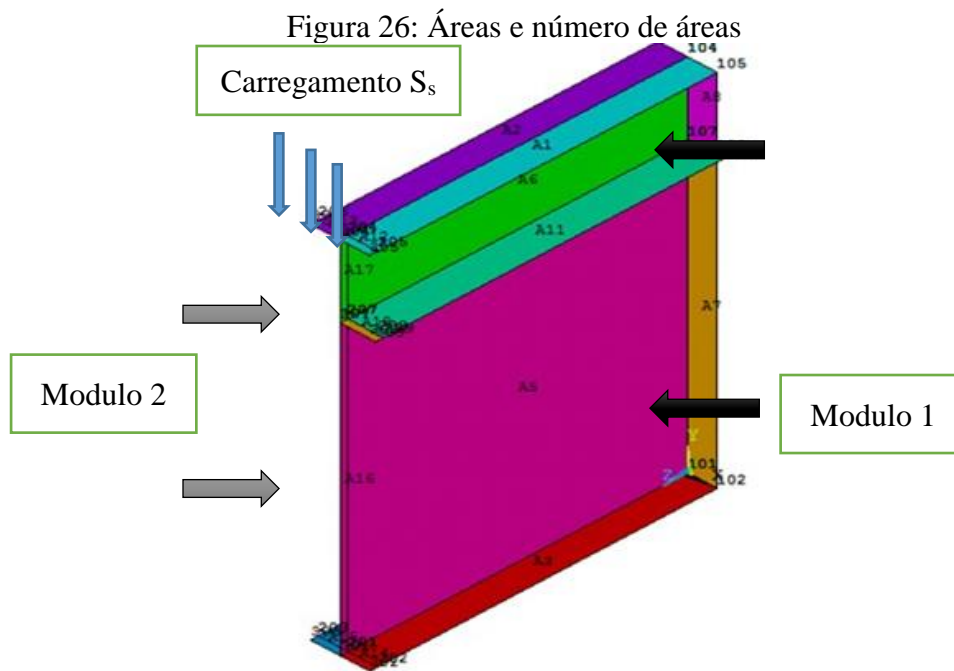
Figura 25: Pontos e linhas



Fonte: O Autor, 2018.

As definições das áreas foram efetuadas através do comando (a), e as seções (sectype e secdata), por fim, atribui o tipo de material e a seção das áreas pelo comando (aatt). Nota-se na figura 26 que a viga foi separada em dois módulos, correspondentes à região do carregamento aplicado.

O tipo de material foi considerado elasto-plástico perfeito somente após a análise de bifurcação e aplicação do comando UPGEOM, que atualiza a imperfeição de acordo com o modelo escolhido. O elemento foi determinado através do comando (ET,1, SHELL 181), o elemento shell181 é indicada para aplicação em análises de materiais com comportamento não linear, possuindo quatro nós com seis graus de liberdade em cada um.



Fonte: O Autor, 2018.

A aplicação do carregamento foi ativada através dos comandos (asel, áreas, sfa, carga concentrada) sendo distribuída através da definição de momento de corpo rígido na área de aplicação da carga (CERIG), o comprimento de carga pode ser observado na Figura 29, assim como as condições de apoios (D) e o tamanho máximo de elemento em (mm) (ESIZE) determinado pela largura da mesa ( $bf/2$ )/6, ou seja 6 elementos em cada metade da mesa.

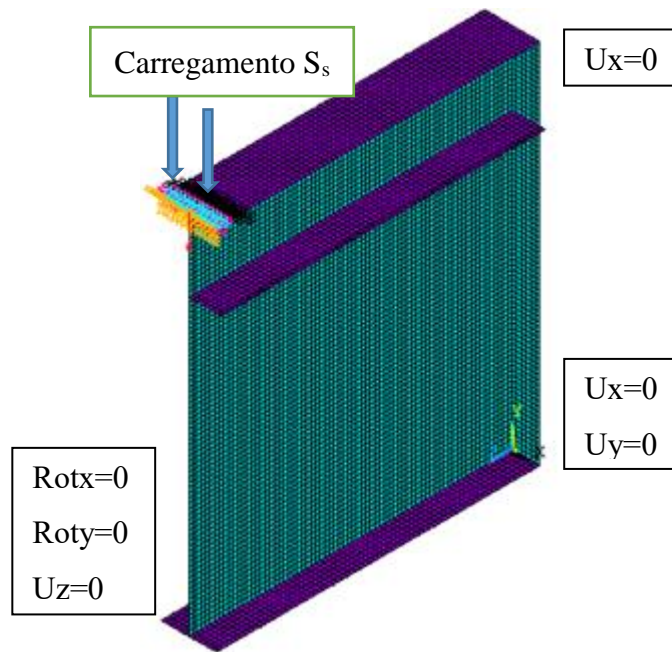
Nota-se na Figura 27 que apenas a metade da viga foi simulada devido à simetria existente no carregamento aplicado, na geometria e nas condições de contorno.

### 3.2.2 Análise linear

A segunda etapa do desenvolvimento computacional APDL é responsável pelo processamento do modelo (/SOLU) e pela definição do tipo de análise, ou seja, faz-se a análise linear.

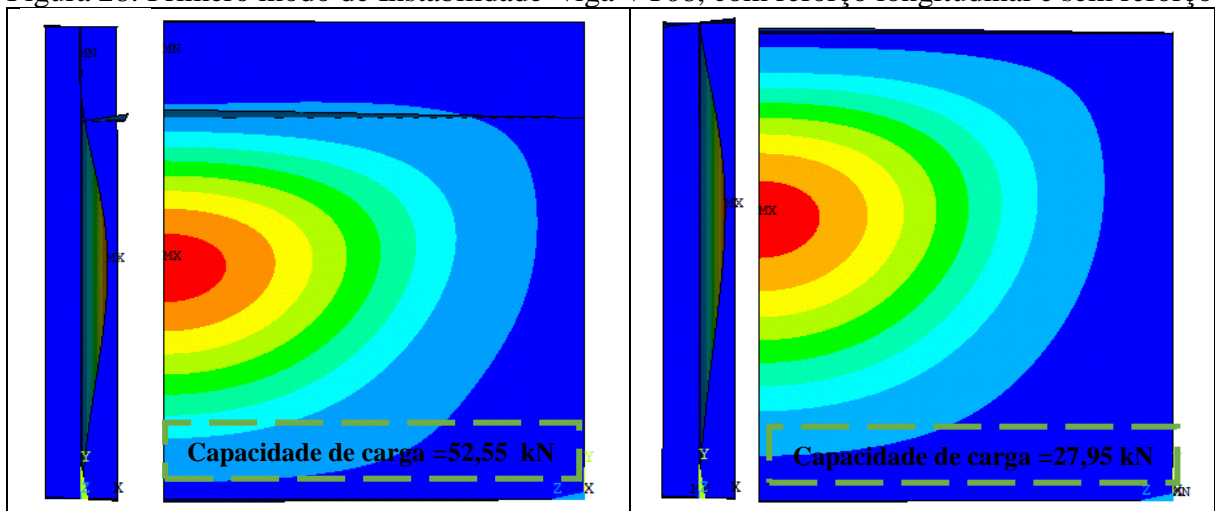
As Figuras 28, 29 e 30 apresentam a deformação referente à viga VT08 de Dubas e Tschamper (1990). A Figura 28 representa o primeiro modo de instabilidade para viga sem reforço longitudinal e com reforço longitudinal, a Figura 29 configura o segundo modo e a Figura 30 por sua vez, o terceiro modo. Nota-se que o reforço, quando posicionado adequadamente na região de compressão, minora o problema da instabilidade, pelo fato de que a viga com reforço longitudinal passa a ter dois subpainéis, melhorando a distribuição de tensões na região de compressão.

Figura 27: Malha de elementos finitos do modelo.



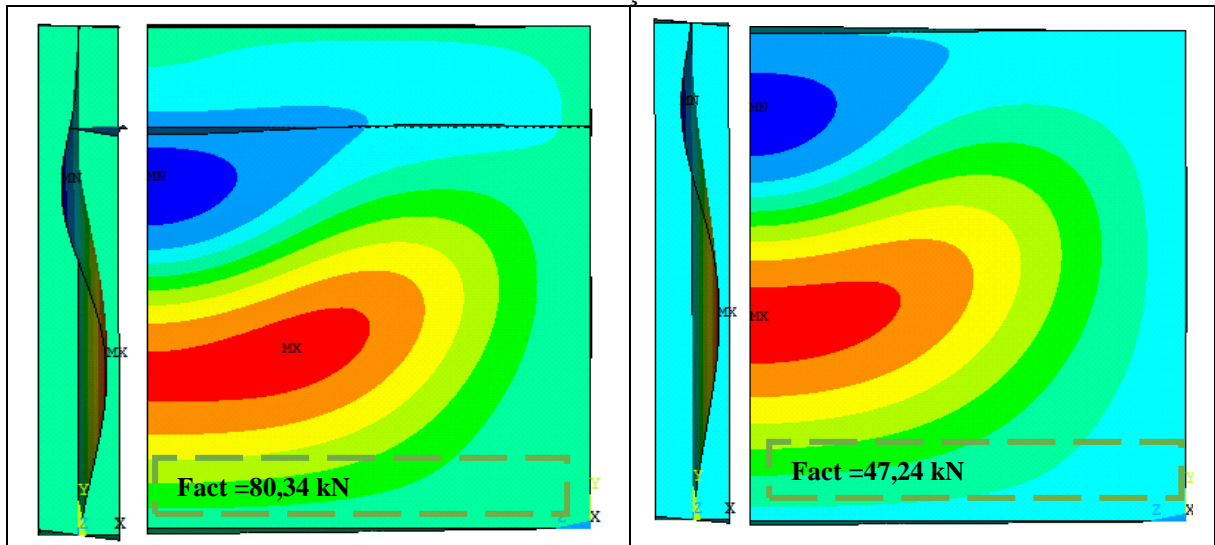
Fonte: O Autor, 2018.

Figura 28: Primeiro modo de Instabilidade viga VT08, com reforço longitudinal e sem reforço



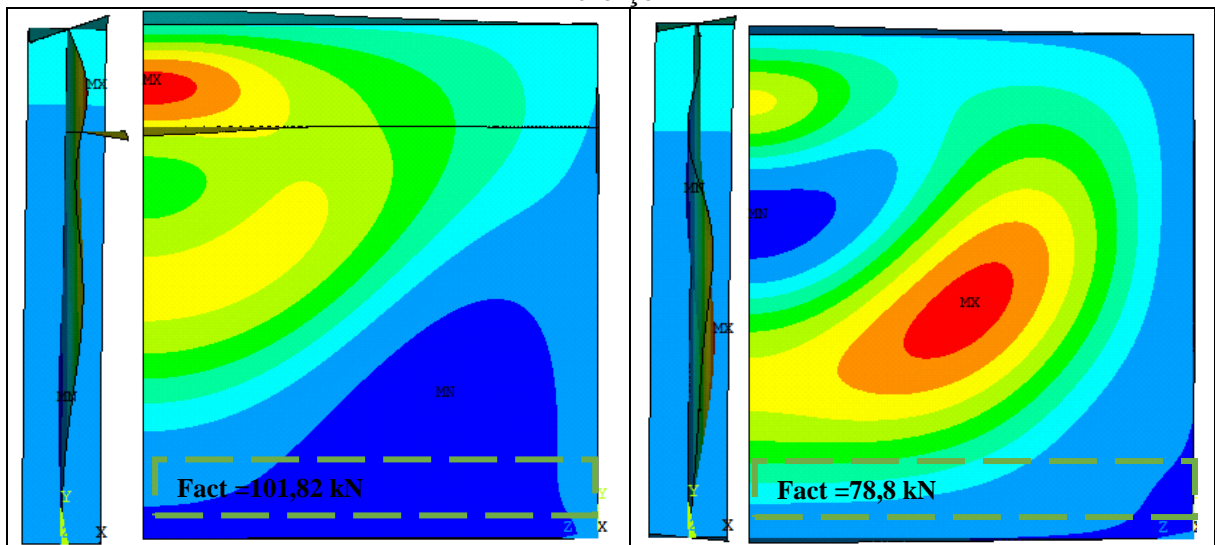
Fonte: O Autor, 2018.

Figura 29: Segundo modo de Instabilidade viga VT08, , com reforço longitudinal e sem reforço



Fonte: O Autor, 2018.

Figura 30: Terceiro modo de Instabilidade viga VT08, , com reforço longitudinal e sem reforço



Fonte: O Autor, 2018.

A imperfeição foi aplicada como primeiro modo de instabilidade (upgeom, fator,1, modo,) e a amplitude máxima da imperfeição é  $(hw/200)$  como sugerido pela norma EN 1993-1-5.

### 3.2.3 Análise não linear e validação do modelo numérico

Na terceira etapa do desenvolvimento computacional APDL, procedeu-se a uma análise não linear e geométrica da viga com imperfeições, que simula o comportamento da estrutura durante todo o carregamento, inclusive após início da instabilidade ou ponto de bifurcação. O comportamento do material foi definido com elastoplástico perfeito (tb,biso). A análise não linear foi ativada através do comando (antype,static) e os efeitos de grandes deslocamentos pelo comando (nlgeom) com método de arc-length para pegar o ponto máximo de carga.

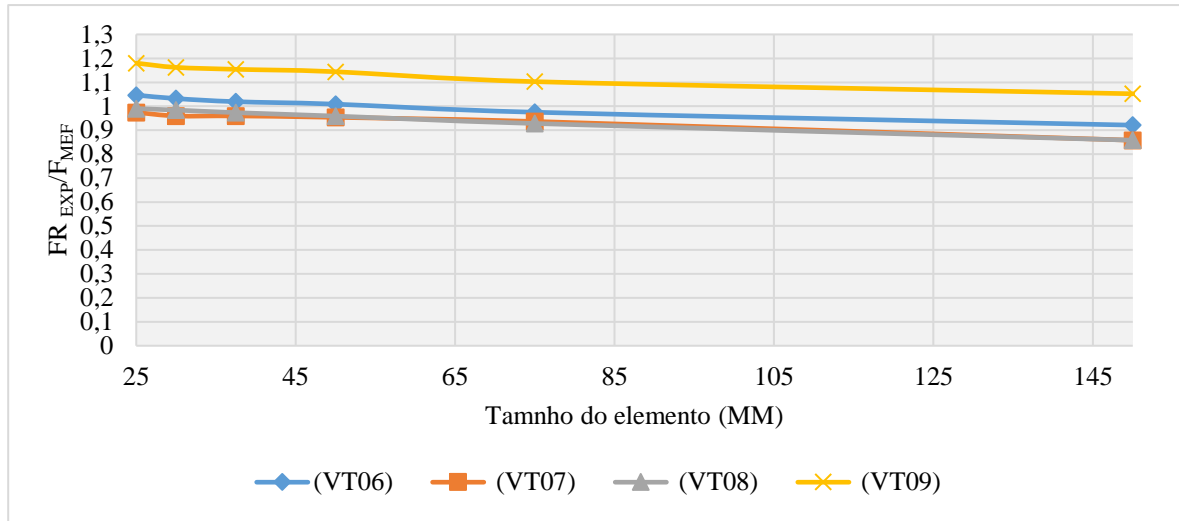
Os resultados experimentais foram reproduzidos por Graciano, Mendez e Medina (2014) através de uma análise não linear de elementos finitos pelo software *Ansys*, considerando as imperfeições geométricas de acordo com as recomendações da norma europeia, os autores consideram a amplitude máxima das imperfeições geométricas como  $h_w/200$  e o primeiro modo de instabilidade. A Tabela 5 apresenta os valores obtidos pela análise experimental e MEF.

Tabela 5: Comparação entre análise experimental e MEF

Viga	$F_{R-EXP}$ (kN) (Dubas 1990)	Modelagem (MEF)	Modelagem (MF)	Diferença $F_{R-EXP}/F_{R-MEF}$
		(kN) Graciano, Mendez e Medina (2014)	(kN) Autor (2018)	
<b>VT06</b>	167	180	164	(98%)
<b>VT07</b>	232	262	242	(104%)
<b>VT08</b>	182	190	185	(101%)
<b>VT09</b>	281	300	281	(100%)

Fonte: O Autor, 2018.

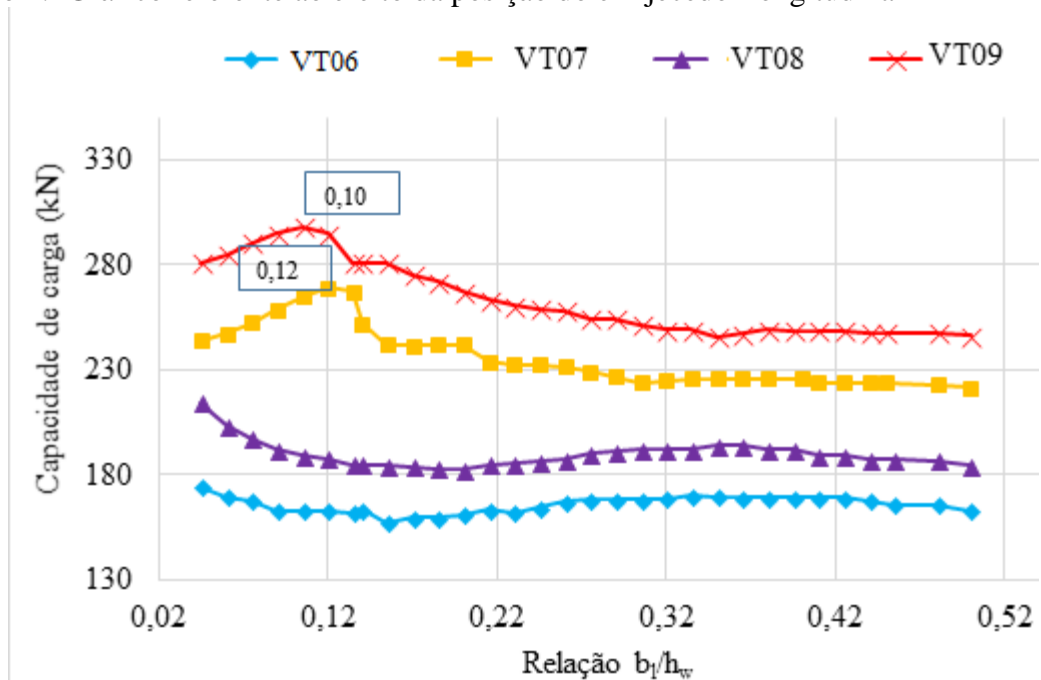
O Gráfico 2 ilustra a convergência da razão entre capacidade de resistência experimental e a numérica relacionado ao número de elementos. Nota-se que na proporção que aumenta o número de elementos, a capacidade de carga numérica vai convergindo com o experimental. O número de elementos determinado para as análises foram de aproximadamente 9000, cada elemento com um tamanho de 25 mm.

Gráfico 2: Relação entre  $FR_{EXP}/FR_{MEF}$ 

Fonte: O Autor, 2018.

O efeito da posição do reforço longitudinal na capacidade de carga é apresentado no Gráfico 2, que foi determinada através da carga aplicada x o coeficiente de instabilidade, variando a posição em relação a  $b_l/h_w$  (0,05 a 0,5). O referido gráfico ilustra que os pontos máximos dos diagramas são a melhor localização do reforço longitudinal.

Gráfico 2: Gráfico referente ao efeito da posição do enrijecedor longitudinal MEF

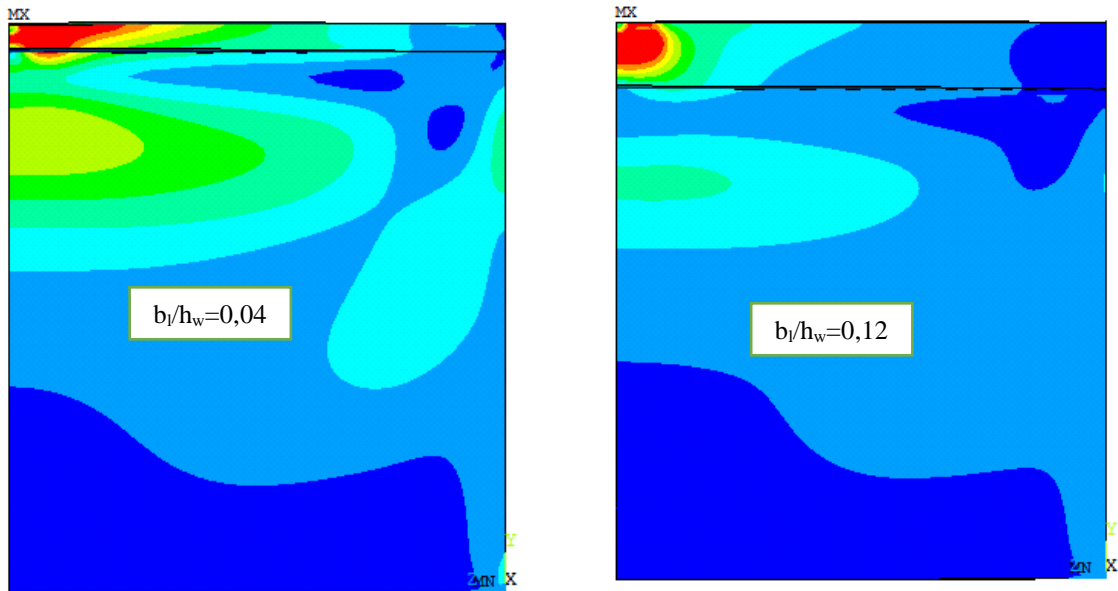


Fonte: O Autor, 2018.

Contudo, pode-se concluir que a posição do reforço longitudinal para uma viga com carregamento  $S_s/h_w = 0,04$  é mais próxima à mesa superior do que para uma viga com

carregamento  $S_s/h_w=0,2$ . Observa-se nas Figuras 31 e 32 que há uma melhor distribuição de tensões entre os sub-painéis ( $b_l/h_w=0,05$ ) quando comparado com  $b_l/h_w=12$ , a posição máxima demonstrada no Gráfico 2 (VT07).

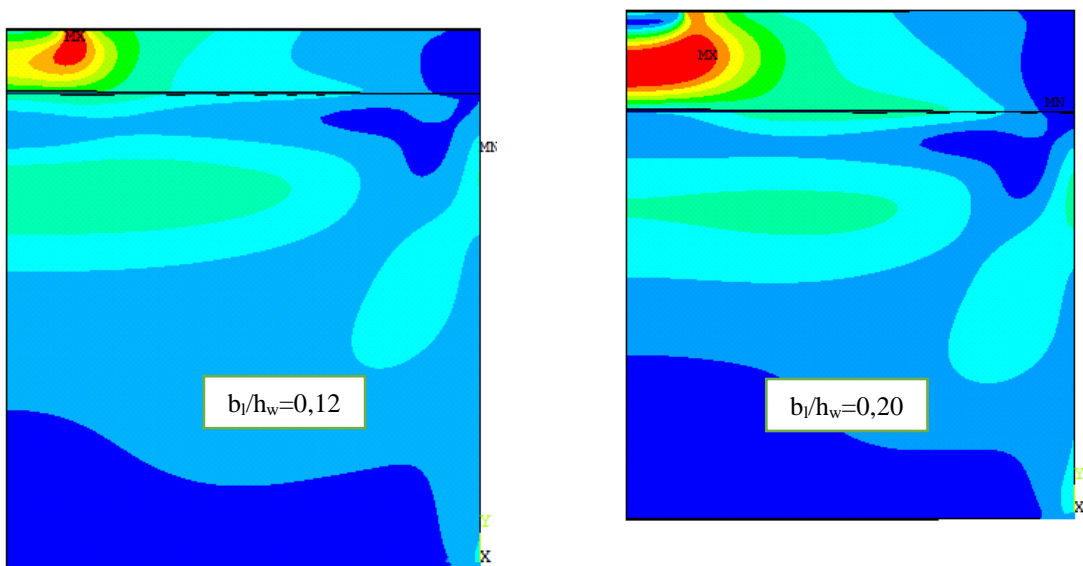
Figura 31: Viga VT07: distribuição de tensões Von Mises



Fonte: O Autor, 2018.

No entanto, quando aumenta o comprimento de carga ( $S_s/h_w=0,20$ ) a posição do enrijecedor longitudinal se distancia um pouco da mesa superior. Nota-se no Gráfico 2 que a melhor posição para a viga VT09  $b_l/h_w=0,12$  é aonde ocorre a melhor distribuição de tensões, conforme vê-se à Figura 32.

Figura 32: Viga VT08: distribuição de tensões Von Mises

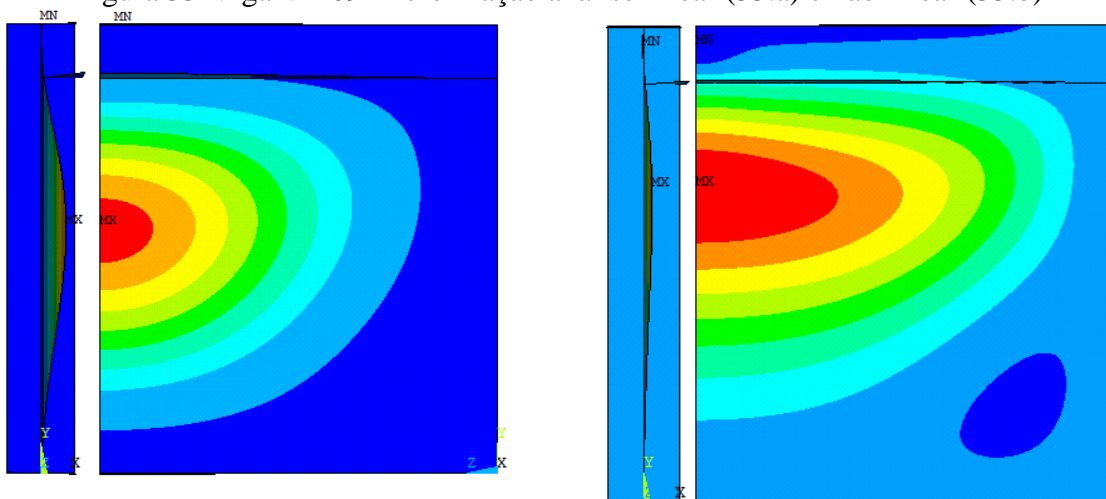


Fonte: O Autor, 2018.



A figura 33.a apresenta a deformação da viga VT 09 para análise linear, e figura 33.b para análise não linear, podemos observar a evolução na deformação e a melhor distribuição de tensões na análise não linear.

Figura 33-Viga VT 09- Deformação análise linear (33.a) e não linear (33.b)



Fonte: O Autor, 2018.

Os resultados da deformação na análise não linear indicam que a viga está muito próxima do colapso (Figura 33.b), as zonas plásticas ocupam quase toda a seção e um leve aumento da magnitude da carga fará com que a estrutura entre em colapso

#### 4 RESULTADOS

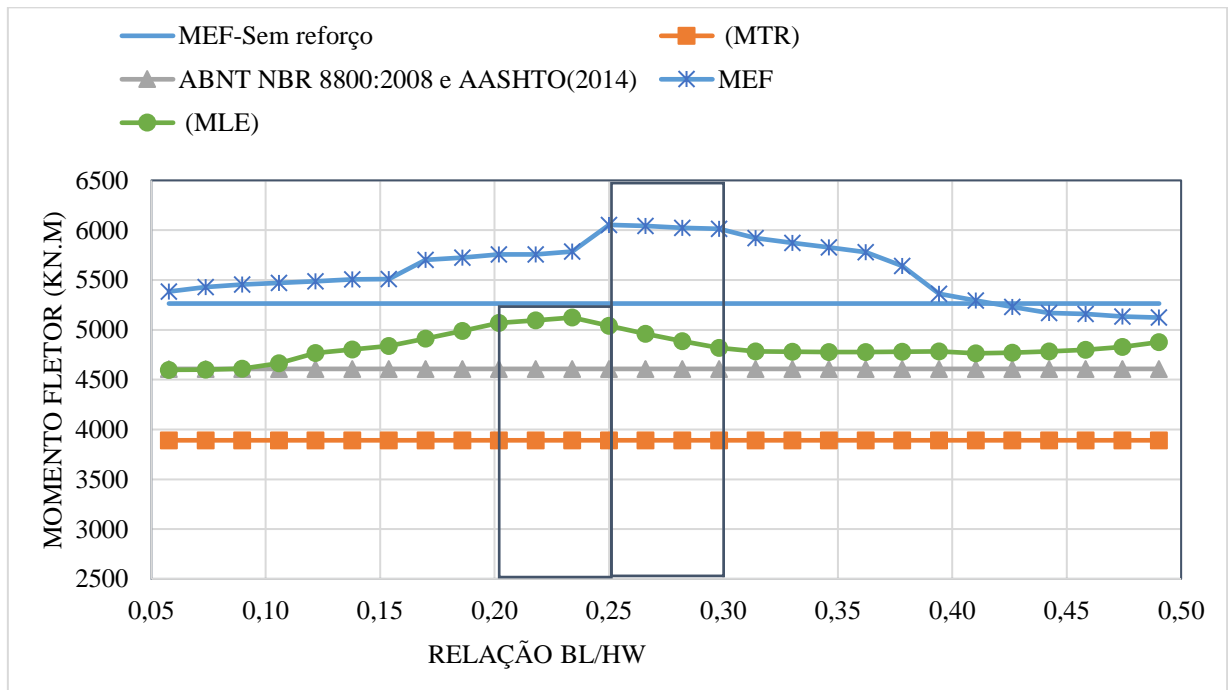
Conduzindo-se a pesquisa de acordo com a metodologia descrita no capítulo anterior, são apresentados nos gráficos, o momento fletor resistente MLE e MTR, comparando-se com as prescrições da NBR 8800 (ABNT, 2008), AASHTO (2014) e EN 1993-1-5 (2006) em relação a MEF. A geometria utilizada para a determinação do momento fletor é referente as vigas VT-05, VT-06, VT-07, VT-08, VT-09.

Observa-se nos gráficos a seguir o momento fletor resistente para as vigas analisadas, nota-se que para ambos casos o MEF apresenta capacidade superior quando comparado com os métodos analíticos. Outro ponto importante a ser observados nos gráficos é que o momento fletor pelos métodos MEF e MLE apresentam uma posição ótima para o enrijecedor longitudinal, evidenciando que o enrijecedor quando posicionado adequadamente aumenta a capacidade de carga da viga analisada.

Os métodos MTR e ABNT NBR 8800:2008 e AASHTO (2014) não possui uma posição ótima, pois esses métodos não consideram a posição do enrijecedor longitudinal para a determinação da capacidade de carga das vigas analisadas, apenas a geometria das mesas e da alma, isso explica o motivo destes métodos apresentarem capacidades inferiores em todos os modelos analisados.

O gráfico 3 apresenta o momento fletor da viga VT-05, observa-se que a posição ótima pelo método numérico está entre 0,25hw e 0,30hw, em contrapartida o método analítico MLE entre 0,20hw e 0,25hw. Outro ponto importante no gráfico é o aumento de (10%) a capacidade de carga da viga quando considerado e posicionado adequadamente o enrijecedor longitudinal.

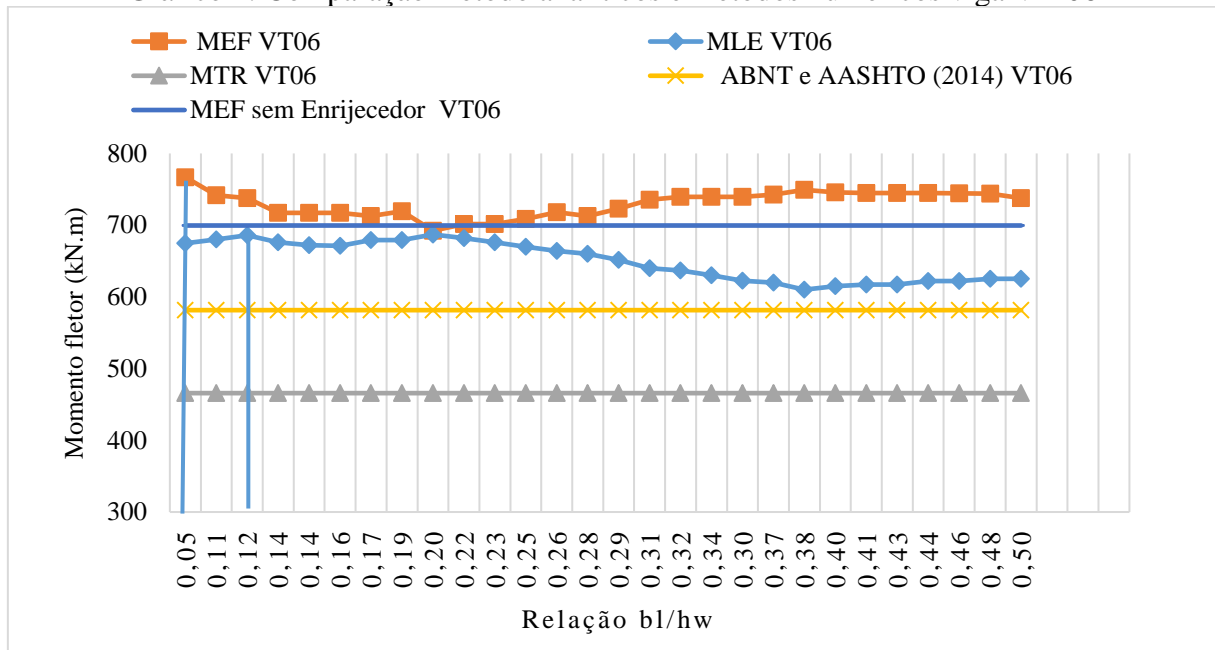
Gráfico 3: Comparação método analíticos e métodos numéricos viga VT-05



Fonte: O Autor, 2018.

O gráfico 4 apresenta o momento fletor da viga VT-06, nota-se que para este caso a posição ótima do enrijecedor longitudinal está mais próximo a mesa superior, pelo método numérico de elementos finitos está na posição 0,05hw e pelo método analítico MLE 0,12hw. como era esperado o enrijecedor melhorou a capacidade de carga da viga em (10%).

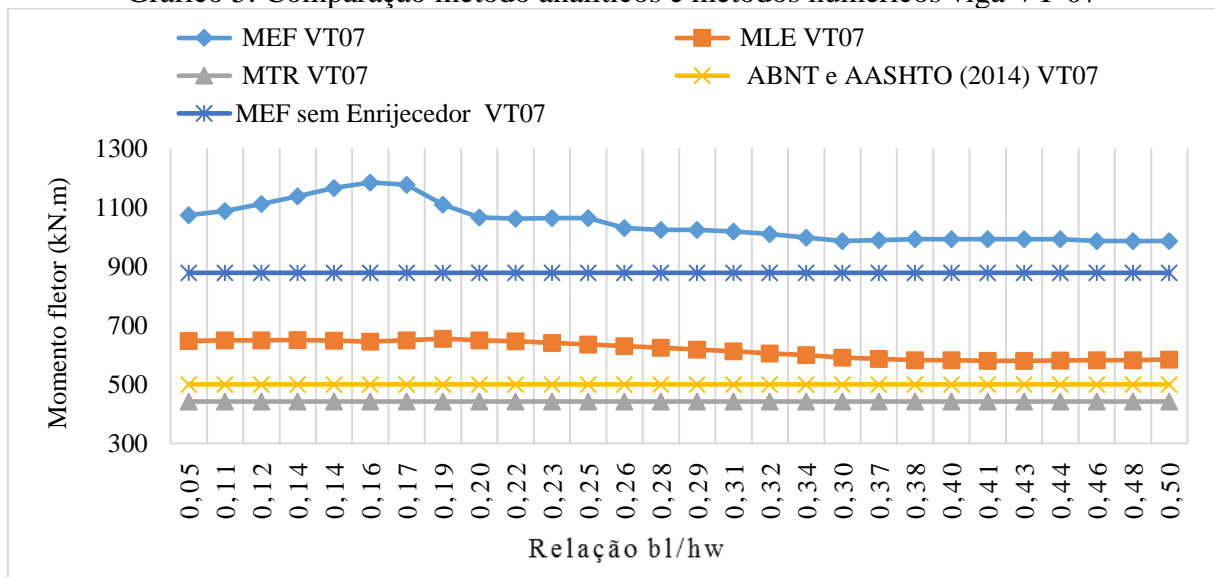
Gráfico 4: Comparação método analíticos e métodos numéricos viga VT-06



Fonte: O Autor, 2018.

O diagrama 5 demonstra o momento fletor da viga VT-07, percebe-se que a melhor posição para o enrijecedor longitudinal pelo MLE está entre 0,14hw a 0,17hw, no entanto pelo método de elementos finitos 0,16hw a 0,19hw. Neste caso o enrijecedor longitudinal aumenta a capacidade carga consideravelmente, cerca de 26%, evidenciando que o mesmo melhora a distribuição de tensões quando posicionado adequadamente na região de compressão da alma.

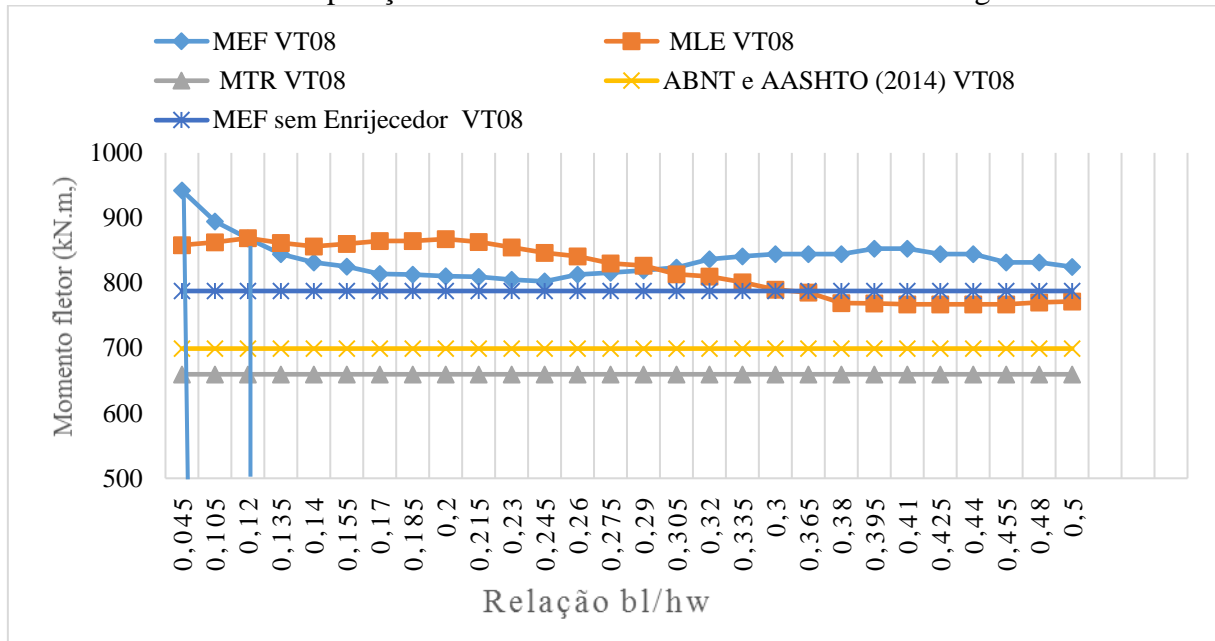
Gráfico 5: Comparação método analíticos e métodos numéricos viga VT-07



Fonte: O Autor, 2018.

O diagrama 6 apresenta a comparação dos momentos fletores da VT-08, nota-se que a posição ótima pelo MEF está muito próxima a mesa superior  $0,045h_w$ , e pelo MLE está na posição  $0,12h_w$ . O enrijecedor longitudinal neste caso aumenta a capacidade de carga da viga em torno de 17%.

Gráfico 6: Comparação método analíticos e métodos numéricos viga VT-08



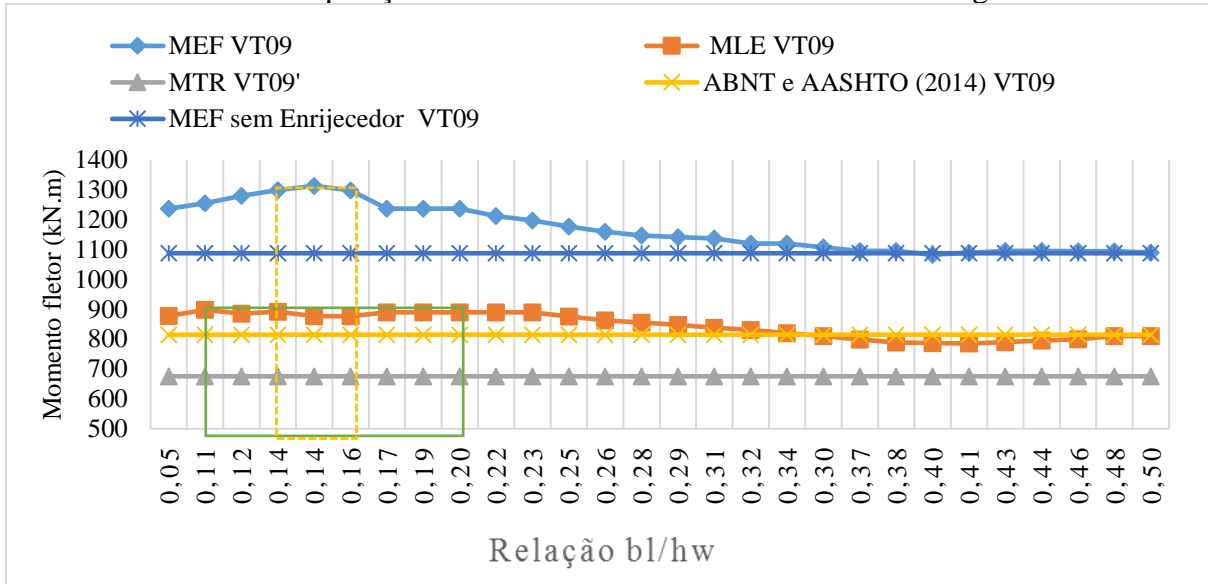
Fonte: O Autor, 2018.

O gráfico 7 apresenta os momentos fletores para viga VT-09, observa-se que a posição ótima pelo MLE está entre  $0,12h_w$  a  $0,20h_w$ , e para MEF  $0,14h_w$  a  $0,16h_w$ . O enrijecedor longitudinal melhora a capacidade de carga em (17%).

Desse modo, a posição ótima do reforço longitudinal vai depender de cada viga analisada, sendo importante salientar que a melhor posição será sempre na região de compressão da alma, aonde ocorre os problemas de instabilidade. Por esses fatos vários autores descrevem qual a melhor posição do enrijecedor longitudinal, assim como Dubas (1948) que identificou  $0,20h_w$ , Klöppel e Scheer (1960) que inferiram a posição de  $0,25.h_w$  e Kövesdi (2018) que a posição do enrijecedor longitudinal pode variar entre  $0,18.h_w$  a  $0,25.h_w$ .

Eldib et al (2016) comentam que a posição ótima para o enrijecedor longitudinal é de  $0.18h_w$  e que quando posicionado adequadamente pode aumentar a capacidade até 62%. Loaiza et al (2017) comenta que para múltiplos enrijecedores a melhor posição relativa é  $0,1h_w$ , no entanto para um enrijecedor longitudinal a melhor posição é  $0.3h_w$  e que o mesmo reduz a deflexão da viga em aproximadamente 22,2 % e 40,1%.

Gráfico 7: Comparação método analíticos e métodos numéricos viga VT-09



Fonte: O Autor, 2018.

A Tabela 6 apresenta a diferença de capacidade de carga entre MLE, MTR e ABNT/AASHTO (2014). Podemos observar que em todos os casos estudados o MLE apresenta resultados superiores, no entanto o método da norma brasileira e americana apresentam resultados satisfatórios pelo fato de ser um método fácil de ser programado, não exigindo extensas folhas de cálculos.

A diferença mais impactante é referente à viga VT-07 chegando a (24,7 %) mas podendo chegar a resultados muito satisfatórios como nos casos das vigas VT-05 e VT-09. Essa diferença está atrelada ao fato de que o método da largura efetiva considera a geometria e posição do enrijecedor longitudinal. Vale ressaltar que a norma brasileira não sugere a utilização de enrijecedores longitudinais, diferente da norma europeia e americana, que recomendam a utilização para uma esbelteza maior que 150, limitando até o máximo de 300. Assim, é notório que o reforço longitudinal, quando posicionado adequadamente, melhora a capacidade de carga de vigas I de alma esbelta.

Tabela 6 Diferença entre os métodos analíticos

<b>Vigas</b>	<b>MLE</b> <b>(kN.m)</b>	<b>(%)</b>	<b>MTR</b> <b>(kN.m)</b>	<b>(%)</b>	<b>ABNT 8800/</b> <b>AASHTO 2014</b> <b>(kN.m)</b>	<b>(%)</b>
<b>VT05</b>	5096	100%	3891	25%	4608	11%
<b>VT06</b>	687	100%	465	33%	581	26%
<b>VT07</b>	650	100%	442	29%	500	24%
<b>VT08</b>	868	100%	659	25%	699	20%
<b>VT09</b>	897	100%	676	25%	814	10%

Fonte: O Autor, 2018.

Segundo Acero e Rodriguez (2014), o método da largura efetiva é eficiente do ponto de vista estrutural para geometrias simples, pois considera a redistribuição pós-crítica das tensões entre diferentes elementos da seção transversal. A sua aplicabilidade ainda não está estabelecida para geometrias não uniformes. Por essa razão, a norma EN 1993-1-5 (2006) tem como alternativa o método da tensão reduzida, que é aplicável a qualquer geometria, pois considera o campo de tensões completo e sua interação global.

Para o MTR apresentam resultados muitos inferiores em todos os casos analisados, como pode ser observado (Tabela 6) a viga VT-06 que chega a 33 %, até a menor diferença com (25 %). Essa diferença está atrelada ao fato de o MTR avaliar os fatores de redução como uma única esbeltez para o painel. Assim, a capacidade de carga é determinada em um único passo de verificação, admitindo uma distribuição linear de tensões até atingir a tensão limite da região do painel que ficar deformado fora do plano. No entanto, o MLE avalia a redistribuição pós-crítica das tensões entre os diferentes elementos da seção transversal, verificando cada tipo de esforço e, em seguida, a combinação desses esforços.

A tabela 7 apresenta a diferença em porcentagem entre os MEF pelos métodos analíticos, podemos observar que o método que mais se aproxima com MEF é o MLE com uma diferença que pode variar entre [16 % a 45 %], podemos concluir que essa diferença vai variar de acordo de cada modelo analisado.

Tabela 7-Diferença entre os MEF pelos Métodos analíticos

<b>Vigas</b>	<b>MEF</b> <b>kN.m</b>	<b>(%)</b>	<b>MLE</b> <b>(kN.m)</b>	<b>(%)</b>	<b>MTR</b> <b>(kN.m)</b>	<b>(%)</b>	<b>ABNT 8800/</b> <b>AASHTO</b> <b>2014 (kN.m)</b>	<b>(%)</b>
<b>VT05</b>	5096	100%	5096	16%	3891	34%	4608	26%
<b>VT06</b>	767	100%	687	11%	465	40%	581	24%
<b>VT07</b>	1184	100%	650	45%	442	61%	500	58%
<b>VT08</b>	942	100%	868	8%	659	30%	699	26%
<b>VT09</b>	1312	100%	897	32%	676	38%	814	49%

Fonte: O Autor, 2018.

Assim se pode concluir que a melhor posição para enrijecedor longitudinal vai depender de múltiplas variáveis, como por exemplo, a rigidez do enrijecedor, a esbeltez da viga, comprimento de carga e a amplitude da imperfeição. Desse modo é possível afirmar que há necessidade de analisar cada modelo para determinar a melhor posição do enrijecedor longitudinal.

Por fim, pode-se afirmar que os métodos numéricos apresentaram resultados superiores quando comparados aos métodos analíticos, sendo a norma europeia a que mais se aproxima MEF. Assim como Kövesdi, Mecséri e Dunai (2018) que encontraram resultados mais conservadores quando comparado a norma europeia MEF, descrevendo que os resultados podem variar de até 67%. Portanto essa diferença chama atenção sobre a necessidade de melhorar os métodos analíticos proposto pelas normas.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho apresentou estudos para o projeto de detalhamento de vigas esbeltas de aço de seção I soldada, considerando enrijecedores transversais e longitudinais, através de um estudo comparativo entre os métodos numéricos através de elementos finitos com os métodos analíticos propostos pelas normas, europeia, americana e brasileira. A execução dos métodos descritos - analíticos e para análise numérica, permitiu a apresentação de folhas de cálculos por meio da linguagem computacional em APDL, provando que ambos os métodos podem ser utilizados para o projeto.

Comparando-se os métodos analíticos descritos pela EN 1993-1-5 (2006) para determinar a capacidade de carga de vigas I de alma esbelta, o MLE tem a vantagem de fornecer capacidade de carga superior, no entanto, revela a desvantagem de abranger somente elementos estruturais com seções transversais típicas e largura uniforme. Além disso, é mais trabalhoso para ser programado. Por outro lado, o MTR tem a vantagem de ser aplicável a seções não uniformes, por exemplo, em vigas com mísulas e painéis não regulares, proporcionando mais agilidade nas verificações por se tratar de um método fácil de ser programado.

Ocorrem divergências significativas dos resultados quando comparados, que pode ser explicados pelo fato de o MTR não considerar a redistribuição de tensões entre os diferentes elementos que compõem a seção transversal, assumindo, assim, uma distribuição linear de tensões até atingir a tensão limite da região do painel que flambar primeiro. Isso, faz com que a capacidade resistente última de toda a seção seja comandada pelo elemento menos resistente da seção.

Os métodos descritos pela norma americana (AASHTO, 2014) e brasileira (ABNT NBR 8800,2008) apresentam resultados satisfatórios, além de serem fáceis para programação, não envolvendo extensas folhas de cálculos quando comparado com MLE (EN 1993-1-5,2006). Os



métodos numéricos apresentam resultados melhores quando comparado com os métodos analíticos, ficando claro que há uma necessidade de melhorar os métodos propostos pelas normas estudadas. Também se pode concluir que o enrijecedor longitudinal quando posicionado adequadamente melhora a capacidade de carga, dependendo da esbeltez, rigidez do reforço e comprimento de carga, dessa maneira, a posição do enrijecedor vai variar de acordo com cada viga analisada.

Uma continuação a este trabalho seria ensaiar experimentalmente várias modelos e propor modelos analíticos que aprimorem aqueles propostos na ABNT NBR 8800 e continuar fazendo mais análises paramétricas, variando a rigidez do enrijecedor longitudinal, esbeltez, comprimento de carga e espessura da mesa.

## REFERÊNCIAS

\_\_\_\_ et al. **Design of plated structures**: ECCS Eurocode design manual. Local: Ernst & Sohn, 2010.

\_\_\_\_; \_\_\_\_\_. Flexural Resistance of Longitudinally Stiffened I-Girders. I: LTB and FLB Limit States. **Journal Of Bridge Engineering**, Atlanta, p.1-10, 22 jan. 2017.b.

\_\_\_\_; CASANOVA, E.; ZAPATA-MEDINA, D. G. Elastoplastic behavior of longitudinally stiffened girder webs subjected to patch loading and bending. **Dyna**, Medellin, v. 82, n. 189, p.103-109, 21 fev. 2015.

\_\_\_\_; MECSÉRI, B.j.; DUNAI, L.. Imperfection analysis on the patch loading resistance of girders with open section longitudinal stiffeners. **Thin-walled Structures**, [s.l.], v. 123, p.195-205, fev. 2018. Elsevier BV.

\_\_\_\_; MENDES, J. Elastic buckling of longitudinally stiffened patch loaded plate girders using factorial design. **Journal Of Constructional Steel Research**, v. 100, p.229-236, set. 2014.

\_\_\_\_; WHITE, D. W. Reassessment of the Lateral Torsional Buckling Resistance of I-Section Members: Uniform-Moment Studies. **Journal Of Structural Engineering**, [s.l.], v. 143, n. 3, p.04016194-11, mar. 2017.a.

AASHTO. American Association of State Highway and Transportation Officials. **LRFD Bridge design Specifications**. Washington DC, 2014.

ABNT. Associação Brasileira de Normas Técnicas. **NBR 8800**: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Brasília, 2008.

ACERO, R. L.; RODRÍGUEZ, P. G. La revisión del Eurocódigo 3, parte 1-5: “placas planas cargadas en su plano”: Review of Eurocode 3, part 1–5: plated structural elements. **Elsevier**, Madrid, Espana, v. 272, n. 65, p.85-96, mar. 2014.

ALEXANDRU, B. D. **Semi-analytical method of buckling strength prediction for plates stiffened with slender web stiffeners**: a method for maximizing the weight reduction in plated

structures. 2014. Tese (Doutorado) - Curso de Civil Engineering, Delft University Of Technology Faculty Of Civil Engineering And Geosciences, Netherlands, 2014.

ALMEIDA, S. J. de C. **Análise numérica de perfis de aço formados a frio comprimidos considerando imperfeições geométricas iniciais**. 2007. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2007.

ALVES FILHO, A. **Elementos finitos**. 5. ed. São Paulo: Abdr, 2012.

ANSYS USER'S MANUAL. **Introducción to Ansys**. Swanson Analysis Systems, 1995. v.1.

AZEVEDO, Á. F. M. **Método dos elementos finitos**. Portugal: Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2003

BARBOSA, D. A. **Estudo de almas de vigas de aço enrijecidas longitudinalmente**. 2016. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal de Minas Gerais Escola de Engenharia Programa de Pós-graduação em Engenharia de Estruturas, Belo Horizonte, 2016.

BASLER, K.; THURLIMANN, B. Strength of plate girders in bending. **Lehigh University Institute Of Research**, Washington, v. 19, n. 251, p.1-65, November. 1960.

BEG, D. Design of plated structures according to EN 1993-1-5 with the emphasis on longitudinal compression. **Stahlbau**, [s.l.], v. 81, n. 4, p.304-314, 27 mar. 2012.

BRAUN, B.; KUHLMANN, U. The interaction behaviour of steel plates under transverse loading, bending moment and shear force. **Proceedings of SDSS Rio**, v. 22, n. 22, p.731-738, ago. 2010.

CHEN, W. F.; HAND, D. J. **Plasticity for structural engineers**. New York: Springer-Verlag, 1988.

COOPER, P. B. **Literature survey on longitudinally stiffened plates**. September, 1963.

DIB, Abou-hashem El et al. Effect of Stiffeners on the Behavior of Slender Built up Steel I-Beams. **International Journal Of Civil And Environmental Engineering**, London, v. 10, n. 8, p.988-996, 10 ago. 2016

DUBAS, C. **Contribution A` L' E'tude Du Voilement Des To`les Raidies**: a contribution to the buckling of stiffened plates. 1948. Tese (Doutorado) - Curso de Grade de Docteur Es Sciences Techniques, X L'École Polytechnique FÉdÉrale, Zurich, Zurich, 1948.

DUBAS, P; TSCHAMPER, H. STABILITE DES AMES SOUMISES A UNE CHARGE CONCENTREE ET A UNE FLEXION GLOBALE. **Construction Metallique**, Institut Francais Des Sciences Et Technologies Des Transports, de L'aménagement Et Des Réseaux (ifsstar), v. 27, n. 2, p.29-39, 1990.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **EUROCODE 3**: Eurocode 3 - Design of steel structures - Part 1-5: Plated structural elements. 5. ed. Brussels: Cen, 2006.  
GALAMBOS, Theodore V. **Guide to stability design criteria for metal structures**. New York: John Wiley & Sons, 1998.

GAMBHIR, M. L. **Stability analysis and desing of structures**. Berlim, Alemanha: Springer, 2004.

GRACIANO, C. A.; MENDEZ, J.; MEDINA, D. G. Zapata. Influence of the boundary conditions on FEmodeling of longitudinally stiffened I-girders subjected to concentrated loads. **Rev. Fac. Ing. Univ. Antioquia, Antioquia**, v. 71, n. 1, p.221-229, jun. 2014.

GRACIANO, C.; JOHANSSON, B. Resistance of longitudinally stiffened I-girders subjected to concentrated loads. **Journal of Constructional Steel Research**, Sweden, v. 59, n. 5, p.561-586, jul. 2003.

IVASHOV, A. *Projeto SMath*. 2007. Disponível em: < <https://en.smath.info/view/b0c79170-8f25-4115-97ae-f372f409e68c/summary>>. Acesso em: 12 jan. 2016.

JOHANSSON, B. et al. **Commentary and worked examples to en 1993-1-5 “plated structural elements**. Luxembourg: Jrc, 2007.

KLÖPPEL, K.; SCHEER, J. **Beulwerte ausgesteifter Rechteckplatten**: kurventafeln zum direkten nachweis der beulsicherheit für verschiedene steifenanordnungen und belastungen. W. Ernst, 1960.

KÖVESDI, B.. Patch loading resistance of slender plate girders with longitudinal stiffeners. **Journal Of Constructional Steel Research**, [s.l.], v. 140, p.237-246, jan. 2018. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jcsr.2017.10.031>.

LACERDA, E. G. M. **Análise não linear de treliças pelo método dos elementos finitos posicional**. 2014. 107 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2014.

LAGERQVIST, O.; JOHANSSON, B. Resistance of I-girders to concentrated loads. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 39, n. 2, p.87-119, set. 1996.

LOAIZA, Nelson et al. 16.23: A comparative analysis of longitudinal stiffener cross-section for slender I-girders subjected to patch loading. **Ce/papers**, [s.l.], v. 1, n. 2-3, p.4223-4229, set. 2017. Wiley-Blackwell. <http://dx.doi.org/10.1002/cepa.480>.

MUPETA, H.; JOHN, G.; HIRANI, A. **Resistance of members to flexural buckling according to eurocode 3**: focus on imperfections. 2015. Dissertação (Mestrado) - Curso de Civil Engineering, Linnaeus University, Faculty Of Technology, Småland, Sweden, 2015.

OSTAPENKO, A.; CHERN, C. Ultimate Strength of Longitudinally Stiffened Plate Girders Under Combined Loads. **Fritz Engineering Laboratory: Lehigh University**, Bethlehem, v. 328, 1971.

OWEN, D. R.; ROCKEY, K. C.; SKALOUD, M. Ultimate Load Behavior of Longitudinally Reinforced Web Plates Subjected to Pure Bending. **Kajima Inst Constr Tech**, Japan, p.113-148, 1970.

PARK, Yong Myung et al. Modified slenderness limits for bending resistance of longitudinally stiffened plate girders. **Journal Of Constructional Steel Research**, [s.l.], v. 122, p.354-366, jul. 2016. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jcsr.2016.04.003>.

PFEIL, W. **Estruturas de aço dimensionamento prático**. 8. ed. Rio de Janeiro: Grupo Editorial Nacional, 2009.

ROCKEY, K. C.; LEGGETT, D. M. A. The buckling of a plate girder web under pure bending when reinforced by a single longitudinal stiffener. **Proceedings Of The Institution Of Civil Engineers**, [s.l.], v. 21, n. 1, p.161-188, jan. 1962.

SILVA, A. L. R. de C. **Análise numérica não-linear da Instabilidade local de perfis de aço estrutural submetidos à compressão uniaxial**. 2006. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal de Minas Gerais, Minas Gerais, 2006.

SILVA, J. E. M. **Influencia de imperfecciones geométricas en la capacidad de carga de vigas esbeltas de perfil I**. 2008. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Universidad Simón Bolívar Decanato de Estudios de Postgrado Maestría En Ingeniería Mecánica, Bolívar, 2008.

SILVA, L. S. da; GERVÁSIO, H. **Manual de dimensionamento de estruturas metálicas: métodos avançados Eurocódigo 3**. Coimbra, Portugal: Associação Portuguesa de Construções Metálicas e Mistas, 2007.

SUBRAMANIAN, L. P. P. **Flexural resistance of longitudinally stiffened plate girders**. 2015. Dissertação (Mestrado) - Curso de Georgia Institute Of Technology, In Partial Fulfillment Of The Requirements For The Degree Doctor Of Philosophy In The School Of Civil Engineering, North Ave Nw, Atlanta, 2015.

TIMOSHENKO, S. P. Uber die stabilitat versteifter platten: on the stability of stiffened plates. **Eisenbau**, n.12, p.147, 1921.

UNOSSON, E. **Patch loading of stainless steel girders: experiments and finite element analyses**. 2003. Tese (Doutorado) - Curso de Department of Civil and Mining Engineering Division of Steel Structures, Lulea University Of Technology, Lulea, Suécia, 2003.

WEMPNER, G. A. Discrete approximations related to nonlinear theories of solids. **International Journal of Solids and Structures**, v. 7, n. 11, p.1582-1599, jun. 1971.

## APÊNDICE A: Validação da planilha de cálculo desenvolvida no programa computacional SMath Studio, baseado na norma EN 1993-1-5:2006

Exemplo (pág.211) apresentado por Barbosa (2016)

### a) Propriedades do aço

As propriedades mecânicas do aço estrutural são dadas na EN10025-2 para grau de aço S355K2 e na EN10025-3 para graus de aço S355N e S355NL.

$$f_y := 355 \text{ MPa}$$

(Resistência característica ou nominal ao escoamento do aço)

$$f_{yw} := 355 \text{ MPa}$$

(Resistência característica ou nominal ao escoamento do aço da alma)

$$f_{yf} := 355 \text{ MPa}$$

(Resistência característica ou nominal ao escoamento do aço da mesa)

Para Estado Limite último (ULS):

$$\gamma_{M0} := 1,0$$

(Coeficiente de ponderação da resistência, fator parcial para capacidade resistente de seções transversais para qualquer classe- Item 6.1- EN 1993-1-1:2005) - Para capacidade resistente plástica).

$$\gamma_{M1} := 1,1$$

(Coeficiente de ponderação da resistência, fator parcial para a capacidade resistente à instabilidade - Item 6.1 - EN 1993-1-1:2005)

$$f_{yd} := \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \quad f_{yd} = 355 \text{ MPa}$$

(Resistente de seções transversais para qualquer classe  
-Item 6.1 -EN 1993-1-1:2005) -Para capacidade resistente plástica)

$$f_{yfd} := \frac{f_y}{\gamma_{M1}} \quad f_{yfd} = 322,72727 \text{ MPa}$$

$$f_{ywd} := \frac{f_w}{\gamma_{M1}} \quad f_{ywd} = 322,72727 \text{ MPa}$$

$E_a = 210000 \text{ MPa}$  Módulo de elasticidade do aço

$$G := \frac{E_a}{2 \cdot (1 + \nu)} \quad G = 80769,23077 \text{ MPa}$$

$\nu = 0,3$  Coeficiente de Poisson do aço

Coeficiente que inclui o aumento da capacidade resistente ao cisalhamento na menor esbeltez da alma:

```

if 235 MPa ≤ fy
  η := 1,2
else
  if fy < 460
    η := 1,2
  else
    η := 1
  η(fy) := 1,2

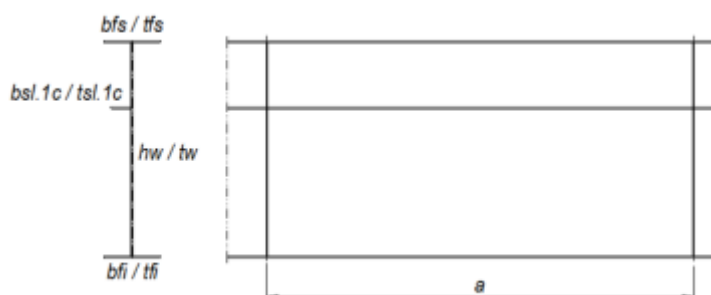
```

$$\varepsilon := \sqrt{235 \cdot \frac{\text{MPa}}{f_y}}$$

$$\varepsilon = 0,81362$$

(Fator de escoamento)

b) Dimensões do painel enrijecido e da seção transversal do tipo



$a := 5000 \text{ mm}$  Largura do painel

$b_{fs} := 350 \text{ mm}$  Largura da mesa superior

$t_{fs} := 20 \text{ mm}$  Largura da mesa inferior

$a = 5 \text{ m}$

$b_{fi} := 350 \text{ mm}$  Largura da mesa superior

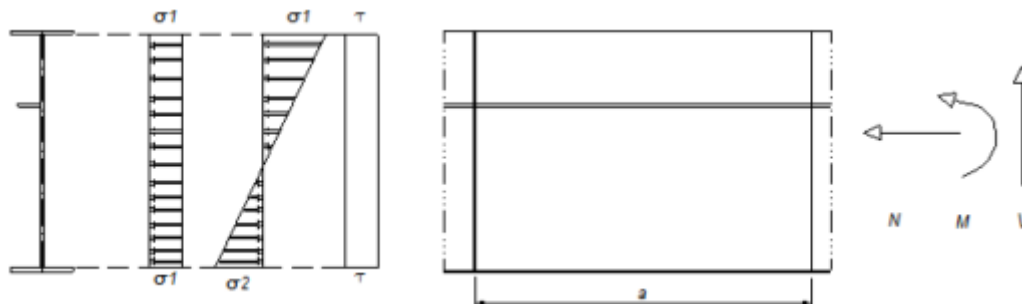
$t_{fi} := 20 \text{ mm}$  Largura da mesa inferior

$t_w := 9 \text{ mm}$  espessura da alma

$b_{s1} := 100 \text{ mm}$  altura da seção do enrijecedor longitudinal

$t_{s1} := 15 \text{ mm}$  Espessura do reforço longitudinal

### c) Esforços solicitantes de cálculo



$N_x := 44,1 \cdot 10^3 \text{ N}$  Força axial solicitante de cálculo no painel na seção x

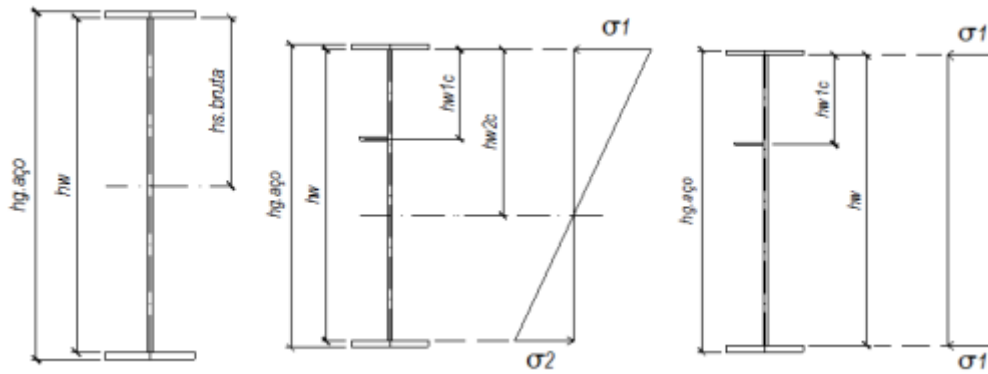
$M_y := 3373,4 \cdot 10^3 \text{ N m}$  Momento fletor solicitante de cálculo no painel

$V_z := 0 \text{ N}$  Esforço cortante solicitante de cálculo no painel

Nota: Formulário para momento atuante positivo, ou seja, compressão na borda superior e tração na borda inferior.

### d) Características geométricas da seção transversal do tipo I bruta





$$h_g := 1600 \text{ mm}$$

Altura viga I em aço

$$h_w := h_g - t_{fs} - t_{fi}$$

$$h_w = 1560 \text{ mm}$$

Altura total da alma da viga I em aço

$$h_{wlc} = 390 \text{ mm}$$

$$\alpha := \frac{a}{h_w}$$

$$\alpha = 3,20513$$

$$h_{wlc} = 390 \text{ mm}$$

altura comprimida da alma para subpainel 1

$$\text{Abruta} := b_{fs} \cdot t_{fs} + b_{fi} \cdot t_{fi} + h_w \cdot t_w$$

$$\text{Abruta} = 280,4 \text{ cm}^2$$

$$hsbruta := \frac{-b_{fs} \cdot \frac{t_{fs}^2}{2} + b_{fi} \cdot t_{fi} \cdot \left( h_w + \frac{t_{fi}}{2} \right) + \frac{h_w^2}{2} \cdot t_w}{\text{Abruta}}$$

$$hsbruta = 780 \text{ mm}$$

(Altura comprimida da alma da Viga I em aço, distância da viga I em aço à borda inferior do flange superior)

$$Iybruta := \frac{b_{fs} \cdot t_{fs}^3 + b_{fi} \cdot t_{fi}^3}{12} + b_{fs} \cdot t_{fs} \cdot \left( hsbruta + \frac{t_{fs}}{2} \right)^2 + b_{fi} \cdot t_{fi} \cdot \left( h_w - hsbruta + \frac{t_{fi}}{2} \right)^2 + \frac{t_w \cdot h_w^3}{12} + h_w \cdot t_w \cdot \left( \frac{h_w}{2} - hsbruta \right)^2$$

$$Iybruta = 1158517,86667 \text{ cm}^4$$

$$h_{w2sc} := hsbruta$$

$$h_{w2sc} = 780 \text{ mm}$$

Altura comprimida da alma para os sub-painéis 1 e 2

$$W_{y_{elsbuta}} := \frac{I_{ybruta}}{h_{sbruta}}$$

$$W_{y_{elsbuta}} = 14852,79316 \text{ cm}^3$$

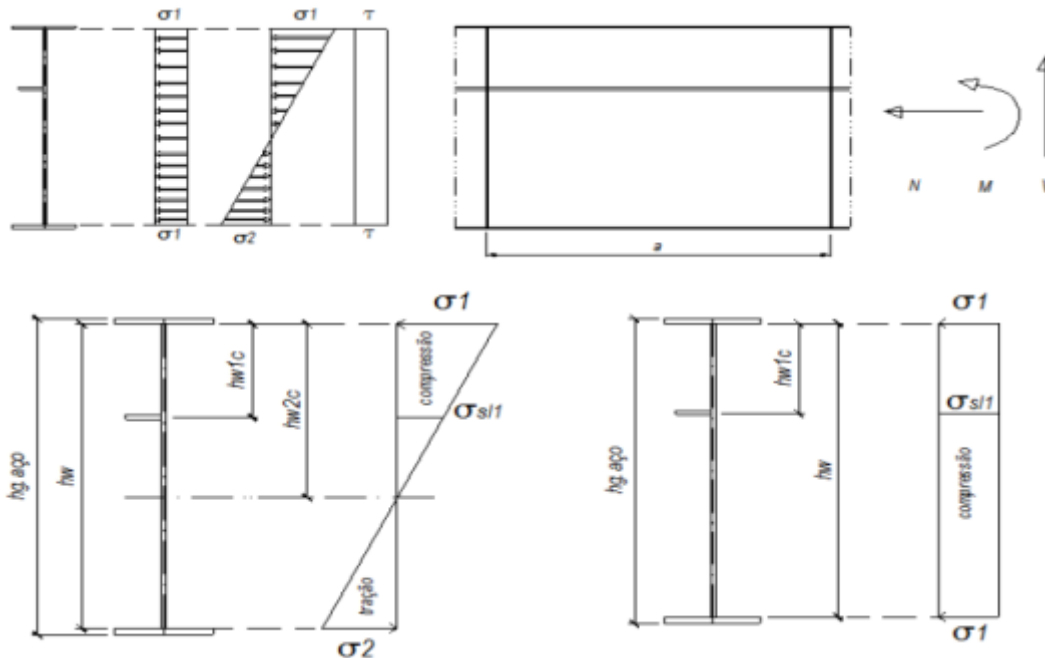
Tensão na borda superior da alma viga I em aço

$$W_{y_{elibruta}} := \frac{I_{ybruta}}{h_w - h_{sbruta}}$$

$$W_{y_{elibruta}} = 14852,79316 \text{ cm}^3$$

Tensão na borda inferior da alma viga I em aço

e) tensões normais longitudinais solicitantes de cálculo



Nota: Convenção para tensões: compressão: (+)

tração: (-)

Nota: Tensões baseadas nas características geométricas da seção de aço

bruta (desconsiderando a contribuição dos enrijecedores longitudinais):

COMPRESSÃO

$$\sigma_{X,1,N} := \frac{N_x}{A_{bruta}}$$

$$\sigma_{X,1,N} = 1,573 \text{ MPa}$$

Tensão de compressão (+) na alma da viga

$$\sigma_{x,1,2} := \sigma_{X,1,N}$$

$$\psi_n := 1$$

$$\sigma_{x,s11,n} := \sigma_{X,1,N}$$

FLEXÃO

$$\sigma_{x,1,m} := \frac{My}{\frac{I_{ybruta}}{hsbruta}}$$

$$\sigma_{x,1,m} = 227,12226 \text{ MPa}$$

Tensão máxima de compressão na alma da viga em aço no subpainel 1

<pre> if <math>\sigma_{x,1,m} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}}</math>   <math>\sigma_{x1m} := \text{"Ok"}</math> else   <math>\sigma_{x1m} := \text{"No Ok"}</math> </pre>	$\sigma_{x1m} = \text{"Ok"}$
--	------------------------------

$$\sigma_{x,2,m} := \frac{My}{\frac{I_{ybruta}}{hsbruta - h_w}}$$

$$\sigma_{x,2,m} = -227,122 \text{ MPa}$$

Tensão máxima de tração (-) na alma da viga I em aço subpainel 2

<pre> if <math>\sigma_{x,2,m} \geq \frac{-f_y}{\gamma_{M0}}</math>   <math>\sigma_{x2m} := \text{"Ok"}</math> else   <math>\sigma_{x2m} := \text{"No Ok"}</math> </pre>	$\sigma_{x2m} = \text{"Ok"}$
---	------------------------------

Tensão de compressão (+) no enrijecedor longitudinal

$$\sigma_{x,s11,m} := \frac{\sigma_{x,1,m} (hsbruta - h_{wlc})}{hsbruta} \quad \sigma_{x,s11,m} = 113,561 \text{ MPa}$$

$$\psi_m := \frac{hsbruta - h_w}{hsbruta} \quad \psi_m = -1$$

$$\psi_{m2} := \frac{\sigma_{x,2,m}}{\sigma_{x,1,m}} \quad \psi_{m2} = -1$$

COMPRESSÃO + FLEXÃO

$$\sigma_{x,1,nm} := \sigma_{X,1,N} + \frac{My}{\frac{Iybruta}{hsbruta}} \quad \sigma_{x,1,nm} = 228,69502 \text{ MPa}$$

(Tensão máxima de C = OMPRESSÃO (+) na alma no Subpainel1)

```

if  $\sigma_{x,1,nm} \leq \frac{f_y}{\gamma M0}$ 
   $\sigma_{x1nm} := "Ok"$ 
else
   $\sigma_{x1nm} := "No Ok"$ 
 $\sigma_{x1nm} = "Ok"$ 

```

$$\sigma_{x,s11,nm} := \sigma_{X,1,N} + \frac{My}{\frac{Iybruta}{hsbruta - h_{wlc}}}$$

$$\sigma_{x,s11,nm} = 115,134 \text{ MPa}$$

Tensão de compressão (+) no enrijecedor longitudinal

$$\sigma_{x,2,nm} := \sigma_{X,1,N} + \frac{My}{\frac{Iybruta}{hsbruta - h_w}}$$

$$\sigma_{x,2,m} = -227,122 \text{ MPa}$$

Tensão máxima de tração (-) na alma (no Subpainel 2)

```

if  $\sigma_{x,2,nm} \geq \frac{-f_y}{\gamma M0}$ 
   $\sigma_{x2nm} := "Ok"$ 
else
   $\sigma_{x2nm} := "No Ok"$ 
 $\sigma_{x2nm} = "Ok"$ 

```

$$\sigma_{x,1,nm} := \sigma_{X,1,N} + \sigma_{x,1,m} = 228,695 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{x,s11,nm} := \sigma_{x,s11,n} + \sigma_{x,s11,m} = 115,134 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{x,2,nm} := \sigma_{X,1,N} + \sigma_{x,2,m} = -225,55 \text{ MPa}$$

$$\psi_{nm} := \frac{\sigma_{x,2,nm}}{\sigma_{x,1,nm}} \quad \psi_{nm} = -0,98625$$

$$h_{w2c} := hsbruta \quad h_{w2c} = 780 \text{ mm}$$

Altura comprimida da alma para os subpainéis 1 e 2

## f) Tensões de cisalhamento solicitantes de cálculo

Tensões baseadas nas características geométricas da seção de aço bruta (desconsiderando a contribuição dos enrijecedores longitudinais):

$$A_w := h_w \cdot t_w \quad A_w = 140,4 \text{ cm}^2$$

$$\sigma_{ED} := \frac{Vz}{A_w} \quad \sigma_{ED} = 0$$

Tensão cisalhante constante na alma da viga I em aço

## g) Método da Largura Efetiva-Classificação da seção transversal do tipo I, conforme o Quadro 5.2 da EN 1993-1-1:2005

-Mesas (elemento externo comprimido) do Perfil I soldado

-Mesa submetida à compressão

$$\frac{c}{t} := \frac{b_f}{2 \cdot t_{fi}}$$

$$\frac{c}{t} := \lambda_f$$

```

    
$$\frac{b_{fi} - t_w}{2} \cdot \frac{t_w}{9} \leq 9 \cdot \varepsilon$$

    if  $\frac{b_{fi} - t_w}{2} \cdot \frac{t_w}{9} \leq 9 \cdot \varepsilon$ 
      Compressão_mesa := "Classe 1-Verifique a flambagem de placa devido as tensões diretas"
    else
      
$$\frac{b_{fi} - t_w}{2} \cdot \frac{t_w}{2} \leq 10 \cdot \varepsilon$$

      if  $\frac{b_{fi} - t_w}{2} \cdot \frac{t_w}{2} \leq 10 \cdot \varepsilon$ 
        Compressão_mesa := "Classe 2-Verifique a flambagem de placa devido as tensões diretas"
      else
        
$$\frac{b_{fi} - t_w}{2} \cdot \frac{t_w}{2} \leq 14 \cdot \varepsilon$$

        if  $\frac{b_{fi} - t_w}{2} \cdot \frac{t_w}{2} \leq 14 \cdot \varepsilon$ 
          Compressão_mesa := "Classe 3-Verifique a flambagem de placa devido as tensões diretas"
        else
          Compressão_mesa := "Classe 4-Verifique a flambagem de placa devido as tensões diretas"

```

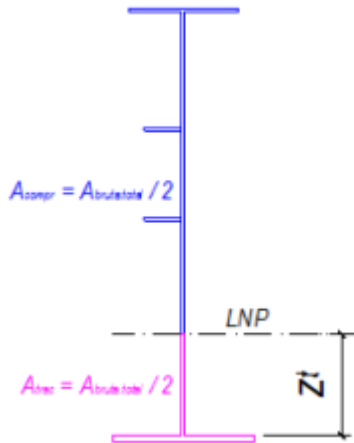
Compressão\_mesa = "Classe 3-Verifique a flambagem de placa devido as tensões diretas"

$$\frac{c}{t} := \lambda_f$$

$$\frac{c}{t} := \frac{b_f}{\frac{2}{t_{fi}}}$$

ALMA (elemento interno comprimido) do Perfil I soldado

Posição da Linha Neutra Plástica:



$$A_{fs} := b_{fs} \cdot t_{fs} \quad A_{fs} = 70 \text{ cm}^2$$

$$A_{fi} := b_{fi} \cdot t_{fi} \quad A_{fi} = 70 \text{ cm}^2$$

$$A_w = 140,4 \text{ cm}^2$$

$$A_{sl} := b_{sl} \cdot t_{sl} \quad A_{sl} = 15 \text{ cm}^2$$

$$A_{bruta} := A_{fs} + A_w + A_{fi} \quad A_{bruta} = 280,4 \text{ cm}^2$$

$$A_{bruta, total} := A_{bruta} + A_{sl} \quad A_{bruta, total} = 295,4 \text{ cm}^2$$

```

if (A_w + A_{fs} >= A_{fi}) ^ (A_{fs} <= A_{fi})
  Cond(A_w ; A_{fs} ; A_{fi}) := "A LNP que divide a seção em duas partes de áreas iguais está na alma a uma altura y_i da face inferior "
else
  Cond(A_w ; A_{fs} ; A_{fi}) := "A LNP estará na mesa inferior e deve ser estabelecida uma equação própria para obtenção da sua posição"

```

Cond  $(A_w, A_{fs}, A_{fi}) = \text{"A LNP que divide a seção em duas partes de áreas iguais está na alma a uma altura } y_i \text{ da face inferior"}$

$$Z_t := \frac{A_w + A_{fs} - A_{fi} + A_{s1}}{2 \cdot t_w} \quad Z_t = 863,33333 \text{ mm}$$

$$Z_t := \frac{\frac{A_{bruta, total}}{2} - A_{fi}}{t_w} \quad Z_t = 863,33333 \text{ mm}$$

altura comprimida da alma da Viga I em

aço,

$$Z_c := h_w - Z_t \quad Z_c = 696,66667 \text{ mm}$$

Distância da L.N.P da viga I em aço à borda inferior do flange superior

$$\alpha_{LNP} := \frac{Z_c}{h_w} \quad \alpha_{LNP} = 0,44658$$

ALMA-SUBPAINEL 1

-Alma submetida à flexão

$$b_{lc} := h_{wlc} - \frac{t_{s1}}{2} \quad b_{lc} = 382,5 \text{ mm}$$

Altura do subpainel 1

```

if  $\frac{b_{lc}}{t_w} \leq 72 \cdot \epsilon$ 
  Flexão := "Alma da classe 1"
else
  if  $\frac{b_{lc}}{t_w} \leq 83 \cdot \epsilon$ 
    Flexão := "Alma da Classe 2"
  else
    if  $\frac{b_{lc}}{t_w} \leq 124 \cdot \epsilon$ 
      Flexão := "Alma da classe 3"
    else
      Flexão := "Alma da Classe 4"

```

Flexão = "Alma da classe 1"

### - Alma Submetida à compressão

$$b_{lc} := h_{wlc} - \frac{t_{s1}}{2} \quad b_{lc} = 382,5 \text{ mm}$$

Altura do subpainel 1

```

if  $\frac{b_{lc}}{t_w} \leq 33 \cdot \varepsilon$ 
  Compressãoalma := "Classe 1"
else
  if  $\frac{b_{lc}}{t_w} \leq 38 \cdot \varepsilon$ 
    Compressãoalma := "Classe 2"
  else
    if  $\frac{b_{lc}}{t_w} \leq 42 \cdot \varepsilon$ 
      Compressãoalma := "Classe 3"
    else
      Compressãoalma := "Classe 4"

```

Compressão<sub>alma</sub> = "Classe 4"

### -Alma submetida à flexão e compressão

#### PARA CLASSE 1

```

if  $\alpha_{LNP} > 0,5$ 
   $\lambda_{w,lim,1}(\alpha_{LNP}\varepsilon) := \frac{396 \cdot \varepsilon}{13 \cdot \alpha_{LNP} - 1}$ 
else
   $\lambda_{w,lim,1}(\alpha_{LNP}\varepsilon) := \frac{36 \cdot \varepsilon}{\alpha_{LNP}}$ 

```

```

if  $\alpha_{LNP} > 0,5$ 
   $\lambda_{w,lim,2}(\alpha_{LNP}\varepsilon) := \frac{456 \cdot \varepsilon}{13 \cdot \alpha_{LNP} - 1}$ 
else
   $\lambda_{w,lim,2}(\alpha_{LNP}\varepsilon) := \frac{41,5 \cdot \varepsilon}{\alpha_{LNP}}$ 

```

$$\lambda_{w,lim,1}(\alpha_{LNP}\varepsilon) = 65,58761$$

$$\lambda_{w,lim,2}(\alpha_{LNP}\varepsilon) = 75,60794$$



## PARA CLASSE 3

$$\psi_{nm,1} := \frac{\sigma_{x,s11,nm}}{\sigma_{x,1,nm}} \quad \psi_{nm,1} = 0,50344$$

```

if  $\psi_{nm,1} \leq -1$ 
   $\lambda_{w,lim,3} := 62 \cdot \varepsilon \cdot (1 - \psi_{nm,1}) \cdot \sqrt{-\psi_{nm,1}}$ 
else
   $\lambda_{w,lim,3} := \frac{42 \cdot \varepsilon}{0,33 \cdot \psi_{nm,1} + 0,67}$ 

```

$$\lambda_{w,lim,3} = 40,86888$$

$$b_{lc} := h_{wlc} - \frac{t_{s1}}{2} \quad b_{lc} = 382,5 \text{ mm}$$

Altura do subpainel 1

```

if  $\frac{b_{lc}}{t_w} \geq \lambda_{w,lim,3}$ 
  Flexão compressão := "classe 4 "
else
  if  $\frac{b_{lc}}{t_w} \leq \lambda_{w,lim,3}$ 
    Flexão compressão := "Classe 3"
  else
    if  $\frac{b_{lc}}{t_w} \leq \lambda_{w,lim,2} (\alpha LNP\varepsilon)$ 
      Flexão compressão := "Classe 2"
    else
      Flexão compressão := "Classe 1"

```

$$\text{Flexão compressão} = \text{"classe 4 "}$$

## ALMA-SUBPAINEL 2

-Alma sub metida à flexão

$$b_{2c} := h_w - h_{wlc} - \frac{t_{s1}}{2} \quad b_{2c} = 1162,5 \text{ mm}$$

Altura do subpainel 2

```

if  $\frac{b_{2c}}{t_w} \leq 124 \cdot \varepsilon$ 
  Flexão_alma := "classe 1"
else
  if  $\frac{b_{2c}}{t_w} \leq 83 \cdot \varepsilon$ 
    Flexão_alma := " Classe 2"
  else
    if  $\frac{b_{2c}}{t_w} \leq 72 \cdot \varepsilon$ 
      Flexão_alma := "classe 3"
    else
      Flexão_alma := " Classe 4" Flexão_alma = " Classe 4"

```

-Alma submetida à compressão

$$b_{2c} := h_w - h_{wlc} - \frac{t_{s1}}{2} \quad b_{2c} = 1162,5 \text{ mm}$$

Altura do subpainel 1

```

if  $\frac{b_{1c}}{t_w} \leq 42 \cdot \varepsilon$ 
  Compressão_alma2 := "classe 3"
else
  if  $\frac{b_{1c}}{t_w} \leq 38 \cdot \varepsilon$ 
    Compressão_alma2 := " Classe 2"
  else
    if  $\frac{b_{1c}}{t_w} \leq 33 \cdot \varepsilon$ 
      Compresssão_alma2 := "classe 1"
    else
      Compressão_alma2 := "Classe 4" Compressão_alma2 = "Classe 4"

```

-Alma submetida á flexão e compressão

PARA CLASSE 1

$$\text{if } \alpha_{LNP} > 0,5$$

$$\lambda_{w, \text{lim}, 12} := \frac{396 \cdot \varepsilon}{13 \cdot \alpha_{LNP}^{-1}}$$

$$\text{else}$$

$$\lambda_{w, \text{lim}, 12} := \frac{36 \cdot \varepsilon}{\alpha_{LNP}}$$

$$\lambda_{w, \text{lim}, 12} = 65,58761$$

$$\text{if } \alpha_{LNP} > 0,5$$

$$\lambda_{w, \text{lim}, 22} := \frac{456 \cdot \varepsilon}{13 \cdot \alpha_{LNP}^{-1}}$$

$$\text{else}$$

$$\lambda_{w, \text{lim}, 22} := \frac{41,5 \cdot \varepsilon}{\alpha_{LNP}}$$

$$\lambda_{w, \text{lim}, 22} = 75,60794$$

PARA CLASSE 3

$$\psi_{nm, 2} := \frac{\sigma_{x, 2, nm}}{\sigma_{x, s11, nm}} \quad \psi_{nm, 2} = -1,95902$$

$$\text{if } \psi_{nm, 2} \leq -1$$

$$\lambda_{w, \text{lim}, 32} := 62 \cdot \varepsilon \cdot (1 - \psi_{nm, 2}) \cdot \sqrt{-\psi_{nm, 2}}$$

$$\text{else}$$

$$\lambda_{w, \text{lim}, 32} := \frac{42 \cdot \varepsilon}{0,33 \cdot \psi_{nm, 2} + 0,67}$$

$$\lambda_{w, \text{lim}, 32} = 208,91933$$

```

if  $\frac{b_{2c}}{t_w} \leq \lambda_{w,lim,32}$ 
  Compressão_flexão := "classe 3"
else
  if  $\frac{b_{2c}}{t_w} \leq \lambda_{w,lim,22}$ 
    Compressão_flexão := " Classe 2"
  else
    if  $\frac{b_{2c}}{t_w} \leq \lambda_{w,lim,12}$ 
      Compresssão_flexão := "classe 1"
    else
      Compressão_flexão := "Classe 4"

```

Compressão\_flexão = "classe 3"

ENRIJECEDORES LONGITUDINAIS (elemento externo comprimido)

Verificação simplificada da Instabilidade local do enrijecedor, através da avaliação da classe da seção transversal do enrijecedor.

Enrijecedor submetido à compressão

```

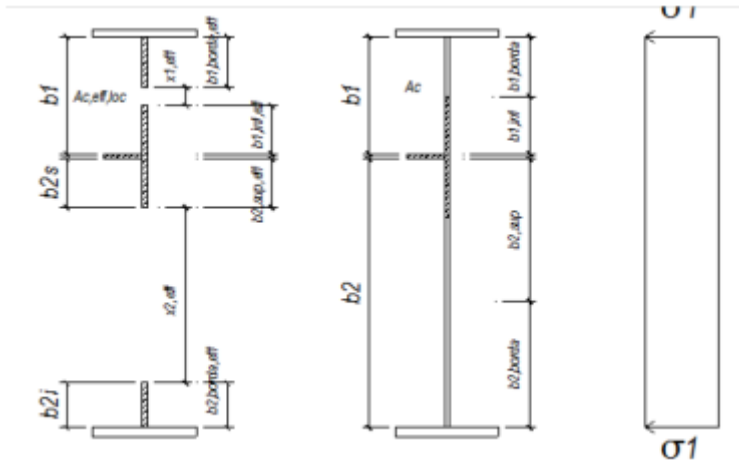
if  $\frac{b_{s1}}{t_{s1}} > 14 \cdot \epsilon$ 
  Compressão_enrijecedor := "Classe 4"
else
  if  $\frac{b_{s1}}{t_{s1}} \leq 14 \cdot \epsilon$ 
    Compressão_enrijecedor := " Classe 3"
  else
    if  $\frac{b_{s1}}{t_{s1}} \leq 10 \cdot \epsilon$ 
      Compresssão_enrijecedor := "Classe 2"
    else
      Compressão_enrijecedor := "Classe 1"

```

Compressão\_enrijecedor = " Classe 3"

h) Método da Largura Efetiva - Larguras efetivas – Contabilização da Instabilidade local

PAINEL (Alma da Viga I em Aço) sujeito à Compressão Pura



(Subpainéis com tensão de Compressão) Placa enrijecida com 1 enrijecedor

Subpainel 1 (Subpainel com tensão de compressão)

$$b_{1n} := h_{wlc} - \frac{t_{s1}}{2} \quad b_{1n} = 382,5 \text{ mm}$$

Altura do subpainel 1

$$\psi_{1,n} := \frac{\sigma_{x,s11,n}}{\sigma_{X,1,N}} \quad \psi_{1,n} = 1$$

Razão entre as tensões extremas do subpainel 1

```

if  $\psi_{1,n} \geq 0$ 
  Verificação $\psi_{1,n}$  := "Ok"
else
  Verificação $\psi_{1,n}$  := "No Ok" Verificação $\psi_{1,n}$  = "Ok"

```

Determinação do coeficiente de Instabilidade do subpainel 1

```

if  $\psi_{1,n} > -1$ 
   $K_{\sigma pl} := 5,98 \cdot (1 - \psi_{1,n})^2$ 
else
  if  $\psi_{1,n} = -1$ 
     $K_{\sigma pl} := 23,9$ 
  else
     $K_{\sigma pl} := 7,81 - 6,29 \cdot \psi_{1,n} + 9,78 \cdot \psi_{1,n}^2$ 
if  $\psi_{1,n} = 0$ 
   $K_{\sigma pl} := 7,81$ 
else
  if  $\psi_{1,n} < 1$ 
     $K_{\sigma pl} := \frac{8,2}{(1,05 + \psi_{1,n})}$ 
  else
    if  $\psi_{1,n} = 1$ 
       $K_{\sigma pl} := 4$ 
    else
      1

```

$K_{\sigma pl} = 4$

Coefficiente de Instabilidade do subpainel 1

$$\lambda_{pl,n} := \sqrt{\frac{f_y}{K_{\sigma pl} \cdot \left( \frac{\pi^2 \cdot E_a}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \right) \cdot \left( \frac{t_w}{b_{1n}} \right)^2}}$$

$\lambda_{pl,n} = 0,919$

Parâmetro de esbeltez fator de redução da área do sub painel da alma, levando em conta a Instabilidade local do subpainel 1

```

if  $\lambda_{pl,n} \leq 0,5 + \sqrt{0,085 - 0,055 \cdot \psi_{1,n}}$ 
   $\rho_{1,n} := 1$ 
else
   $\rho_{1,n} := \frac{\lambda_{pl,n}^{-0,055} \cdot (3 + \psi_{1,n})}{\lambda_{pl,n}^2}$ 

```

$\rho_{1,n} = 0,828$

```

if  $\rho_{1,n} < 1$ 
  Flambagemlocal := "Há redução, pois ocorre a flambagem local do subpainel"
else
  Flambagemlocal := "Não há redução, pois Não ocorre flambagem local do subpainel"

Flambagemlocal = "Há redução, pois ocorre a flambagem local do subpainel"

```

Larguras brutas

$$b_{1,borda,n} := 0,5 \cdot b_{1n} \quad b_{1,borda,n} = 191,25 \text{ mm}$$

$$b_{1,inf,n} := 0,5 \cdot b_{1n} \quad b_{1,inf,n} = 191,25 \text{ mm}$$

```

if  $b_{1,borda,n} + b_{1,inf,n} \neq b_{1n}$ 
  Lbruta := "No Ok"
else
  Lbruta := "Ok"
Lbruta = "Ok"

```

Larguras efetivas

$$b_{1,eff,n} := \rho_{1,n} \cdot b_{1n} \quad b_{1,eff,n} = 316,57102 \text{ mm}$$

$$b_{1,borda,eff,n} := 0,5 \cdot b_{1,eff,n} \quad b_{1,borda,eff,n} = 158,28551 \text{ mm}$$

$$b_{1,inf,eff,n} := 0,5 \cdot b_{1,eff,n} \quad b_{1,inf,eff,n} = 158,28551 \text{ mm}$$

$$x_{1,eff,n} := b_{1n} - b_{1,eff,n} \quad x_{1,eff,n} = 65,92898 \text{ mm}$$

Parte desprezada do subpainel da alma **Subpainel 2** Subpainel com tensão de compressão

$$b_{2,n} := h_w - h_{wlc} - \frac{t_{s1}}{2} \quad b_{2,n} = 1162,5 \text{ mm}$$

Altura da parte comprimida do subpainel 2

$$\psi_{2,n} := \frac{\sigma_{X,1,N}}{\sigma_{x,s11,n}} \quad \psi_{2,n} = 1$$

Razão entre as tensões extremas do subpainel 2

Determinação do coeficiente de Instabilidade do subpainel 1

```

if  $\psi_{2,n} > -1$ 
   $K_{\sigma p2,n} := 5,98 \cdot (1 - \psi_{2,n})^2$ 
else
  if  $\psi_{2,n} = -1$ 
     $K_{\sigma p2,n} := 23,9$ 
  else
     $K_{\sigma p2,n} := 7,81 - 6,29 \cdot \psi_{2,n} + 9,78 \cdot \psi_{2,n}^2$ 
if  $\psi_{2,n} = 0$ 
   $K_{\sigma p2,n} := 7,81$ 
else
  if  $\psi_{2,n} < 1$ 
     $K_{\sigma p2,n} := \frac{8,2}{(1,05 + \psi_{2,n})}$ 
  else
    if  $\psi_{2,n} = 1$ 
       $K_{\sigma p2,n} := 4$ 
    else
      1

```

$K_{\sigma p2,n} = 4$

Coeficiente de Instabilidade do subpainel 2

$$\lambda_{p2,n} := \sqrt{\frac{f_y}{K_{\sigma p2,n} \cdot \left( \frac{\pi^2 \cdot E a}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \cdot \left( \frac{t_w}{b_{2,n}} \right)^2 \right)}} \quad \lambda_{p2,n} = 2,793$$

Esbeltez relativa da placa

Parâmetro de esbeltez



```

if  $\lambda_{p2,n} \leq 0,5 + \sqrt{0,085 - 0,055 \cdot \psi_{2,n}}$ 
   $\rho_{2,n} := 1$ 
else
   $\rho_{2,n} := \frac{\lambda_{p2,n} - 0,055 \cdot (3 + \psi_{2,n})}{\lambda_{p2,n}^2}$ 

```

$\rho_{2,n} = 0,33$

Fator de redução da área do subpainel da alma, levando em conta a Instabilidade local do subpainel 2

```

if  $\rho_{2,n} < 1$ 
  Flambagemlocal := "Há redução, pois ocorre a flambagem local do subpainel"
else
  Flambagemlocal := "Não há redução, pois Não ocorre flambagem local do subpainel"

```

Flambagem<sub>local</sub> = "Há redução, pois ocorre a flambagem local do subpainel"

### Larguras brutas

$b_{2,sup,n} := 0,5 \cdot b_{2,n}$   $b_{2,sup,n} = 581,25 \text{ mm}$

$b_{2,borda,n} := 0,5 \cdot b_{2,n}$   $b_{2,borda,n} = 581,25 \text{ mm}$

```

if  $b_{2,sup,n} + b_{2,borda,n} \neq b_{2,n}$ 
  Lbruta2 := "No Ok"
else
  Lbruta2 := "Ok"

```

L<sub>bruta2</sub> = "Ok"

### Larguras efetivas

$b_{2,eff,n} := \rho_{2,n} \cdot b_{2,n}$   $b_{2,eff,n} = 383,42171 \text{ mm}$

$b_{2,sup,eff,n} := 0,5 \cdot b_{2,eff,n}$   $b_{2,sup,eff,n} = 191,71086 \text{ mm}$

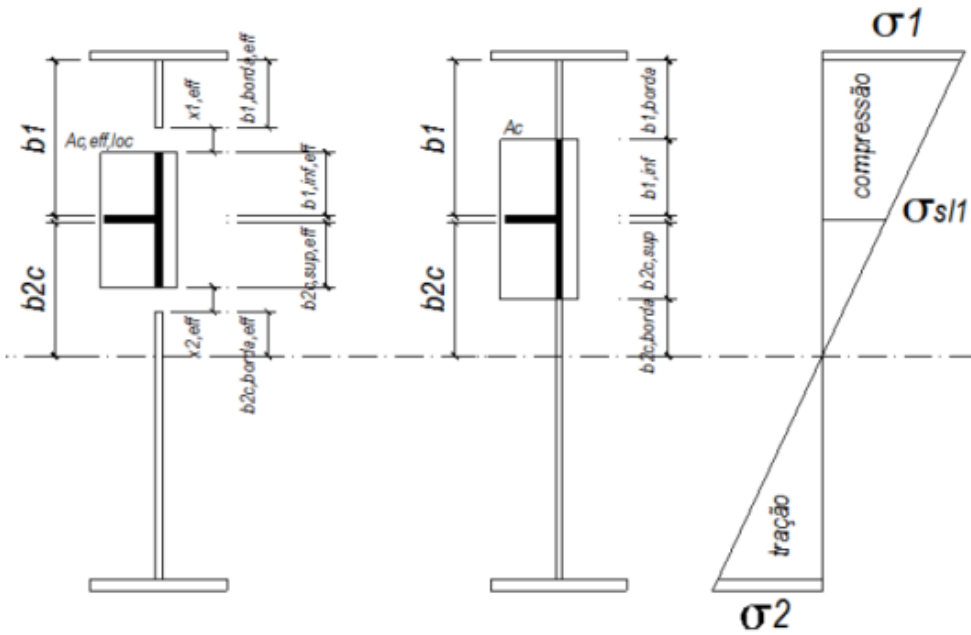
$b_{2,borda,eff,n} := 0,5 \cdot b_{2,eff,n}$   $b_{2,borda,eff,n} = 191,71086 \text{ mm}$

$x_{2,eff,n} := b_{2,n} - b_{2,eff,n}$   $x_{2,eff,n} = 779,07829 \text{ mm}$  Parte desprezada do subpainel da alma

**PAINEL (Alma da Viga I em Aço) sujeito à flexão**

Subpainéis com tensão de Compressão ou Compressão e Tração

Placa enrijecida com 1 enrijecedor na zona comprimida



**PAINEL (Alma da Viga I em Aço) sujeito à Flexão**

**Subpainel 1 (Subpainel com tensão de compressão)**

$b_{1m} := h_{wlc} - \frac{t_{s1}}{2}$   $b_{1m} = 382,5 \text{ mm}$

Altura do subpainel 1

$\psi_{1,m} := \frac{\sigma_{x,s11,m}}{\sigma_{x,1,m}}$   $\psi_{1,m} = 0,5$

Razão entre as tensões extremas do subpainel 1

```

if  $\psi_{1,m} \leq 0$ 
  Verificação $\psi_{1,m}$  := "No Ok"
else
  Verificação $\psi_{1,m}$  := "OK"
  Verificação $\psi_{1,m}$  = "OK"
  
```

```

if  $\psi_{1,m} > -1$ 
   $K_{\sigma 1,m} = 5,98 \cdot (1 - \psi_{1,m})^2$ 
else
  if  $\psi_{1,m} = -1$ 
     $K_{\sigma 1,m} = 23,9$ 
  else
     $K_{\sigma 1,m} = 7,81 - 6,29 \cdot \psi_{1,m} + 9,78 \cdot \psi_{1,m}^2$ 
if  $\psi_{1,m} = 0$ 
   $K_{\sigma 1,m} = 7,81$ 
else
  if  $\psi_{1,m} < 1$ 
     $K_{\sigma 1,m} = \frac{8,2}{(1,05 + \psi_{1,m})}$ 
  else
    if  $\psi_{1,m} = 1$ 
       $K_{\sigma 1,m} = 4$ 
    else
      1

```

$K_{\sigma 1,m} = 5,29$

Coefficiente de Instabilidade do subpainel 1

$$\lambda_{p1,m1} = \sqrt{\frac{f_y}{K_{\sigma p1} \cdot \left( \frac{\pi^2 \cdot E a}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \cdot \left( \frac{t_w}{b_{1m}} \right)^2 \right)}}$$

$\lambda_{p1,m1} = 0,92$

Esbeltez relativa da placa

$$\lambda_{p1,m} = \frac{\frac{b_{1m}}{t_w}}{28,4 \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{K_{\sigma p1,m}}}$$

$\lambda_{p1,m} = 0,8$

Parâmetro de esbeltez

```

if  $\lambda_{p1,m} \leq 0,5 + \sqrt{0,085 - 0,055 \cdot \psi_{1,m}}$ 
   $\rho_{1,m} = 1$ 
else
   $\rho_{1,m} = \frac{\lambda_{p1,m} - 0,055 \cdot (3 + \psi_{1,m})}{\lambda_{p1,m}^2}$ 

```

$$\rho_{1,m} = 0,949$$

Fator de redução da área do subpainel da alma, levando em conta a Instabilidade local do subpainel 2

```
if  $\rho_{1,m} < 1$ 
  Flambagem_localsub := "Há redução, pois ocorre a flambagem local do subpainel"
else
  Flambagem_localsub := "Não há redução, pois Não ocorre flambagem local do subpainel"
```

```
Flambagem_localsub = "Há redução, pois ocorre a flambagem local do subpaine"
```

### Larguras brutas

$$b_{1,borda,m} := \frac{2}{5 - \psi_{1,m}} \cdot b_{1m} \quad b_{1,borda,m} = 170 \text{ mm}$$

$$b_{1,inf,m} := \frac{3 - \psi_{1,m}}{5 - \psi_{1,m}} \cdot b_{1m} \quad b_{1,inf,m} = 212,5 \text{ mm}$$

```
if  $b_{1,borda,m} + b_{1,inf,m} \neq b_{1m}$ 
  Verificação_largurasbrutas := "NO OK"
else
  Verificação_largurasbrutas := "OK"
```

```
Verificação_largurasbrutas = "NO OK"
```

### Larguras efetivas

$$b_{1,eff,m} := \rho_{1,m} \cdot b_{1m} \quad b_{1,eff,m} = 363,1791 \text{ mm}$$

$$b_{1,borda,eff,m} := \frac{2}{5 - \psi_{1,m}} \cdot b_{1,eff,m} \quad b_{1,borda,eff,m} = 161,41293 \text{ mm}$$

$$b_{1,inf,eff,m} := \frac{3 - \psi_{1,m}}{5 - \psi_{1,m}} \cdot b_{1,eff,m} \quad b_{1,inf,eff,m} = 201,76617 \text{ mm}$$

$$x_{1,eff,m} := b_{1m} - b_{1,eff,m} \quad x_{1,eff,m} = 19,3209 \text{ mm}$$

## Subpainel 2

Subpainel com tensão de Compressão e Tração

$$b_{2c,m} := h_{w2c} - h_{w1c} - \frac{t_{s1}}{2} \quad b_{2c,m} = 382,5 \text{ mm}$$

Altura do subpainel 1

$$\psi_{2,m} := \left( \frac{\sigma_{x,2,m}}{\sigma_{x,s11,m}} \right) \quad \psi_{2,m} = -2$$

Razão entre as tensões extremas do subpainel 1

```

if  $\psi_{2,m} < 0$ 
  Verificação $\psi_{2,m}$  := "ok"
else
  Verificação $\psi_{2,m}$  := "NO ok" Verificação $\psi_{2,m}$  = "ok"

```

```

if  $\psi_{2,m} > -3$ 
   $K_{\sigma p2,m} := 5,98 \cdot (1 - \psi_{2,m})^2$ 
else
  if  $\psi_{2,m} < -1$ 
     $K_{\sigma p2,m} := 5,98 \cdot (1 - \psi_{2,m})^2$ 
  else
    if  $\psi_{2,m} = -1$ 
       $K_{\sigma p2,m} := 23,9$ 
    else
      if  $\psi_{2,m} > -1$ 
         $K_{\sigma p2,m} := 7,81 - 6,29 \cdot \psi_{2,m} + 9,78 \cdot \psi_{2,m}^2$ 
      else
        if  $\psi_{2,m} = 0$ 
           $K_{\sigma p2,m} := 7,81$ 
        else
          if  $\psi_{2,m} < 1$ 
             $K_{\sigma p2,m} := \frac{8,2}{(1,05 + \psi_{2,m})}$ 
          else
            if  $\psi_{2,m} = 1$ 
               $K_{\sigma p2,m} := 4$ 
            else
              1

```

$K_{\sigma p2,m} = 53,82$

Coefficiente de Instabilidade do subpainel 1

$$\lambda_{p2,m1} := \frac{f_y}{K_{\sigma p2,m} \cdot \left( \frac{\pi^2 \cdot E_a}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \cdot \left( \frac{t_w}{b_{2c,m}} \right)^2 \right)}$$

$\lambda_{p2,m1} = 0,251$

Esbeltez relativa da placa

$$\lambda_{p2,m} := \frac{\frac{b_{2c,m}}{t_w}}{28,4 \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{K_{\sigma p2,m}}}$$

$\lambda_{p2,m} = 0,251$

Parâmetro de esbeltez

```

if  $\lambda_{p2,m} \leq 0,5 + \sqrt{0,085 - 0,055 \cdot \psi_{2,m}}$ 
   $\rho_{2,m} := 1$ 
else
   $\rho_{2,m} := \frac{\lambda_{p2,m} - 0,055 \cdot (3 + \psi_{2,m})}{\lambda_{p2,m}^2}$ 

```

$\rho_{2,m} = 1$

Fator de redução da área do sub painel da alma , levando em conta a Instabilidade local do subpainel 2

```

if  $\rho_{2,m} < 1$ 
  Flambagem_localsub2 := "Há redução, pois ocorre a flambagem local do subpainel"
else
  Flambagem_localsub2 := "Não há redução, pois Não ocorre flambagem local do subpainel"

```

Flambagem\_localsub2 = "Não há redução, pois Não ocorre flambagem local do subpainel"

Larguras brutas

$b_{2c, sup, m} := 0,4 \cdot b_{2c, m}$   $b_{2c, sup, m} = 153 \text{ mm}$

$$b_{2c,borda,m} := 0,6 \cdot b_{2c,m} \quad b_{2c,borda,m} = 229,5 \text{ mm}$$

```

if b2c,sup,m + b2c,borda,m ≠ b2c,m
  Verificação_largurasbrutas2 := "NO OK"
else
  Verificação_largurasbrutas2 := "OK"

```

```

Verificação_largurasbrutas2 = "NO OK"

```

### Larguras efetivas

$$b_{2c,eff,m} := \rho_{2,m} \cdot b_{2c,m} \quad b_{2c,eff,m} = 382,5 \text{ mm}$$

$$b_{2c,sup,eff,m} := 0,4 \cdot b_{2c,eff,m} \quad b_{2c,sup,eff,m} = 153 \text{ mm}$$

$$b_{2c,borda,eff,m} := 0,6 \cdot b_{2c,eff,m} \quad b_{2c,borda,eff,m} = 229,5 \text{ mm}$$

$$x_{2c,eff,m} := b_{2c} - b_{2c,eff,m} \quad x_{2c,eff,m} = 780 \text{ mm}$$

### i) Método da Largura Efetiva-Instabilidade global-comportamento Tipo Placa

$n_{sl,zc} := 1$  Quantidade de enrijecedores longitudinais na zona comprimida

$n_{sl,total} := 1$  Quantidade total de enrijecedores longitudinais na alma

```

if nsl,zc ≥ 3
  Condiçãosl,zc := "A placa enrijecida pode ser tratada como uma PLACA ORTOTRÓPICA EQUIVALENTE-EN1993-1-5-Anexo A"
else
  if nsl,zc = 2
    Condiçãosl,zc := "A placa enrijecida pode ser tratada como uma COLUNA (ENRIJECEDOR+PLACA)-EN1993-1-5-Anexo A"
  else
    Condiçãosl,zc := "A placa enrijecida pode ser tratada como uma COLUNA (ENRIJECEDOR+PLACA)-EN1993-1-5-Anexo A"

```

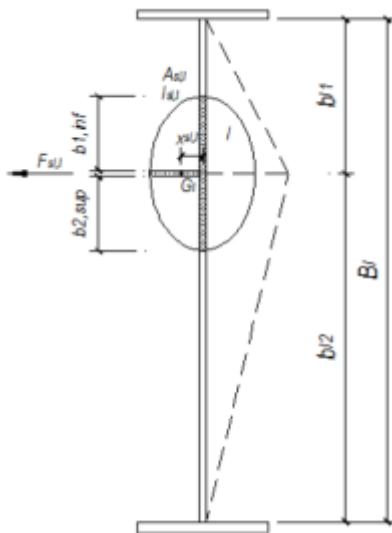
```

Condiçãosl,zc = "A placa enrijecida pode ser tratada como uma COLUNA (ENRIJECEDOR+PLACA)-EN1993-1-5-Anexo A"

```

### Comportamento "TIPO PLACA"

Tensão Crítica Elástica de Instabilidade para o comportamento "Tipo Placa" para a placa enrijecida - Placa com 1 enrijecedor na zona comprimida - Anexo A (A.2) -  $(\sigma_{cr,p})$  PAINEL (Alma da Viga I em Aço) sujeito à Compressão Pura  
Instabilidade do Enrijecedor I (comprimido)



$$b_{2n} := h_w - b_{1n} = 1,1775 \text{ m}$$

$$A_{s11} := t_{s1} \cdot b_{s1} \quad A_{s1} = 15 \text{ cm}^2 \quad \text{Área do enrijecedor longitudinal I}$$

$$b_{w,I,n} := b_{1,inf,n} + b_{2,sup,n} + t_{s1} \quad b_{w,I,n} = 787,5 \text{ mm}$$

Largura de participação da alma

```

if b_{1n} ≠ b_{2n}
  Condição_{bwI} := "OK"
else
  Condição_{bwI} := "NO OK"
  Condição_{bwI} = "OK"

```

```

if b_{1n} ≠ b_{2n}
  bwI := "diferente de b_{1/2}+b_{2c}/2"
else
  bwI := "Igual a b_{1/2}+b_{2c}/2"
  bwI = "diferente de b_{1/2}+b_{2c}/2"

```



```

if  $b_{w,I,n} \neq \frac{b_{1n} + b_{2n}}{2}$ 
  CondiçãobwI := "OK"
else
  CondiçãobwI := "NO OK"

```

$A_{w,I,n} := (b_{1,inf,n} + b_{2,sup,n} + t_{s1}) \cdot t_w$   $A_{w,I,n} = 70,875 \text{ cm}^2$  Área da participação da alma

$A_{s1,I,n} := A_{s1} + A_{w,I,n}$   $A_{s1,I,n} = 85,875 \text{ cm}^2$  Área do enrijecedor longitudinal 1 a área de participação da alma

$G_{ys1,I,n} := \frac{(A_{w,I,n} \cdot 0 \text{ cm}) + A_{s11} \cdot \left(\frac{t_w}{2} + \frac{b_{s1}}{2}\right)}{(A_{s11} + A_{w,I,n})}$   $G_{ys1,I,n} = 9,52 \text{ mm}$  Distância entre o eixo da alma, e o c.g da seção T (coluna) formada pelo enrijecedor longitudinal 1 + contribuição da placa

$I_{Z,s1,I,n} := \frac{b_{w,I,n} \cdot t_w^3}{12} + \frac{t_{s1} \cdot b_{s1}^3}{12} + (A_{w,I,n} \cdot G_{ys1,I,n}^2) + \left( A_{s11} \cdot \left( \frac{t_w}{2} + \frac{b_{s1}}{2} - G_{ys1,I,n} \right)^2 \right)$

$I_{Z,s1,I,n} = 497,498 \text{ cm}^4$  Momento de inércia da seção T formada pelo enrijecedor longitudinal 1 mais a participação da alma

$b_{I,1,n} := h_{wlc}$   $b_{I,1,n} = 390 \text{ mm}$

$\psi_{I,1,n} := \psi_{1,n}$   $\psi_{I,1,n} = 1$

$b_{I,2,n} := h_w - h_{wlc}$   $b_{I,2,n} = 1170 \text{ mm}$

$\psi_{I,2,n} := \psi_{2,n}$   $\psi_{I,2,n} = 1$

$$B_{I,n} := b_{I,1,n} + b_{I,2,n} \quad B_{I,n} = 1560 \text{ mm}$$

$$\psi_{I,n} := \frac{\sigma_{X,1,N}}{\sigma_{X,1,N}} \quad \psi_{I,n} = 1$$

$$a_{c,I,n} := 4,33 \cdot \sqrt[4]{\frac{I_{Z,sl,I,n} \cdot b_{I,1,n}^2 \cdot b_{I,2,n}^2}{t_w^3 \cdot B_{I,n}}} \quad a_{c,I,n} = 4,23 \text{ m}$$

```

if ac,I,n > a
  Condiçãoac := "Ok.O pilar NÃO flamba no primeiro (Modo 1 onda) "
else
  Condiçãoac := "NO OK.O pilar flamba no primeiro modo (Modo 1 onda"

```

```

Condiçãoac = "NO OK.O pilar flamba no primeiro modo (Modo 1 onda"

```

Tensão crítica elástica de Instabilidade ignorando os enrijecedores na zona tracionada (caso existam)

```

if a ≥ ac,I,n
  σcr,sl,n :=  $\frac{1,05 \cdot E_a}{A_{sl,I,n}} \cdot \sqrt{\frac{I_{Z,sl,I,n} \cdot t_w^3 \cdot B_{I,n}}{b_{I,1,n} \cdot b_{I,2,n}}}$ 
else
  σcr,sl,n :=  $\frac{\pi^2 \cdot E_a \cdot I_{Z,sl,I,n}}{A_{sl,I,n} \cdot a^2} + \frac{E_a \cdot t_w^3 \cdot B_{I,n} \cdot a^2}{4 \cdot \pi^2 \cdot (1 - \nu^2) \cdot A_{sl,I,n} \cdot b_{I,1,n}^2 \cdot b_{I,2,n}^2}$ 

```

$$\sigma_{cr,sl,n} = 133,848 \text{ MPa}$$

ocr.p : primeira tensão crítica que fornece a Instabilidade dos enrijecedores longitudinais no sistema contínua elástico da sem correr qualquer instabilidade local dos subpainéis

Tensão crítica elástica de Instabilidade "Tipo Placa" da placa enrijecida com 1 enrijecedor zona comprimida

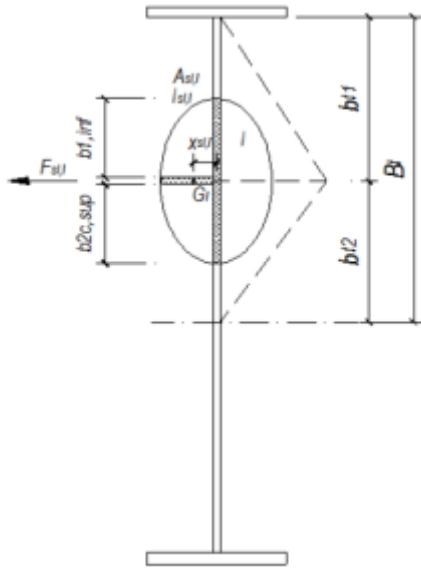
A tensão é uniforme sobre a altura b da placa, logo a tensão crítica de Instabilidade da placa seria igual a tensão crítica calculada para a Instabilidade do enrijecedor no apoio elástico

$$\theta_{cr,p_I,n} = \frac{\sigma_{cr,s1,n}}{\sigma_{X,1,N}} \quad \theta_{cr,p_I,n} = 85,105$$

$\theta_{cr,p}$ : fator crítico de Instabilidade

PAINEL (Alma da viga I em aço) sujeito à flexão

**Instabilidade do Enrijecedor I (comprimido)**



$$A_{s1l} = 15 \text{ cm}^2$$

Área do enrijecedor longitudinal

$$b_{w,I,m} = b_{1,inf,m} + b_{2c,sup,m} + t_{s1} \quad b_{w,I,m} = 380,5 \text{ mm}$$

Largura de participação da alma

```

if b1m ≠ b2c,m
    CondiçãobwI2 := "OK"
else
    CondiçãobwI2 := "NO OK"
CondiçãobwI2 = "OK"
    
```

```

if b1m ≠ b2c,m
    bwIm := "diferente de b1/2 + b2c/2"
else
    bwIm := "Igual a b1/2 + b2c/2"
CondiçãobwI2 = "OK"
    
```

$$\text{if } b_{w,I,m} \neq \frac{b_{1m} + b_{2c,m}}{2} \\ \text{Condição}_{bwI2} := \text{"OK"} \\ \text{else} \\ \text{Condição}_{bwI2} := \text{"NO OK"} \quad bwIm = \text{"diferente de } b_{1/2} + b_{2c}/2 \text{"}$$

$$A_{w,I,m} := (b_{1,inf,m} + b_{2c,sup,m} + t_{sl}) \cdot t_w \quad A_{w,I,m} = 34,245 \text{ cm}^2$$

Área de participação da alma

$$A_{sl,I,m} := A_{sl} + A_{w,I,m} \quad A_{sl,I,m} = 49,245 \text{ cm}^2$$

Área do enrijecedor longitudinal 1 + a área de participação da alma

$$G_{ysl,I,m} := \frac{(A_{w,I,m} \cdot 0 \text{ cm}) + A_{sl1} \cdot \left( \frac{t_w}{2} + \frac{b_{sl}}{2} \right)}{(A_{sl1} + A_{w,I,m})} \quad G_{ysl,I,m} = 16,601 \text{ mm}$$

Distância entre o eixo da alma, e o c.g da seção T (coluna) formada pelo enrijecedor longitudinal 1 + a contribuição da placa

$$I_{Z,sl,I,m} := \frac{b_{w,I,m} \cdot t_w^3}{12} + \frac{t_{sl} \cdot b_{sl}^3}{12} + (A_{w,I,m} \cdot G_{ysl,I,m}^2) + \left( A_{sl1} \cdot \left( \frac{t_w}{2} + \frac{b_{sl}}{2} - G_{ysl,I,m} \right)^2 \right)$$

$$I_{Z,sl,I,m} = 437,139 \text{ cm}^4$$

Momento de inércia da seção T formada pelo enrijecedor longitudinal 1 mais a participação da alma

$$b_{I,1,m} := h_{wlc} \quad b_{I,1,m} = 390 \text{ mm}$$

$$\psi_{I,1,m} := \psi_{1,m} \quad \psi_{I,1,m} = 0,5$$

$$b_{I,2,m} := h_w - h_{wlc} \quad b_{I,2,m} = 1170 \text{ mm}$$

$$\psi_{I,2,m} := \psi_{2,m} \quad \psi_{I,2,m} = -2$$

$$B_{I,m} := b_{I,1,m} + b_{I,2,m} \quad B_{I,m} = 1560 \text{ mm}$$

$$\psi_{I,m} := \frac{\sigma_{x,2,m}}{\sigma_{x,1,m}} \quad \psi_{I,m} = -1$$

$$a_{c,I,m} := 4,33 \cdot \sqrt[4]{\frac{I_{Z,sl,I,m} \cdot b_{I,1,m}^2 \cdot b_{I,2,m}^2}{t_w^3 \cdot B_{I,m}}} \quad a_{c,I,m} = 4095,481 \text{ mm}$$

```

if a_{c,I,m} > a
  Condição_{acm} := "Ok.O pilar NÃO flamba no primeiro (Modo 1 onda) "
else
  Condição_{acm} := "NO OK.O pilar flamba no primeiro modo (Modo 1 onda)"
Condição_{acm} = "NO OK.O pilar flamba no primeiro modo (Modo 1 onda)"

```

Tensão crítica elástica de Instabilidade ignorando os enrijecedores na zona tracionada (caso existam)

```

if a ≥ a_{c,I,m}
  σ_{cr,sl,m} := \frac{1,05 \cdot E_a}{A_{sl,I,m}} \cdot \sqrt[3]{\frac{I_{Z,sl,I,m} \cdot t_w^3 \cdot B_{I,m}}{b_{I,1,m} \cdot b_{I,2,m}}}
else
  σ_{cr,sl,n} := \frac{\pi^2 \cdot E_a \cdot I_{Z,sl,I,m}}{A_{sl,I,m} \cdot a^2} + \frac{E_a \cdot t_w^3 \cdot B_{I,m} \cdot a^2}{4 \cdot \pi^2 \cdot (1 - \nu^2) \cdot A_{sl,I,m} \cdot b_{I,1,n}^2 \cdot b_{I,2,m}^2}

```

$\sigma_{cr,p}$  : primeira tensão crítica que fornece a Instabilidade dos enrijecedores longitudinais no sistema contínua elástico da sem correr qualquer instabilidade local dos subpainéis

$$\sigma_{cr,sl,m} = 218,792 \text{ MPa}$$

Tensão crítica elástica de Instabilidade "Tipo Placa" da placa enrijecida com 1 enrijecedor zona comprimida

No caso de 1 enri jecedor na zona comprimida, a tensão crítica de Instabilidade da placa é igual a tensão crítica calculada para a Instabilidade do enri jecedor no apoio elástico

$$\sigma_{cr,p_I,m} := \left( \frac{hsbruta}{hsbruta} \right) \cdot \sigma_{cr,sl,m}$$

$$\sigma_{cr,p_I,m} = 218,792 \text{ MPa}$$

$\sigma_{cr,p}$  : primeira tensão crítica que fornece a Instabilidade dos enrijecedores longitudinais no sistema contínua elástico da sem ocorrer qualquer instabilidade local dos subpainéis

$$\theta_{cr,p_I,m} := \frac{\sigma_{cr,p_I,m}}{\sigma_{x,1,m}} \quad \theta_{cr,p_I,m} = 0,963$$

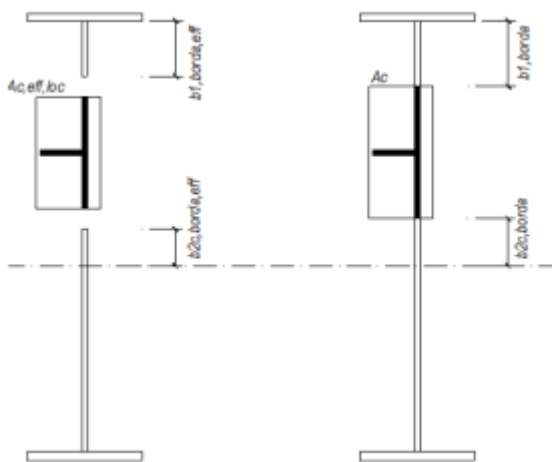
$\theta_{cr,p}$ : fator crítico de Instabilidade

### Fator de redução para a placa enrijecida-Instabilidade GLOBAL-Comportamento "Tipo Placa"

Instabilidade global da placa enrijecida: Verificação se a placa "mesa comprimida da viga caixão", ou "alma da viga I"; não flamba como um todo. Assume-se que todas as bordas fornecem apoio rígido.

1 enrijecedor na zona comprimida

PAINEL (Alma da Viga I em Aço) sujeito à Compressão Pura



$$A_{sl,c} := (b_{sl} \cdot t_{sl}) \quad A_{sl,c,eff} := A_{sl,c}$$

$$A_{c,n} := A_{sl,c} + (b_{1,inf,n} + b_{2,sup,n}) \cdot t_w \quad A_{c,n} = 84,525 \text{ cm}^2$$

$A_{C,eff,edges} := \sum b_{borda,eff} \cdot t_w$   $A_{C,eff}$ : área efetiva da zona comprimida da placa enrijecida

$A_{C,eff,loc} := A_{sl,c,eff} + \sum (\rho_{loc} \cdot b_{cloc}) \cdot t_w$   $A_{C,eff,edges}$ : área efetiva das bordas da placa enrijecida, levando em conta a Instabilidade que ocorre nos subpainéis laterais

$A_{C,eff,loc,n} := A_{sl,c,eff} + (b_{1,inf,eff,n} + b_{2,borda,eff,n} + t_{sl}) \cdot t_w$

$$A_{C,eff,loc,n} = 47,84967 \text{ cm}^2$$

$$\beta_{p,A,c,n} := \frac{A_{C,eff,loc,n}}{A_{c,n}} \quad \beta_{p,A,c,n} = 0,5661$$

$\lambda_{p,n} := \sqrt{\frac{\beta_{p,A,c,n} \cdot f_y}{\sigma_{cr,sl,n}}}$   $\lambda_{p,n} = 1,225$  Esbeltez relativa da placa enrijecida

```
if  $\lambda_{p,n} \leq 0,5 + \sqrt{0,085 - 0,055 \cdot \psi_n}$ 
   $\rho_{p,n} := 1$ 
else
   $\rho_{p,n} := \frac{\lambda_{p,n} - 0,055 \cdot (3 + \psi_n)}{\lambda_{p,n}^2}$ 
```

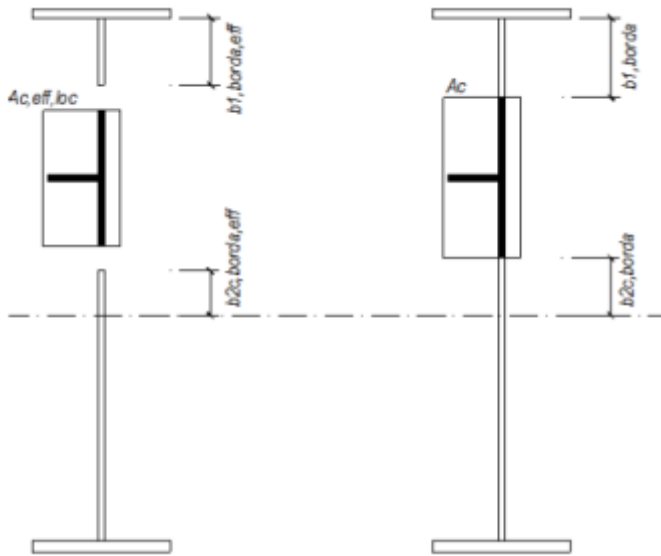
$$\rho_{p,n} = 0,67$$

Fator de redução da área do sub painel da alma, levando em conta a Instabilidade local do subpainel 2

```
if  $\rho_{p,n} < 1$ 
  Flambagem_enrijecedor := "Há redução, pois ocorre a flambagem local do subpaine"
else
  Flambagem_enrijecedor := "Não há redução, pois Não ocorre flambagem local do subpainel"
```

Flambagem\_enrijecedor = "Há redução, pois ocorre a flambagem local do subpaine"

PAINEL (Alma da viga I em Aço) sujeito à flexão



$$A_{sl,c} := (b_{sl} \cdot t_{sl})$$

$$A_{sl,c} = 15 \text{ cm}^2$$

$$A_{sl,c,eff} := A_{sl,c}$$

$$A_{c,m} := A_{sl,c} + (hs_{bruta} - b_{1,borda,m} - b_{2c,borda,m}) \cdot t_w$$

$$A_{c,m} = 49,245 \text{ cm}^2$$

$$A_{C,eff,edges} := \sum b_{borda,eff} \cdot t_w$$

Ac eff: área efetiva da zona comprimida da placa

enrijecida

$$A_{c,eff,loc} := A_{sl,c,eff} + \sum (\rho_{loc} \cdot b_{cloc}) \cdot t_w$$

Ac.eff.edges: área efetiva das bordas da

placa enrijecida, levando em conta a Instabilidade que ocorre nos subpainéis laterais

$$A_{c,eff,loc,m} := A_{sl,c,eff} + (b_{1,inf,eff,m} + b_{2c,sup,eff,m} + t_{sl}) \cdot t_w$$

$$A_{c,eff,loc,m} = 48,27896 \text{ cm}^2$$

$$\beta_{p,A,c,m} := \frac{A_{c,eff,loc,m}}{A_{c,m}}$$

$$\beta_{p,A,c,m} = 0,98$$



$$\lambda_{p,m} := \sqrt{\frac{\beta_{p,A,c,m} \cdot f_y}{\sigma_{cr,sl,m}}} \quad \lambda_{p,m} = 1,261$$

Esbeltez relativa da placa enrijecida

```

if  $\lambda_{p,m} \leq 0,5 + \sqrt{0,085 - 0,055 \cdot \psi_m}$ 
   $\rho_{p,m} := 1$ 
else
   $\rho_{p,m} := \frac{\lambda_{p,m} - 0,055 \cdot (3 + \psi_m)}{\lambda_{p,m}^2}$ 

```

$$\rho_{p,m} = 0,724$$

Fator de redução da área do sub painel da alma, levando em conta a Instabilidade local do subpainel 2

```

if  $\rho_{p,m} < 1$ 
  Flambagem_enrijecedorm := "Há redução, pois ocorre a flambagem local do subpaine"
else
  Flambagem_enrijecedorm := "Não há redução, pois Não ocorre flambagem local do subpainel"

Flambagem_enrijecedorm = "Há redução, pois ocorre a flambagem local do subpaine"

```

J) Método da Largura Efetiva-Instabilidade global-Comportamento Tipo Pilar

$$n_{sl\_zc} = 1$$

$$n_{st} := 2$$

Quantidade de enrijecedores transversais

Pilar restringido por uma Placa "Instabilidade "Tipo Pilar"

$$\frac{a}{h_w} = 3,20513$$

```

if  $\left( \left( \frac{a}{h_w} < 1 \right) \wedge (n_{sl\_zc} = 0) \right) \wedge (n_{st} > 0)$ 
  Verificação_larguraefetiva := "Verifique a flambagem Tipo Pilar (Pilar Restringido por placa)"
else
  if  $\left( \left( \frac{a}{h_w} \geq 1 \right) \wedge (n_{sl\_zc} > 0) \right) \wedge (n_{st} > 0)$ 
    Verificação_larguraefetiva := "Verifique a flambagem Tipo Pilar (Pilar Restringido por placa)"
  else
    Verificação_larguraefetiva := "Não verifique a flambagem Tipo Pilar"

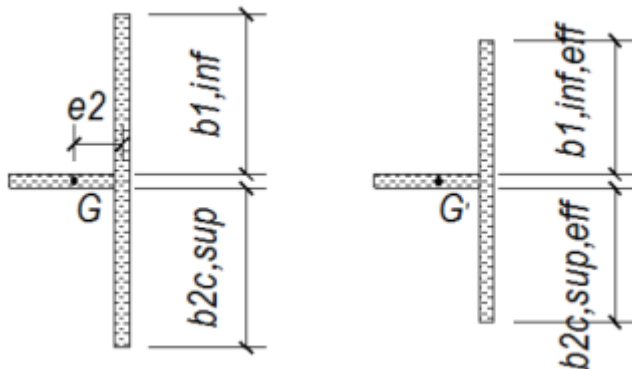
```

Δεξιόστροφο ἰσχυρισμὸς ἐπιπέδου = «Δεξιόστροφο ἰσχυρισμὸς ἐπιπέδου ἐπιπέδου (ἐπιπέδου ὑποκαταστάσεως τοῦ ἐπιπέδου)»

Tensão Crítica Elástica de Instabilidade para o comportamento "Tipo Pilar" para a placa enrijecida-Placa com 1 enrijecedor na zona comprimida

O enrijecedor 1 é o mais comprimido, logo é o crítico. Pilar formado pelo enrijecedor 1 e uma parte da placa (alma).

Placa enrijecida com 1 enrijecedor na zona comprimida PAINEL (Alma da Viga I em Aço) sujeito à Compressão Pura



```

if  $\frac{a}{b_{2,sup,n}} \geq 1$ 
  Verificaçãoflambagem = "Verificar Flambagem Tipo Pilar"
else
  Verificaçãoflambagem = "Não Verificar Flambagem Tipo Pilar"

```

```

Verificaçãoflambagem = "Verificar Flambagem Tipo Pilar"

```

$$A_{s11} = 15 \text{ cm}^2$$

Asl 1 área da seção transversal bruta do enrijecedor 1

$$A_{s1,1,eff} = A_{s1} \quad \text{Asl.1.eff: área da seção transversal efetiva do enrijecedor 1}$$

$$b_{w,1n} = b_{1,inf,n} + b_{2,sup,n} + t_{s1} \quad b_{w,1n} = 78,75 \text{ cm} \quad \text{Largura de participação da alma}$$

$$A_{w,1,n} = \left( (b_{1,inf,n} + b_{2,sup,n} + t_{s1}) \cdot t_w \right) \quad A_{w,1,n} = 70,875 \text{ cm}^2 \quad \text{Área da participação da alma}$$

$$A_{s1,1,colT,n} = (b_{1,inf,n} + b_{2,sup,n} + t_{s1}) \cdot t_w + A_{s11}$$

$$A_{s1,1,colT,n} = 85,875 \text{ cm}^2$$

Asl.1.colT: área bruta do pilar: é área da seção transversal do enrijecedor 1 e das partes adjacentes da placa

$$A_{s1,1,colT,eff,n} := (b_{1,inf,eff,n} + b_{2,sup,eff,n} + t_{s1}) \cdot t_w + A_{s1,1,eff}$$

$$A_{s1,1,colT,eff,n} = 47,84967 \text{ cm}^2$$

Asl.1.colT.eff: área efetiva do pilar: é a área da seção transversal efetiva do enrijecedor 1 e das partes adjacentes da placa

$$G_{y,st} := \frac{t_w}{2} + \frac{b_{s1}}{2} \quad G_{y,st} = 54,5 \text{ mm}$$

(Gst: distância entre o eixo (de referência) da alma (placa) e o c.g da seção do enrijecedor longitudinal 1.)

$$G_{y,s1,1,n} := \frac{(A_{w,1,n} \cdot 0 \cdot \text{cm}) + A_{s11} \cdot \left( \frac{t_w}{2} + \frac{b_{s1}}{2} \right)}{(A_{s11} + A_{w,1,n})}$$

Gsl.1: distância entre o eixo (de referência) da alma (placa), e o c.g. da seção T formada pelo enrijecedor longitudinal 1 + a contribuição da placa)

$$I_{z,s1,1,colT,n} := \frac{b_{w,1n} \cdot t_w^3}{12} + \frac{t_{s1} \cdot b_{s1}^3}{12} + (A_{w,1,n} \cdot G_{y,s1,1,n}^2) + \left( A_{s11} \cdot \left( \frac{t_w}{2} + \frac{b_{s1}}{2} - G_{y,s1,1,n} \right)^2 \right)$$

$$I_{z,s1,1,colT,n} = 497,49842 \text{ cm}^4$$

Momento de inércia da seção T formada pelo enrijecedor longitudinal 1 mais a participação da alma

$$\beta_{A,c,n} := \frac{A_{s1,1,colT,eff,n}}{A_{s1,1,colT,n}} \quad \beta_{A,c,n} = 0,5572$$

$$\sigma_{cr,s1,1n} := \frac{\pi^2 \cdot E_a \cdot I_{z,s1,1,colT,n}}{A_{s1,1,colT,n} \cdot a^2}$$

$$\sigma_{cr,s1,1n} = 48,02905 \text{ MPa}$$

$\sigma_{cr,s1,1n}$  tensão crítica elástica de Instabilidade do enrijecedor mais próximo à do painel com maior tensão de compressão

A tensão crítica de Instabilidade "tipo coluna" Não será extrapolada para a borda mais comprimida da alma, já que a tensão tem distribuição uniforme

$$n_{sl\_zc} = 1$$

Quantidade de enrijecedores na zona comprimida

```
if n_sl_zc = 0
```

$$\sigma_{cr,c,n} := \frac{\pi^2 \cdot E_a \cdot t_w^2}{12 \cdot (1 - \nu) \cdot a^2}$$

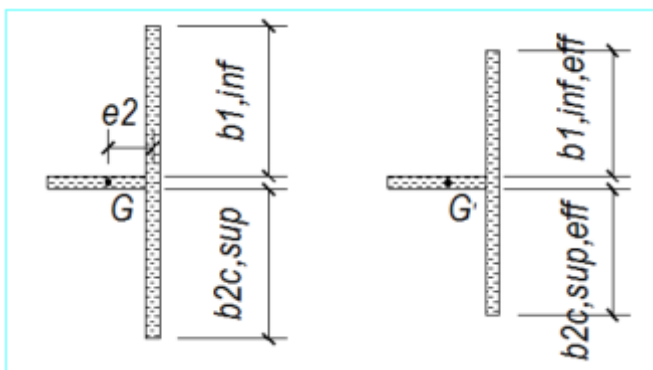
```
else
```

$$\sigma_{cr,c,n} := \sigma_{cr,sl,1n}$$

$$\sigma_{cr,c,n} = 48,02905 \text{ MPa}$$

$\sigma_{cr,sl,1n}$  tensão crítica elástica de Instabilidade "Tipo Pilar" de acordo com 4.5.3 (2) e (3)

PAINEL (Alma da Viga em Aço) sujeito à flexão



```
if  $\frac{a}{b_{2c,sup,m}} \geq 1$ 
```

```
Verificação_flabagemflexão = "Verificar Flambagem Tipo Pilar"
```

```
else
```

```
Verificação_flabagemflexão = "Não Verificar Flambagem Tipo Pilar"
```

```
Verificação_flabagemflexão = "Verificar Flambagem Tipo Pilar"
```

$$A_{sl1} = 15 \text{ cm}^2$$

Asl1 área da seção transversal bruta do enrijecedor 1

$$A_{sl,1,eff} := A_{sl1}$$

Asl.1.eff: área da seção transversal efetiva do enrijecedor 1

$$b_{w,1m} := b_{1,inf,m} + b_{2c,sup,m} + t_{sl1} \quad b_{w,1m} = 38,05 \text{ cm}$$

Largura de participação da alma

$$A_{w,1,m} := \left( (b_{1,inf,m} + b_{2c,sup,m} + t_{sl}) \cdot t_w + A_{sl1} \right) \quad A_{w,1,m} = 49,245 \text{ cm}^2$$

Área da participação da alma

$$A_{sl,1,colT,m} := (b_{1,inf,m} + b_{2c,sup,m} + t_{sl}) \cdot t_w + A_{sl,1,eff}$$

$$A_{sl,1,colT,m} = 49,245 \text{ cm}^2$$

Asl.1.colT: área bruta do pilar: é área da seção transversal do enrijecedor 1 e das partes adjacentes da placa

$$A_{sl,1,colT,eff,m} := (b_{1,inf,eff,m} + b_{2c,sup,eff,m} + t_{sl}) \cdot t_w + A_{sl,1,eff}$$

$$A_{sl,1,colT,eff,m} = 48,27896 \text{ cm}^2$$

Asl.1.colT.eff: área efetiva do pilar: é a área da seção transversal efetiva do enrijecedor 1 e das partes adjacentes da placa

$$G_{y,st} := \frac{t_w}{2} + \frac{b_{sl}}{2} \quad G_{y,st} = 54,5 \text{ mm}$$

(Gst: distância entre o eixo (de referência) da alma (placa) e o c.g da seção do enrijecedor longitudinal 1.)

$$G_{y,sl,1,m} := \frac{(A_{w,1,m} \cdot 0 \text{ cm}) + A_{sl1} \cdot \left( \frac{t_w}{2} + \frac{b_{sl}}{2} \right)}{(A_{sl1} + A_{w,1,m})}$$

$$G_{y,sl,1,m} = 16,601 \text{ mm}$$

Gsl.1: distância entre o eixo (de referência) da alma (placa), e o c.g. da seção T formada pelo enrijecedor longitudinal 1 + a contribuição da placa)

$$I_{Z,sl,1,colT,m} := \frac{b_{w,I,m} \cdot t_w^3}{12} + \frac{t_{sl} \cdot b_{sl}^3}{12} + (A_{w,I,m} \cdot G_{y,sl,1,m}^2) + \left( A_{sl1} \cdot \left( \frac{t_w}{2} + \frac{b_{sl}}{2} - G_{y,sl,1,m} \right)^2 \right)$$

$$I_{Z,sl,1,colT,m} = 437,139 \text{ cm}^4$$

Momento de inércia da seção T formada pelo enrijecedor longitudinal 1 mais a participação da alma  $I_{y.sl.1.colT}$  : é o segundo momento de área da seção transversal bruta do enrijecedor 1 e das partes adjacentes da placa, relativo ao momento fletor fora do plano da placa

$$\beta_{A,c,m} := \frac{A_{sl,1,colT,eff,m}}{A_{sl,1,colT,m}} \quad \beta_{A,c,m} = 0,98$$

$$\sigma_{cr,sl,1m} := \frac{\pi^2 \cdot E_a \cdot I_{z,sl,1,colT,m}}{A_{sl,1,colT,m} \cdot a^2}$$

$$\sigma_{cr,sl,1m} = 73,593 \text{ MPa}$$

$\sigma_{cr,sl,1m}$  tensão crítica elástica de Instabilidade do enrijecedor mais próximo à do painel com maior tensão de compressão

A tensão crítica de Instabilidade "tipo coluna" Não será extrapolada para a borda mais comprimida da alma, já que a tensão tem distribuição uniforme

$$n_{sl,zc} = 1$$

Quantidade de enrijecedores na zona comprimida

```

if n_sl_zc = 0
  
$$\sigma_{cr,c,m} := \frac{\pi^2 \cdot E_a \cdot t_w^2}{12 \cdot (1 - \nu) \cdot a^2}$$

else
  
$$\sigma_{cr,c,m} := \left( \frac{hsbruta}{hsbruta - h_{wlc}} \right) \cdot \sigma_{cr,sl,1m}$$


$$\sigma_{cr,c,m} = 147,186 \text{ MPa}$$


```

$\sigma_{cr,sl,1m}$  tensão crítica elástica de Instabilidade "Tipo Pilar" de acordo com 4.5.3 (2) e (3)  
Fator de redução para a placa enrijecida - Instabilidade GLOBAL - Comportamento "Tipo Pilar" ( $\gamma_c$ ) PAINEL (Alma da Viga I em Aço) sujeito à Compressão Pura

```

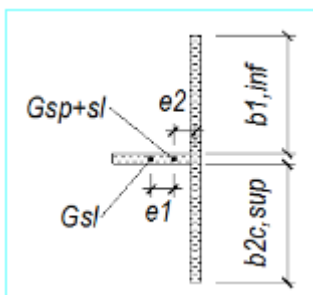
if n_sl_zc = 0
  
$$\lambda_c := \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr,c,n}}}$$

else
  
$$\lambda_c := \sqrt{\frac{\beta_{A,c,n} \cdot f_y}{\sigma_{cr,c,n}}} \quad \lambda_c = 2,029$$


```

(4.5.3 (4)  $\lambda_c$ : esbeltez relativa (reduzida) de pilar)

O enrijecedor1 é o mais comprimido, logo é o crítico



$$A_{sl1} = 15 \text{ cm}^2$$

(Asl.1 : é a área da seção transversal bruta do enrijecedor 1 e das partes adjacentes da placa.)

$$I_{Z,sl,1,colT,n} = 497,498 \text{ cm}^4$$

(Iy.sl .1.T: momento de inércia seção T formada pelo enrijecedor longitudinal 1 mais a participação da alma)

$$i_{\eta} := \sqrt{\frac{I_{Z,sl,1,colT,n}}{A_{sl,1,colT,n}}} \quad i_{\eta} = 24,069 \text{ mm}$$

$$e_{2,n} := G_{ysl,I,n}$$

$$e_{2,n} = 9,52 \text{ mm}$$

(e2: distância entre o eixo da alma, e o c.g. da seção T formada pelo enrijecedor longitudinal 1 + a contribuição da placa)

$$e_{1,n} := \frac{t_w}{2} + \frac{b_{sl}}{2} - e_{2,n}$$

$$e_{1,n} = 44,98 \text{ mm}$$

(e1: distância entre o c.g. da seção T formada pelo enrijecedor longitudinal 1 + a contribuição da placa, e o c.g. do enrijecedor longitudinal 1)

$$e_{1,nn} := \frac{\frac{b_{sl}^2}{2} \cdot t_{sl}}{b_{sl} \cdot t_{sl}} + \frac{t_w}{2} - e_{2,n}$$

$$e_{1,nn} = 44,98 \text{ mm}$$

$$\text{if } e_{1,n} + e_{2,n} = G_{y,st}$$

Condição<sub>en</sub> := "OK"

else

Condição<sub>en</sub> := "No OK"

Condição<sub>en</sub> = "No OK"

(e: maior distância do respectivos centroides da placa e o enrijecedor deu m-lado (ou dos centroides de cada conjunto de enrijecedores quando presente em ambos os lados) para o eixo neutro da coluna efetiva, veja

$$e_{1,n} = 44,98 \text{ mm}$$

$$n_{sl,aberta} := 1$$

nsl.aberta : quantidade de enrijecedores de seção aberta

nsl.fechada: quantidade de enrijecedores de seção fechada)

$$n_{sl,fechada} := 0$$

```

if n_sl_zc := 0
  Curva_flambagem := "Curva de flambagem a"
else
  if n_sl_fechada > 0
    Curva_flambagem := "Curva de flambagem b "
  else
    Curva_flambagem := "Curva de flambagem C "

```

$$\text{Curva\_flambagem} = \text{"Curva de flambagem C "}$$

```

if n_sl_zc := 0
  alpha_nsl := 0,21
else
  if n_sl_aberta > 0
    alpha_nsl := 0,49
  else
    alpha_nsl := 0,34

```

$$\alpha_{nsl} = 0,49$$

$$\alpha_{e,n} := \alpha_{nsl} + \frac{0,09}{\frac{i_n}{e_{1,n}}} \quad \alpha_{e,n} = 0,658$$

4.5.3 (5) : para placas enrijecida

$$\phi_n := 0,5 \cdot \left( 1 + \alpha_{e,n} \cdot (\lambda_c - 0,2) + \lambda_c^2 \right) \quad \phi_n = 3,161$$

Usando o procedimento "Tipo Pilar"



$$\chi_{c,n} := \left( \phi_n + \left( \phi_n^2 - \lambda_c^2 \right)^{0,5} \right)^{-1}$$

$$\chi_{c,n} = 0,179$$

(6.3.1.2 da EN1993-1-1  $\chi_c$ : fator de redução devido a Instabilidade "Tipo Pilar".)

$$\text{if } n_{sl\_zc} = 0$$

$$\lambda_{cm} := \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr,c,m}}}$$

$$\text{else}$$

$$\lambda_{cm} := \sqrt{\frac{\beta_{A,c,m} \cdot f_y}{\sigma_{cr,c,m}}}$$

$$\lambda_{cm} = 1,553$$

4.5.2 (4)  $\lambda_c$ : esbeltez relativa (reduzida) de pilar)

O enrijecedor 1 é o mais comprimido, logo é o crítico

$$A_{sl1} = 15 \text{ cm}^2$$

( $A_{sl1}$ : é a área da seção transversal bruta do enrijecedor 1 e das partes adjacentes da placa.)

$$I_{Z,sl,1,colT,m} = 437,139 \text{ cm}^4$$

( $I_{y,sl,1,T}$ : momento de inércia da seção T formada pelo enrijecedor longitudinal 1 mais a participação da alma)

$$i_m := \sqrt{\frac{I_{Z,sl,1,colT,m}}{A_{sl,1,colT,m}}}$$

$$i_m = 29,794 \text{ mm}$$

$$e_{2,m} := G_{ysl,I,m}$$

$$e_{2,m} = 16,601 \text{ mm}$$

( $e_2$ : distância entre o eixo da alma, e o c.g. da seção T formada pelo enrijecedor longitudinal 1 + a contribuição da placa)

$$e_{1,m} := \frac{t_w}{2} + \frac{b_{sl}}{2} - e_{2,m}$$

$$e_{1,m} = 37,899 \text{ mm}$$

( $e_1$ : distância entre o c.g. da seção T formada pelo enrijecedor longitudinal 1 + a contribuição da placa, e o c.g. do enrijecedor longitudinal 1)

$$e_{1,mm} := \frac{\frac{b_{sl}^2}{2} \cdot t_{sl}}{b_{sl} \cdot t_{sl}} + \frac{t_w}{2} - e_{2,m}$$

$$e_{1,mm} = 37,899 \text{ mm}$$

```

if  $e_{1,m} + e_{2,m} = G_{y,st}$ 
  Condiçãoem := "OK"
else
  Condiçãoem := "No OK"

```

```

Condiçãoem = "No OK"

```

```

if  $e_{1,m} > e_{2,m}$ 
   $e_m := e_{1,m}$ 
else
   $e_m := e_{2,m}$ 

```

```

 $e_m = 37,899 \text{ mm}$ 

```

( $e$ : maior distância do respectivos centróides da placa e o enrijecedor de um lado (ou dos centróides de cada conjunto de enrijecedores quando presente em ambos os lados) para o eixo neutro da coluna efetiva.

```

 $n_{sl,aberta} := 1$ 

```

$n_{sl,aberta}$  : quantidade de enrijecedores de seção aberta

```

 $n_{sl,fechada} := 0$ 

```

$n_{sl,fechada}$ : quantidade de enrijecedores de seção fechada)

```

if  $n_{sl,zc} := 0$ 
  Curvaflambagem := "Curva de flambagem a"
else
  if  $n_{sl,fechada} > 0$ 
    Curvaflambagem := "Curva de flambagem b "
  else
    Curvaflambagem := "Curva de flambagem C "

```

```

Curvaflambagem = "Curva de flambagem C "

```

```

if  $n_{sl,zc} := 0$ 
   $\alpha_{nsl} := 0,21$ 
else
  if  $n_{sl,aberta} > 0$ 
     $\alpha_{nsl} := 0,49$ 
  else
     $\alpha_{nsl} := 0,34$ 

```

```

 $\alpha_{nsl} = 0,49$ 

```

$$\alpha_{e,m} := \alpha_{nsl} + \frac{0,09}{\frac{i_m}{e_m}} \quad \alpha_{e,m} = 0,604 \quad 4.5.3 (5) : \text{ para placas enrijecida}$$

$$\phi_m := 0,5 \cdot \left( 1 + \alpha_{e,m} \cdot (\lambda_{cm} - 0,2) + \lambda_{cm}^2 \right) \quad \phi_m = 2,115$$

Usando o procedimento "Tipo Pilar"

$$\chi_{c,m} := \left( \phi_m + \left( \phi_m^2 - \lambda_{cm}^2 \right)^{0,5} \right)^{-1}$$

$$\chi_{c,m} = 0,282 \quad (6.3.1.2 \text{ da EN1993-1-1} \chi_c: \text{fator de redução devido a Instabilidade "Tipo Pilar".})$$

#### k) Método da Largura Efetiva - Fator de redução final

FATOR DE REDUÇÃO FINAL PARA A INTERAÇÃO ENTRE OS COMPORTAMENTOS DE INSTABILIDADE "TIPO PLACA" E "TIPO PILAR" - CONTABILIZAÇÃO DA INSTABILIDADE GLOBAL DO PAINEL ENRIJECIDO

Fator de redução  $\rho_c$ : obtido através da interpolação entre o fator de redução para Instabilidade de coluna de um enrijecedor associado com uma largura de participação (partaking) da placa "mesa inferior" ou "alma" (procedimento "tipo pilar" $\chi_c$ ) e para a Instabilidade da placa "mesa enrijecida global" ou "alma global" (procedimento "tipo placa" $\rho_p$ ). Placa enrijecida com 1 enrijecedor na zona comprimida .

PAINEL (Alma da Viga I em Aço) sujeito à Compressão Pura

$$\zeta_{n1} := \frac{\sigma_{cr,sl,n}}{\sigma_{cr,c,n}} - 1 \quad \zeta_{n1} = 1,787$$

```

if  $\zeta_{n1} \leq 0$ 
   $\zeta := 0$ 
else
  if  $\zeta_{n1} \geq 1$ 
     $\zeta := 1$ 
  else
     $\zeta := \zeta_{n1}$ 

```

```

if (0 ≤ ζn1) ≤ 1
  Condiçãoζn := "No OK"
else
  Condiçãoζn := "OK"

```

ζ = 1

Condição<sub>ζ<sub>n</sub></sub> = "No OK"

ζ<sub>n</sub> := ζ  
 Se ζ=0: A "mesa inferior" de uma viga caição ou "alma" de uma viga I como um pilar puro, ou seja ρ<sub>c</sub>=χ<sub>c</sub>

ρ<sub>cn1</sub> := (ρ<sub>p,n</sub> - χ<sub>c,n</sub>) · ζ<sub>n</sub> · (2 - ζ<sub>n</sub>) + χ<sub>c,n</sub> ρ<sub>cn1</sub> = 0,67 4.5.4(1):fator de redução final

```

if ζ = 0
  ρcn := χc,n
else
  ρcn := (ρp,n - χc,n) · ζn · (2 - ζn) + χc,n ρcn = 0,67

```

Painel (Alma da Viga I em Aço) sujeito à flexão

ζ<sub>m</sub> :=  $\frac{\sigma_{cr,p I,m}}{\sigma_{cr,c,m}} - 1$  ζ<sub>m</sub> = 0,487

```

if ζm ≤ 0
  ζ := 0
else
  if ζm ≥ 1
    ζ := 1
  else
    ζ := ζm ζ = 0,487

```

```

if (0 ≤ ζm) ≤ 1
  Condiçãoζm := "OK"
else
  Condiçãoζm := "NO OK" Condiçãoζm = "OK"

```

Se ζ=0: A "mesa inferior" de uma viga caição ou "alma" de uma viga I como um pilar puro, ou seja ρ<sub>c</sub>=χ<sub>c</sub>

ρ<sub>cm1</sub> := (ρ<sub>p,m</sub> - χ<sub>c,m</sub>) · ζ<sub>m</sub> · (2 - ζ<sub>m</sub>) + χ<sub>c,m</sub> ρ<sub>cm1</sub> = 0,607 4.5.4(1):fator de redução final

```

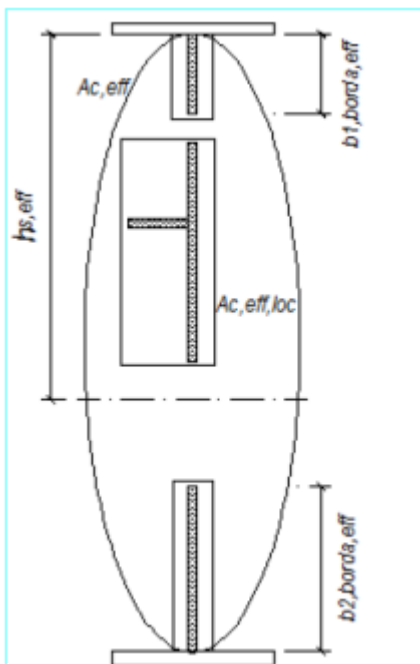
if  $\zeta = 0$ 
   $\rho_{cm} := \chi_{c,m}$ 
else
   $\rho_{cm} := (\rho_{p,m} - \chi_{c,m}) \cdot \zeta_m \cdot (2 - \zeta_m) + \chi_{c,m}$   $\rho_{cm} = 0,607$ 

```

1) Método da Largura Efetiva - Características geométricas da seção efetiva (reduzida) da seção transversal do tipo I

1 enrijecedor na zona comprimida

PAINEL (Alma da Viga I em Aço) sujeito à Compressão Pura



$$A_{s1,c} := (b_{s1} \cdot t_{s1})$$

$$A_{s1,c} = 15 \text{ cm}^2$$

$$A_{s1,c,eff} := A_{s1,c}$$

$$A_{c,eff,loc} := A_{s1,c,eff} + \sum (\rho_{loc} \cdot b_{cloc}) \cdot t_w$$

$A_{c,eff,loc}$ : área efetiva da parte central da placa enrijecida, levando em conta a Instabilidade que ocorre nos subpainéis.  $\rho_{loc}$ : fator de redução de cada subpainel

$$A_{c,eff,loc,n} = 47,85 \text{ cm}^2$$

4.5.1 (7) : ao calcular o momento de inércia efetivo da seção I total , a área efetiva da seção transversal para a Instabilidade local deve ser uniformemente reduzida pela multiplicação da espessura da alma e enrijecedores por  $\rho_c$ , ou seja, fazer ( $A_{c,eff}$ )

$$A_{c,eff,n} := (\rho_{cn} \cdot A_{c,eff,loc,n}) + (b_{1,borda,eff,n} + b_{2,borda,eff,n}) \cdot t_w$$

$$A_{c,eff,n} = 63,539 \text{ cm}^2$$

Área efetiva da zona comprimida da placa enrijecida)

$$A_{eff,n} := A_{c,eff,n} + b_{fs} \cdot t_{fs} + b_{fi} \cdot t_{fi}$$

$$A_{eff,n} = 203,539 \text{ cm}^2$$

Área efetiva da seção transversal

$$h_{s,eff,n1} := \left( b_{fs} \cdot t_{fs} \cdot \left( -\frac{t_{fs}}{2} \right) + b_{fi} \cdot t_{fi} \cdot \left( h_w + \frac{t_{fi}}{2} \right) + (b_{1,borda,eff,n} \cdot t_w) \cdot \left( \frac{b_{1,borda,eff,n}}{2} \right) \right)$$

$$h_{s,eff,n2} := (b_{2,borda,eff,n} \cdot t_w) \cdot \left( h_w - \frac{b_{2,borda,eff,n}}{2} \right) + (b_{2,borda,eff,n} \cdot t_w) \cdot \left( h_{wlc} - \frac{t_{s1}}{2} - b_{1,inf,eff,n} \right)$$

$$h_{s,eff,n3} := (b_{2,sup,eff,n} \cdot t_w) \cdot \left( h_{wlc} + \frac{t_{s1}}{2} + \frac{b_{2,sup,eff,n}}{2} \right) + (t_{s1} \cdot t_w) \cdot h_{wlc}$$

$$h_{s,eff,n} := \frac{h_{s,eff,n1} + h_{s,eff,n2} + h_{s,eff,n3}}{A_{eff,n}}$$

$$h_{s,eff,n} = 729,57691 \text{ mm}$$

Painel (Alma da Viga I em Aço) sujeito à flexão

$$A_{s1,c} := (b_{s1} \cdot t_{s1})$$

$$A_{s1,c} = 15 \text{ cm}^2$$

$$A_{s1,c,eff} := A_{s1,c}$$

4.5.1 (7) : ao calcular o momento de inércia efetivo da seção I total , a área efetiva da seção transversal para a Instabilidade local deve ser uniformemente reduzida pela multiplicação da espessura da alma e enrijecedores por  $\rho_c$ , ou seja, fazer ( $A_{c,eff}$ )

$$A_{c,eff,loc,m} = 48,27896 \text{ cm}^2$$

Área efetiva da zona comprimida da placa enrijecida)

$$t_{w,red,m} := \rho_{cm} \cdot t_w$$

$$t_{w,red,m} = 5,464 \text{ mm}$$

Área efetiva da seção transversal

$$t_{sl,lc,red,m} := \rho_{cm} \cdot t_{sl}$$

$$t_{sl,lc,red,m} = 9,107 \text{ mm}$$

$$\rho_{cm} \cdot A_{c,eff,loc,m} = 2931,29035 \text{ mm}^2$$

$$b_{sl} \cdot t_{sl,lc,red,m} + (b_{l,inf,eff,m} + b_{2c,sup,eff,m} + t_{sl}) \cdot t_{w,red,m} = 2931,29035 \text{ mm}^2$$

```
if  $\rho_{cm} \cdot A_{c,eff,loc,m} \neq b_{sl} \cdot t_{sl,lc,red,m} + (b_{l,inf,eff,m} + b_{2c,sup,eff,m} + t_{sl}) \cdot t_{w,red,m}$ 
  Condição_flexão := "NO OK"
else
  Condição_flexão := "OK"
```

Condição\_flexão = "NO OK"

$$A_{c,eff,m} := (\rho_{cm} \cdot A_{c,eff,loc,m}) + (b_{l,borda,eff,m} + b_{2c,borda,eff,m}) \cdot t_w$$

$$A_{c,eff,m} = 64,495 \text{ cm}^2$$

(área efetiva da zona comprimida da placa enrijecida)

$$A_{eff,m1} := t_w \cdot h_w - t_w \cdot h_{sbruta} + t_{fs} \cdot b_{fs} + t_{fi} \cdot b_{fi}$$

$$A_{eff,m1} = 210,2 \text{ cm}^2$$

$$A_{eff,m} := A_{c,eff,m} + A_{eff,m1} = 274,695 \text{ cm}^2$$

$$h_{s,eff,m1} := \frac{\left( b_{fs} \cdot t_{fs} \cdot \left( -\frac{t_{fs}}{2} \right) + b_{fi} \cdot t_{fi} \cdot \left( h_w + \frac{t_{fi}}{2} \right) + h_{sbruta} \cdot t_w \cdot \frac{h_{sbruta}}{2} \right) + \left( (h_w - h_{sbruta}) \right) \cdot t_w \cdot \left( h_{sbruta} + \frac{h_w - h_{sbruta}}{2} \right)}{A_{eff,m}}$$

$$h_{s,eff,m} = 796,19923 \text{ mm}$$

$$I_{y,eff,m1} := \left( \frac{b_{fs} \cdot t_{fs}^3 + b_{fi} \cdot t_{fi}^3}{12} \right) + b_{fs} \cdot t_{fs} \cdot \left( h_{s,eff,m} + \frac{t_{fs}}{2} \right)^2 + b_{fi} \cdot t_{fi} \cdot \left( h_w - h_{s,eff,m} + \frac{t_{fi}}{2} \right)^2$$

$$I_{y,eff,m2} := \left( \frac{t_w \cdot h_{s,eff,m}^3}{12} \right) + h_{s,eff,m} \cdot t_w \cdot \left( \frac{h_{s,eff,m}}{2} \right)^2$$

$$I_{y,eff,m3} := \left( \frac{t_w \cdot (h_w - h_{s,eff,m})^3}{12} \right) + (h_w - h_{s,eff,m}) \cdot t_w \cdot \left( \frac{h_w - h_{s,eff,m}}{2} \right)^2$$

$$I_{y,eff,m} := I_{y,eff,m1} + I_{y,eff,m2} + I_{y,eff,m3}$$

$$I_{y,eff,m} = 1159253,678 \text{ cm}^4$$

$$w_{y,eff,top,m} := \frac{I_{y,eff,m}}{h_{s,eff,m} + \frac{t_{fs}}{2}}$$

$$w_{y,eff,top,m} = 14379,246 \text{ cm}^3$$

(Tensão no centroide da mesa superior)

$$w_{y,eff,bot,m} := \frac{I_{y,eff,m}}{h_g - \left( h_{s,eff,m} + \frac{t_{fs}}{2} \right) - \frac{t_{fi}}{2}} \quad w_{y,eff,bot,m} = 14790,157 \text{ cm}^3$$

(tensão no centroide da mesa inferior)

$$w_{y,eff,tp,mm} := \frac{I_{y,eff,m}}{h_{s,eff,m} + t_{fs}} = 14203,0724345836 \text{ cm}^3$$

De acordo com a EN 1993-1-5, A.2.1 (4) o seguinte requisito tem de ser cumprido:

$$\sigma_{com,Ed} := \frac{M_y \cdot (h_{sbruta} - h_{wlc})}{I_{y,eff,m}} \quad \sigma_{com,Ed} = 113,49 \text{ MPa}$$

```

if  $\frac{\rho_{cm} \cdot f_y}{\gamma_{M1}} > \sigma_{com,Ed}$ 
  condição_redução := "NÃO é necessária uma maior redução da área efetiva da coluna"
else
  condição_redução := "É necessária uma maior redução da área efetiva da coluna"

```

condição\_redução = "NÃO é necessária uma maior redução da área efetiva da coluna"

Redução necessária da área efetiva da coluna:

```

if  $\frac{\rho_{cm} \cdot f_y}{\gamma_{M1}} > \sigma_{com,Ed}$ 
  Condição_Aceff :=  $A_{s1,c,eff} + (b_{1,inf,eff,m} + b_{2c,sup,eff,m} + t_{s1}) \cdot t_w$ 
else
  Condição_Aceff :=  $\frac{\rho_{cm} \cdot f_y \cdot A_{s11}}{\sigma_{com,Ed} \cdot \gamma_{M1}}$ 

```



$$\text{Condição } A_{\text{ceff}} = 48,279 \text{ cm}^2$$

$$A_{c,\text{eff},m} := (\rho_{\text{cm}} \cdot A_{c,\text{eff},\text{loc},m}) + (b_{1,\text{borda},\text{eff},m} + b_{2c,\text{borda},\text{eff},m}) \cdot t_w$$

$$A_{c,\text{eff},m} = 64,495 \text{ cm}^2$$

(área efetiva da zona comprimida da placa enrijecida)

$$A_{\text{eff},m1} := t_w \cdot h_w - t_w \cdot h_{\text{sbruta}} + t_{fs} \cdot b_{fs} + t_{fi} \cdot b_{fi}$$

$$A_{\text{eff},m1} = 210,2 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{eff},m} := A_{c,\text{eff},m} + A_{\text{eff},m1} = 274,695 \text{ cm}^2$$

$$h_{s,\text{eff},m} := \frac{\left( b_{fs} \cdot t_{fs} \cdot \left( -\frac{t_{fs}}{2} \right) + b_{fi} \cdot t_{fi} \cdot \left( h_w + \frac{t_{fi}}{2} \right) + h_{\text{sbruta}} \cdot t_w \cdot \frac{h_{\text{sbruta}}}{2} \right) + \left( (h_w - h_{\text{sbruta}}) \cdot t_w \cdot \left( h_{\text{sbruta}} + \frac{h_w - h_{\text{sbruta}}}{2} \right) \right)}{A_{\text{eff},m}}$$

$$h_{s,\text{eff},m} = 796,19923 \text{ mm}$$

$$I_{y,\text{eff},m1} := \left( \frac{b_{fs} \cdot t_{fs}^3 + b_{fi} \cdot t_{fi}^3}{12} \right) + b_{fs} \cdot t_{fs} \cdot \left( h_{s,\text{eff},m} + \frac{t_{fs}}{2} \right)^2 + b_{fi} \cdot t_{fi} \cdot \left( h_w - h_{s,\text{eff},m} + \frac{t_{fi}}{2} \right)^2$$

$$I_{y,\text{eff},m2} := \left( \frac{t_w \cdot h_{s,\text{eff},m}^3}{12} \right) + h_{s,\text{eff},m} \cdot t_w \cdot \left( \frac{h_{s,\text{eff},m}}{2} \right)^2$$

$$I_{y,\text{eff},m3} := \left( \frac{t_w \cdot (h_w - h_{s,\text{eff},m})^3}{12} \right) + (h_w - h_{s,\text{eff},m}) \cdot t_w \cdot \left( \frac{h_w - h_{s,\text{eff},m}}{2} \right)^2$$

$$I_{y,\text{eff},m} := I_{y,\text{eff},m1} + I_{y,\text{eff},m2} + I_{y,\text{eff},m3} \quad I_{y,\text{eff},m} = 1159253,678 \text{ cm}^4$$

$$w_{y,\text{eff},\text{top},m} := \frac{I_{y,\text{eff},m}}{h_{s,\text{eff},m} + \frac{t_{fs}}{2}} \quad w_{y,\text{eff},\text{top},m} = 14379,246 \text{ cm}^3$$

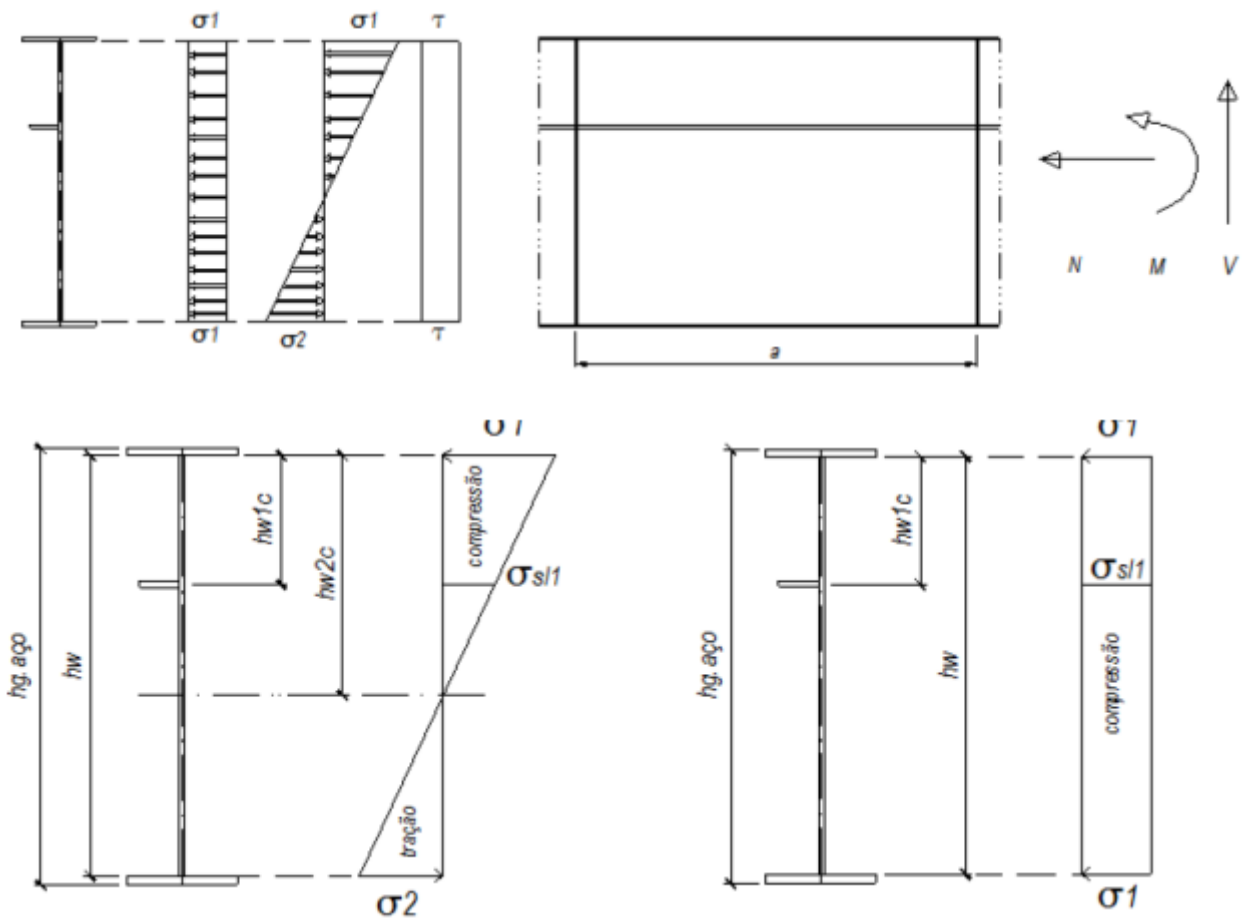
(Tensão no

centroide da mesa superior)

$$w_{y,eff,bot,m} = \frac{I_{y,eff,m}}{h_g - \left( h_{s,eff,m} + \frac{t_{fs}}{2} \right) - \frac{t_{fi}}{2}} \quad w_{y,eff,bot,m} = 14790,157 \text{ cm}^3 \quad (\text{tensão no centroide da mesa inferior})$$

m) Tensões solicitantes de cálculo na seção transversal efetiva

1 enrijecedor na zona comprimida PAINEL (Alma da Viga I em Aço) sujeito à Compressão Pura



Nota: Convenção para tensões: compressão: (+) tração: (-)

Nota: Tensões baseadas nas características geométricas da seção de aço bruta (desconsiderando a contribuição dos enrijecedores longitudinais):

COMPRESSÃO

$$\sigma_{x,1,n,eff} = \frac{N_x}{A_{eff,n}} \quad \sigma_{x,1,n,eff} = 2,167 \text{ MPa}$$

Tensão de COMPRESSÃO na alma da viga I em aço

$$\sigma_{x,s11,n,eff} := \sigma_{x,1,n,eff}$$

FLEXÃO

$$\sigma_{x,1,m,eff} := \frac{My}{\frac{I_{y,eff,m}}{h_{s,eff,m}}} \quad \sigma_{x,1,m,eff} = 231,692 \text{ MPa}$$

Tensão máxima de compressão na alma da Viga I em aço do Sub painel 1

```

if  $\sigma_{x,1,m,eff} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$ 
  Condição_ox1meff := "OK"
else
  Condição_ox1meff := "NO OK"

```

Condição\_ox1meff = "OK"

$$\sigma_{x,2,m,eff} := \frac{My}{\frac{I_{y,eff,m}}{h_{s,eff,m} - h_w}}$$

$$\sigma_{x,2,m,eff} = -222,264 \text{ MPa}$$

Tensão máxima de tração na alma da Viga I em aço do Subpainel 2

```

if  $\sigma_{x,2,m,eff} \geq \frac{-f_y}{\gamma_{M0}}$ 
  Condição_ox2meff := "OK"
else
  Condição_ox2meff := "NO OK"

```

Condição\_ox2meff = "OK"

$$\sigma_{x,s11,m,eff} := \frac{\sigma_{x,1,m,eff} \cdot (h_{s,eff,m} - h_{wlc})}{h_{s,eff,m}}$$

$$\sigma_{x,s11,m,eff} = 118,20299 \text{ MPa}$$

Tensão de compressão (+) no enrijecedor longitudinal 1

$$\sigma_{x,s11,m,eff} := \frac{My}{\frac{I_{y,eff,m}}{h_{s,eff,m} - h_{wlc}}} \quad \sigma_{x,s11,m,eff} = 118,203 \text{ MPa}$$

$$h_{s,eff,m} := \frac{\sigma_{x,1,m,eff} \cdot h_w}{\sigma_{x,1,m,eff} + |\sigma_{x,2,m,eff}|}$$

$$h_{s,eff,m} = 796,199 \text{ mm}$$

ALTURA COMPRIMIDA DO PAINEL, que depende da distribuição de tensões na seção transversal da viga em aço ou mista aço-concreto

$$\sigma_{x,s11,m,eff} := \frac{\sigma_{x,1,m,eff} \cdot (h_{s,eff,m} - h_{wlc})}{h_{s,eff,m}}$$

$$\sigma_{x,s11,m,eff} = 118,203 \text{ MPa}$$

Tensão de COMPRESSÃO no enrijecedor longitudinal no PAINEL

$$\psi_{m,eff} := \frac{h_{s,eff,m} - h_w}{h_{s,eff,m}} \quad \psi_{m,eff} = -0,96$$

$$\psi_{m,eff} := \frac{\sigma_{x,2,m,eff}}{\sigma_{x,1,m,eff}} \quad \psi_{m,eff} = -0,96$$

COMPRESSÃO+FLEXÃO tensão máxima de COMPRESSÃO(+) na alma (no Subpainel 1)

$$\sigma_{x,1,nm,eff} := \sigma_{x,1,n,eff} + \frac{My}{\frac{I_{y,eff,m}}{h_{s,eff,m}}} \quad \sigma_{x,1,nm,eff} = 233,859 \text{ MPa}$$

```

if  $\sigma_{x,1,nm,eff} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$ 
  Condição  $\sigma_{x1nmeff}$  := "OK"
else
  Condição  $\sigma_{x1nmeff}$  := "NO OK"

```

$$\sigma_{x,s11,nm,eff} := \sigma_{x,1,n,eff} + \frac{\sigma_{x,1,m,eff} \cdot (h_{s,eff,m} - h_{wlc})}{h_{s,eff,m}}$$

$$\sigma_{x,s11,nm,eff} = 120,37 \text{ MPa}$$

Tensão de COMPRESSÃO(+) no enrijecedor longitudinal 1

$$\sigma_{x,s11,nm,eff} := \sigma_{x,1,n,eff} + \frac{My}{\frac{I_{y,eff,m}}{h_{s,eff,m} - h_{wlc}}} \quad \sigma_{x,s11,m,eff} = 118,203 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{x,2,nm,eff} := \sigma_{x,1,n,eff} + \frac{My}{\frac{I_{y,eff,m}}{h_{s,eff,m} - h_w}}$$

$$\sigma_{x,2,nm,eff} = -220,098 \text{ MPa}$$

Tensão máxima de TRAÇÃO(-) na alma (no Subpainel 2)

```

if  $\sigma_{x,2,nm,eff} \geq \frac{-f_y}{\gamma M_0}$ 
  Condição  $\sigma_{x2nm,eff}$  := "OK"
else
  Condição  $\sigma_{x2nm,eff}$  := "NO OK"

```

$$\sigma_{x,1,nm,eff} := \sigma_{x,1,n,eff} + \sigma_{x,1,m,eff} \quad \sigma_{x,1,m,eff} = 231,692 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{x,s1,nm,eff} := \sigma_{x,s11,n,eff} + \sigma_{x,s11,m,eff} \quad \sigma_{x,1,nm,eff} = 233,859 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{x,2,nm,eff} := \sigma_{x,1,n,eff} + \sigma_{x,2,m,eff} \quad \sigma_{x,2,nm,eff} = -220,098 \text{ MPa}$$

$$\psi_{nm,eff} := \frac{\sigma_{x,2,nm,eff}}{\sigma_{x,1,nm,eff}} \quad \psi_{nm,eff} = -0,941$$

$$h_{w2c} := h_{s,eff,m} \quad h_{w2c} = 796,199 \text{ mm}$$

Altura comprimida da alma para os subpainéis 1 e 2 (face inf.do sup. até a L.N da viga I

n) Força axial resistente de cálculo

Esforço axial resistente no painel enrijecido

$$N_{x,c,Rd} := A_{eff,n} \cdot \frac{f_y}{\gamma M_0}$$

$$N_{x,c,Rd} = 7225,627 \text{ kN}$$

Nc.Rd para seção transversal Classe 3 EN 1993-1-1:2006

## o) Momento fletor resistente de cálculo

Momento fletor ELÁSTICO resistente no painel enrijecido

```

if  $w_{y,eff,tp,mm} > w_{y,eff,bot,m}$ 
   $W_{y,eff} := w_{y,eff,bot,m}$ 
else
   $W_{y,eff} := w_{y,eff,tp,mm}$ 

```

$$w_{y,eff,tp,mm} = 0,0142030724 \text{ m}^3$$

$$W_{y,eff} = 0,0142 \text{ m}^3$$

$$M_{y,c,Rd} := \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \cdot W_{y,eff}$$

$$M_{y,c,Rd} = 5042,091 \text{ kN m}$$

$$N_{x,c,Rd} = 7225,627 \text{ kN}$$

	<b>Barbosa (2016)</b>	<b>Da Silva e Gervásio (2006)</b>	Autor
<b>Força axial resistente de cálculo (<math>N_{x,Rd}</math>)</b>	7224,76 kN	7235,98 KN	7225,627KN
<b>Momento fletor resistente de cálculo (<math>M_{y,Rd}</math>)</b>	5043,98 kN.m	5001,95 KN.m	5042,091 KN.m

## APÊNDICE B: Validação da planilha de cálculo desenvolvida no programa computacional SMath Studio, baseado na norma EN 1993 1-5:2006

### a) Propriedades do aço

As propriedades mecânicas do aço estrutural são dadas na EN10025-2 para grau de aço S355K2 e na EN10025-3 para graus de aço S355N e S355NL.

$$f_y := 355 \text{ MPa} \quad (\text{Resistência característica ou nominal ao escoamento do aço})$$

$$f_{yw} := 355 \text{ MPa} \quad (\text{Resistência característica ou nominal ao escoamento do aço da alma})$$

$$f_{yf} := 355 \text{ MPa} \quad (\text{Resistência característica ou nominal ao escoamento do aço da mesa})$$

Para Estado Limite último (ULS):

$\gamma_{M0} := 1,0$  (Coeficiente de ponderação da resistência, fator parcial para capacidade resistente de seções transversais para qualquer classe- Item 6.1- EN 1993-1-1:2005) - Para capacidade resistente plástica).

$\gamma_{M1} := 1,1$  (Coeficiente de ponderação da resistência, fator parcial para a capacidade resistente à instabilidade - Item 6.1 - EN 1993-1-1:2005)

$$f_{yd} := \frac{f_y}{\gamma_{M0}} \quad f_{yd} = 355 \text{ MPa}$$

(Resistente de seções transversais para qualquer classe -Item 6.1 -EN 1993-1-1:2005) -Para capacidade resistente plástica)

$$f_{yfd} := \frac{f_{yf}}{\gamma_{M1}} \quad f_{yfd} = 322,72727 \text{ MPa}$$

$$f_{ywd} := \frac{f_{yw}}{\gamma_{M1}} \quad f_{ywd} = 322,72727 \text{ MPa}$$

$E_a := 210000 \text{ MPa}$  Módulo de elasticidade do aço

$$G := \frac{E_a}{2 \cdot (1 + \nu)} \quad G = 80769,23077 \text{ MPa}$$

$\nu := 0,3$  Coeficiente de Poisson do aço

Coeficiente que inclui o aumento da capacidade resistente ao cisalhamento na menor esbeltez da alma:

```

if 235 MPa ≤ fy
  η := 1,2
else
  if fy < 460
    η := 1,2
  else
    η := 1
  η(fy) := 1,2

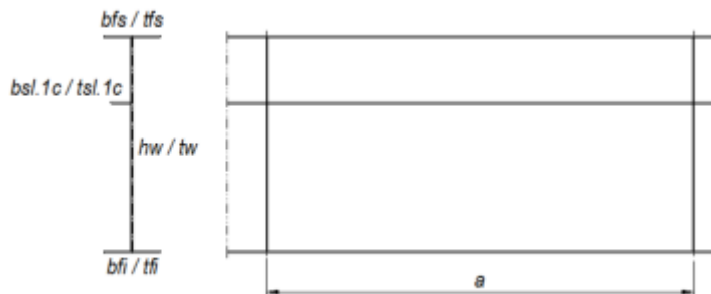
```

$$\varepsilon := \sqrt{235 \cdot \frac{\text{MPa}}{f_y}}$$

$$\varepsilon = 0,81362$$

(fator de escoamento)

b) Dimensões do painel enrijecido e da seção transversal do tipo



$a := 5000 \text{ mm}$  Largura do painel

$b_{fs} := 350 \text{ mm}$  Largura da mesa superior

$t_{fs} := 20 \text{ mm}$  Largura da mesa inferior

$$a = 5 \text{ m}$$

$b_{fi} := 350 \text{ mm}$  Largura da mesa superior

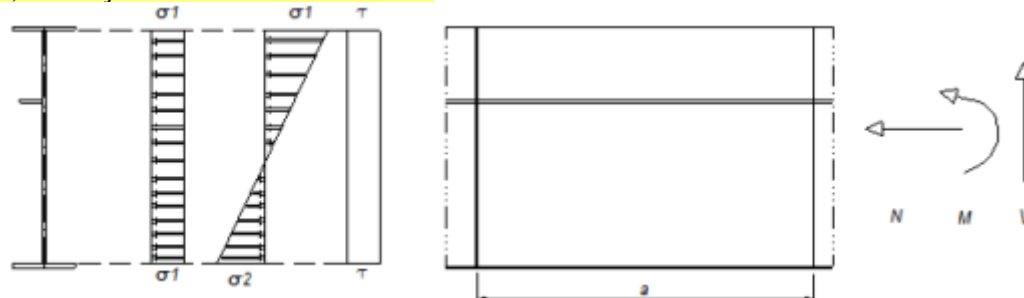
$t_{fi} := 20 \text{ mm}$  Largura da mesa inferior

$t_w := 9 \text{ mm}$  Espessura da alma

$b_{sl} := 100 \text{ mm}$  Altura da seção do enrijecedor longitudinal

$t_{sl} := 15 \text{ mm}$  Espessura do reforço longitudinal

c) Esforços solicitantes de cálculo



$N_x := 44,1 \cdot 10^3 \text{ N}$  Força axial solicitante de cálculo no painel na seção x

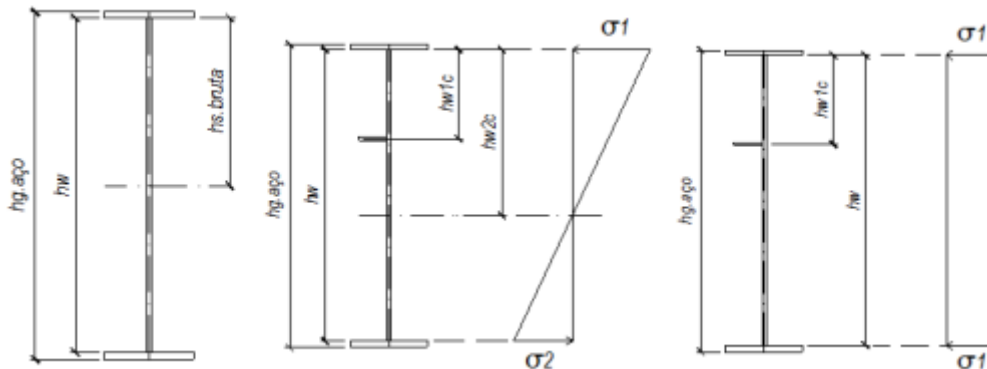


$M_y := 3373,4 \cdot 10^3 \text{ N m}$  Momento fletor solicitante de cálculo no painel

$V_z := 0 \text{ N}$  Esforço cortante solicitante de cálculo no painel

Nota: Formulário para momento atuante positivo, ou seja, compressão na borda superior e tração na borda inferior.

d) Características geométricas da seção transversal do tipo I bruta



$h_g := 1600 \text{ mm}$  Altura viga I em aço

$$h_w := h_g - t_{fs} - t_{fi}$$

$h_w = 1560 \text{ mm}$  Altura total da alma da viga I em aço

$$h_{wlc} = 390 \text{ mm}$$

$$\alpha := \frac{a}{h_w} \quad \alpha = 3,20513$$

$h_{wlc} = 390 \text{ mm}$  Altura comprimida da alma para subpainel 1

$$\text{Abruta} := b_{fs} \cdot t_{fs} + b_{fi} \cdot t_{fi} + h_w \cdot t_w \quad \text{Abruta} = 280,4 \text{ cm}^2$$

$$hsbruta := \frac{-b_{fs} \cdot \frac{t_{fs}^2}{2} + b_{fi} \cdot t_{fi} \cdot \left( h_w + \frac{t_{fi}}{2} \right) + \frac{h_w^2}{2} \cdot t_w}{\text{Abruta}} \quad hsbruta = 780 \text{ mm}$$

(Altura comprimida da alma da Viga I em aço, distância da viga I em aço à borda inferior do flange superior)

$$I_{ybruta} := \frac{b_{fs} \cdot t_{fs}^3 + b_{fi} \cdot t_{fi}^3}{12} + b_{fs} \cdot t_{fs} \cdot \left( hsbruta + \frac{t_{fs}}{2} \right)^2 + b_{fi} \cdot t_{fi} \cdot \left( h_w - hsbruta + \frac{t_{fi}}{2} \right)^2 + \frac{t_w \cdot h_w^3}{12} + h_w \cdot t_w \cdot \left( \frac{h_w}{2} - hsbruta \right)^2$$

$$I_{ybruta} = 1158517,86667 \text{ cm}^4$$

$$h_{w2sc} := hsbruta$$

$$h_{w2sc} = 780 \text{ mm}$$

Altura comprimida da alma para os sub-painéis 1 e 2

$$W_{y_{elsbuta}} := \frac{I_{ybruta}}{h_{sbruta}}$$

$$W_{y_{elsbuta}} = 14852,79316 \text{ cm}^3$$

Tensão na borda superior da alma viga I em aço

$$W_{y_{elibruta}} := \frac{I_{ybruta}}{h_w - h_{sbruta}}$$

$$W_{y_{elibruta}} = 14852,79316 \text{ cm}^3$$

Tensão na borda inferior da alma viga I em aço

e) Tensões normais longitudinais solicitantes de cálculo

Tensões baseadas nas características geométricas da seção de aço bruta (desconsiderando a contribuição dos enrijecedores longitudinais)

$$A_w := h_w \cdot t_w$$

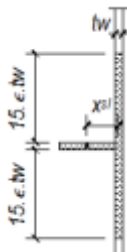
$$A_w = 140,4 \text{ cm}^2$$

$$\tau_{Ed} := \frac{V_z}{A_w}$$

$$\tau_{Ed} = 27,3504 \text{ MPa}$$

Tensão cisalhante constante na alma da Viga I em aço

f) Contribuição da alma da seção transversal do tipo I na capacidade resistente à força cortante Placa enrijecida com 1 enrijecedor na zona comprimida



$$l := (15 \cdot e \cdot t_w) + (15 \cdot e \cdot t_w)$$

$$l = 219,6765 \text{ mm}$$

$$A_{s1} := (b_{s1} \cdot t_{s1}) + (l + t_{s1}) \cdot t_w$$

$$A_{s1} = 36,1209 \text{ cm}^2$$

$$x_{s1} := \frac{(b_{s1} \cdot t_{s1}) \cdot \left(\frac{t_w + b_{s1}}{2}\right)}{A_{s1}}$$

$$x_{s1} = 22,6323 \text{ mm}$$

(Centro de gravidade do enrijecedor. long. 1)

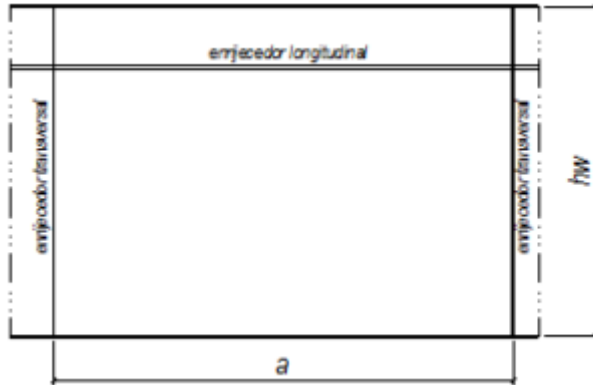
$$I_{s1} := \frac{(l + t_{s1}) \cdot t_w^3}{12} + \frac{t_{s1} \cdot b_{s1}^3}{12} + (l + t_{s1}) \cdot t_w \cdot x_{s1}^2 + \left( b_{s1} \cdot t_{s1} \cdot \left( \frac{t_w + b_{s1}}{2} - x_{s1} \right)^2 \right)$$

$$I_{s1} = 386,94379 \text{ cm}^4$$

(Para almas com enrijecedores longitudinais, não necessariamente igualmente espaçados,  $I_{sl}$  é a soma das rigidezes dos enrijecedores individuais + contribuições da placa)

Coeficiente de Instabilidade ao cisalhamento

$k_{\tau}$  (para placas com 1 ou 2 enrijecedores longitudinais ( $n_{sl}=1$  ou 2))



$$\alpha = 3,2051$$

$$k_{\tau s11} = \left( 9 \cdot \left( \frac{h_w}{a} \right)^2 \right) \cdot 4 \sqrt[3]{\left( \frac{I_{sl}}{t_w^3 \cdot h_w} \right)} \quad k_{\tau s11} = 2,1948$$

$$k_{\tau s12} = \left( \frac{2,1}{t_w} \right) \cdot 3 \sqrt[3]{\frac{I_{sl}}{h_w}} \quad k_{\tau s12} = 3,1585$$

```

if k_τs11 > k_τs12
  k_τs1 := k_τs11
else
  k_τs1 := k_τs12
k_τs1 = 3,1585

```

```

if a/h_w ≥ 3
  k_τ := 5,34 + 4,00 · (h_w/a)^2 + k_τs1
else
  k_τ := (6,3 + 0,18 · (I_sl / (t_w^3 · h_w))) / α^2 + 2,2 · 3 · (I_sl / (t_w^3 · h_w)) + 4,1
k_τ = 8,8879

```

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot a \cdot t_w^2}{12 \cdot (1 - \nu^2) \cdot h_w^2} \quad \sigma_E = 6,3173 \text{ MPa}$$

$$\tau_{cr, I, t} = k_{\tau} \cdot \sigma_E \quad \tau_{cr, I, t} = 56,1476 \text{ MPa}$$

A capacidade resistente à Instabilidade por cisalhamento deve ser verificada, e devem ser previsto enrijecedores transversais nos apoios

```

if  $\frac{h}{t_w} \geq \frac{31}{\eta} \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{k_\tau}$ 
  Condiçãohw := "Alma enrijecida"
else
  if  $\frac{h}{t_w} \geq \frac{72}{\eta} \cdot \varepsilon$ 
    Condiçãohw := "Alma não enrijecida"
  else
    Condiçãohw = "Alma enrijecida"

```

$\eta_{st,n} := 2$  Quantidade de enrijecedores transversais nos apoios

$\eta_{st,i} := 2$  Quantidade de enrijecedores transversais intermediários

$\eta_{sl} := 1$  Quantidade de enrijecedores longitudinais

```

if  $(\eta_{st,n} > 0) \wedge ((\eta_{st,i} = 0) \wedge (\eta_{sl} > 0))$ 
  Condnst := "No Ok!"
else
  if  $(\eta_{st,n} = 0) \wedge ((\eta_{st,i} > 0) \wedge (\eta_{sl} > 0))$ 
    Condnst := "No Ok!"
  else
    Condnst := "Ok!"

```

"Ok: Há enrijecedores longitudinais e não há transversais intermediários"

"Ok: Há enrijecedores longitudinais e não há transversais intermediários"

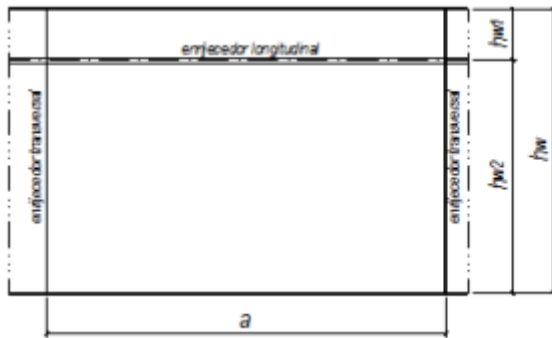
"Ok: Há enrijecedores transversais intermediários e longitudinais"

$$\lambda_{w,t} := 0,76 \cdot \sqrt{\frac{f_{yw}}{\tau_{cr,I,t}}} \quad \lambda_{w,t} = 1,911$$

$$\lambda_{w,t} := \sqrt{\frac{f_{yw}}{3 \tau_{cr,I,t}}} \quad \lambda_{w,t} = 1,9106$$

$$\lambda_{w,t} := \sqrt{\frac{f_{yw}}{k_\tau \cdot \sigma_E \tau_{cr,I,t}}} \quad \lambda_{w,t} = 1,9106$$

Subpainel-Instabilidade Local devido às tensões cisalhantes  
O painel com maior razão de aspecto



$$\alpha_1 := \frac{a}{h_{wlc}} \quad \alpha_1 = 16,0256$$

$$\alpha_2 := \frac{a}{h_w - h_{wlc}} \quad \alpha_2 = 4,0064$$

```

if (alpha_1 < alpha_2) = alpha_1
  Condiçã_α := "O painel 1 é o painel com menor razão de aspecto "
else
  Condiçã_α := "O painel 2 é o painel com menor razão de aspecto "
Condiçã_α = "O painel 2 é o painel com menor razão de aspecto "

```

$\kappa_{\tau=1} := 0$  Coeficiente de Instabilidade ao cisalhamento

Não há enrijecedor dentro do painel isolado

Placa não-enrijecida:  $n_{sl}=0$

$\eta_{st,n} := 2$  Quantidade de enrijecedores transversais nos apoios

$\eta_{st,i} := 2$  Quantidade de enrijecedores transversais intermediários

$\eta_{sl} := 0$  Quantidade de enrijecedores longitudinais

$k_{\tau}$ :

(para placas Com enrijecedores transversais rígidos ( $n_{st}>0$ ) e sem enrijecedores longitudinais ( $n_{sl}=0$ )) ou (para placas com mais de dois enrijecedores longitudinais:  $n_{sl} > 2$ )

```

if alpha_1 > alpha_2
  alpha_c := alpha_2
else
  alpha_c := alpha_1
alpha_c = 4,0064

```

```

if  $\alpha_c \geq 1$ 
   $k_{\tau slmin} := 5,34 + 4,00 \cdot \left(\frac{1}{\alpha_c}\right)^2 + k_{\tau sl}$ 
else
   $k_{\tau slmin} := 4,00 + 5,34 \cdot \left(\frac{1}{\alpha_c}\right)^2 + k_{\tau sl}$ 

```

$k_{\tau slmin} = 5,5892$

$k_{\tau}$ : (para placas SEM enrijecedores transversais rígidos ( $n_{st} > 0$ ) e sem enrijecedores longitudinais ( $n_{sl} = 0$ ))

```

if  $\alpha_c \geq 1$ 
   $k_{\tau slmin} := 5,34$ 
else
   $k_{\tau slmin} := 4,00$ 

```

$k_{\tau slmin} = 5,34$

$k_{\tau} := 5,559$

O  $k_{\tau}$  do caso considerado, portanto vale  
Tensão crítica elástica de Instabilidade

$$\sigma_E := \frac{\pi^2 \cdot E_a \cdot t_w^2}{12 \cdot (1 - \nu^2) \cdot \left( h_w - h_{sbruta} + \left( h_{sbruta} - h_{wlc} - \frac{t_{sl}}{2} \right)^2 \right)}$$

$\sigma_E = 9,9905 \text{ MPa}$

$$\tau_{cr,I,i} := k_{\tau} \cdot \sigma_E$$

$\tau_{cr,I,i} = 55,5373 \text{ MPa}$

A capacidade resistente deve ser verificada

```

if  $\frac{h_w}{t_w} \geq \frac{72 \cdot \epsilon}{\eta}$ 
  Condiçãohw,tw := "Alma não enrijecida-Verificar a capacidade resistente a flambagem por cisalhamento"
else
  if  $\frac{h_w}{t_w} \geq \frac{72 \cdot \epsilon}{\eta}$ 
    Condiçãohw,tw := "Alma não enrijecida- A capacidade resistente à flambagem por cisalhamento NÃO precisa ser verificada"
  else
    Condiçãohw,tw := "Alma não enrijecida-Verificar a capacidade resistente a flambagem por cisalhamento"

```

$h_{wa} := h_w - h_{wlc}$

$h_{wa} = 1,248 \text{ m}$

Altura do Subpainel com menor razão de aspecto

$$\lambda_{w,i} := \frac{h_{wa}}{37,4 \cdot t_w \cdot \epsilon \cdot \sqrt{k_{\tau}}}$$

$\lambda_{w,i} = 1,9328$

Esbeltez normalizada  $\lambda_w$  para o subpainel

Fator de redução-Instabilidade GLOBAL devido às tensões cisalhantes. Assume-se que as bordas fornecem apoio rígido

```

if ( $\lambda_{w,t} \geq 1,08$ )
   $\chi_{w,t} := \frac{1,37}{(0,7 + \lambda_{w,t})}$ 
else
  if ( $\frac{0,83}{\eta} \leq \lambda_{w,t}$ ) < 1,08
     $\chi_{w,t} := \frac{0,83}{\lambda_{w,t}}$ 
  else
    if  $\lambda_{w,t} < \frac{0,83}{\eta}$ 
       $\chi_{w,t} := \eta$ 
    else
       $\chi_{w,t} := \frac{0,83}{\lambda_{w,t}}$ 

```

$\chi_{w,t} = 0,5248$

$\chi_w$  para painel total (enrijecido):

Fator de redução-Instabilidade LOCAL devido às tensões cisalhantes

Assume-se que as bordas e enrijecedores fornecem apoio rígido

```

if ( $\lambda_{w,i} \geq 1,08$ )
   $\chi_{w,i} := \frac{1,37}{(0,7 + \lambda_{w,i})}$ 
else
  if ( $\frac{0,83}{\eta} \leq \lambda_{w,i}$ ) < 1,08
     $\chi_{w,i} := \frac{0,83}{\lambda_{w,i}}$ 
  else
    if  $\lambda_{w,i} < \frac{0,83}{\eta}$ 
       $\chi_{w,i} := \eta$ 
    else
       $\chi_{w,i} := \frac{0,83}{\lambda_{w,i}}$ 

```

$\chi_{w,i} = 0,5204$

```

if  $\chi_{w,t} > \chi_{w,i}$ 
   $\chi_w := \chi_{w,i}$ 
else
   $\chi_w := \chi_{w,t}$ 

```

$\chi_w$  :fator de redução para a capacidade resistente da alma isolada, dependendo da esbeltez da alma. Fator para a contribuição da alma à capacidade resistente de Instabilidade ao cisalhamento. Tabela 5.1 e Figura 5.2-EN 1993-1-5:2006

$\chi_w = 0,5204$

```

if  $\chi_w = \chi_{w,t}$ 
  Condição  $\chi_w :=$  "Flambagem devido às tensões cisalhantes, do painel enrijecido, é crítica "
else
  Condição  $\chi_w :=$  "Flambagem devido às tensões cisalhantes, do subpainel, é crítica"
Condição  $\chi_w =$  "Flambagem devido às tensões cisalhantes, do subpainel, é crítica"

```

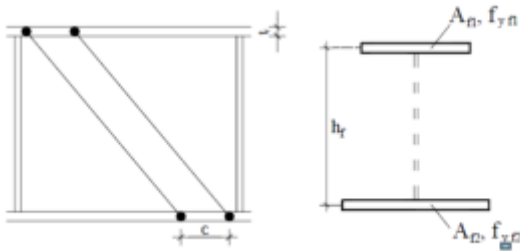
Capacidade resistente ao esforço cortante - Contribuição da alma

$$v_{bw,Rd} := \frac{\chi \cdot f_{yw} \cdot h \cdot t_w}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M1}} \quad v_{bw,Rd} = 1361282,23 \text{ N}$$

Capacidade resistente da alma, seja, a contribuição da alma

$$v_{bw,Rd} := \frac{\chi \cdot f_{yw} \cdot h \cdot t_w}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} \quad v_{bw,Rd} = 1497410,453 \text{ N}$$

g) Contribuição das mesas da seção transversal do tipo I na capacidade resistente à força



```

if b_fi <= 2 * 15 * t_w + t_w
  Condição_bf := "OK!"
else
  Condição_bf := "Não OK!"
Condição_bf = "OK!"

```

$$A_{fsup} := t_{fs} \cdot b_{fs} \quad A_{fsup} = 70 \text{ cm}^2$$

$$A_{finf} := t_{fi} \cdot b_{fi} \quad A_{finf} = 70 \text{ cm}^2$$

```

if A_{fsup} > A_{finf}
  A_{fmin} := A_{finf}
else
  A_{fmin} := A_{fsup}
A_{fmin} = 0,007 m^2

```

$$M_{f,k} := A_{fmin} \cdot \left( h_w + \frac{t_{fs} + t_{fi}}{2} \right) \cdot f_{yf} \quad M_{f,k} = 3926300 \text{ N m}$$

(È o momento resistente da seção transversal consistindo da área efetiva somente das mesas EN-1993-1-5 item 5.4)

$$M_{frd} := \frac{M_{f,k}}{\gamma_{M0}} \cdot \left( 1 - \frac{N_x}{\left( \frac{A_{fsup} + A_{finf}}{\gamma_{M0}} \right) \cdot f_{yf}} \right) \quad M_{frd} = 3926300 \text{ N m}$$

(È o momento resistente plástico REDUZIDO da seção transversal, devido a presença de esforço N<sub>Ed</sub>)



```

if Nx=0
  M_frd :=  $\frac{M_{f,k}}{\gamma MO}$ 
else
  M_frd :=  $\frac{M_{f,k}}{\gamma MO} \cdot \left( 1 - \frac{N_x}{\left( \frac{A_{fsup} + A_{finf}}{\gamma MO} \right) \cdot f_{yf}} \right)$ 

```

$M_{frd} = 3926300 \text{ N m}$

```

if b_{fi} > b_{fs}
  b_{fmin} := b_{fs}
else
  b_{fmin} := b_{fi}

if t_{fi} > t_{fs}
  t_{fmin} := t_{fs}
else
  t_{fmin} := t_{fi}

```

$$C := a \cdot \left( 0,25 + \frac{1,6 \cdot b_{fmin} \cdot t_{fmin}^2 \cdot f_{yf}}{t_w \cdot h_w^2 \cdot f_{yw}} \right)$$

$C = 1301,1359 \text{ mm}$

```

if My ≥ M_{frd}
  Condição_{χw} := "NÃO OK!"
else
  Condição_{Myed} := "OK"

```

$\text{Condição}_{Myed} = \text{"OK"}$

Se for "NÃO OK" "As mesas NÃO conseguem transferir completamente as tensões diretas (MN), logo a alma assume a transferência do cisalhamento (V) e do restante das tensões diretas (MN). Sendo assim, é necessário verificar a interação (MN)-V no painel (alma), que absorve cisalhamento (V) e parte das tensões diretas (MN)"

Se for "OK" "As mesas sozinhas conseguem transferir as tensões diretas (MN), logo a alma transfere somente o cisalhamento (V). Sendo assim, NÃO é necessário verificar a ininteração (MN)-v no painel (alma).

```

if My < M_{frd}
  v_{bf,Rd} :=  $\frac{b_{fmin} \cdot t_{fmin}^2 \cdot f_{yf}}{C \cdot \gamma MO} \cdot \left( 1 - \left( \frac{My}{M_{frd}} \right)^2 \right)$ 
else
  if (My=0) ∧ (Nx=0)
    v_{bf,Rd} :=  $\frac{b_{fmin} \cdot t_{fmin}^2 \cdot f_{yf}}{C \cdot \gamma MO} \cdot \left( 1 - \left( \frac{My}{M_{frd}} \right)^2 \right)$ 
  else
    v_{bf,Rd} := 0

```

$v_{bf,Rd} = 38197,3921 \text{ N}$

```

if  $v_{bf,Rd} \leq v_{bw,Rd}$ 
  Condição_vbf := "NÃO OK!"
else
  Condição_vbf := "OK"
  Condição_vbf = "NÃO OK!"

```

Se for "NÃO OK" As mesas NÃO contribuem significativamente na capacidade resistente ao cisalhamento(V) e parte das tensões diretas (MN)''

Se for "OK" As mesas contribuem significativamente na capacidade resistente ao cisalhamento

h) Força cortante resistente de cálculo capacidade resistente de cálculo à Instabilidade ao cisalhamento

$$v_{b,Rd} = v_{bw,Rd} + v_{bf,Rd}$$

$$v_{b,Rd} = 1535,6078 \text{ kN}$$

```

if  $v_{b,Rd} \leq \frac{\eta \cdot f_{yw} \cdot h_w \cdot t_w}{\sqrt{M_0} \cdot \sqrt{3}}$ 
  Condição_Vb,RD := "Ok"
else
  Condição_Vb,RD := "NO Ok"
  Condição_Vb,RD = "Ok"

```

Validação da folha de cálculo para o MTR

	Barbosa (2016)	Da Silva e Gervásio (2006)	Autor
Capacidade resistente ao cisalhamento ( $V_{b,Rd}$ )	1510,8 KN	1496,4 KN	1535,60 kN

**APÊNDICE C: Planilha de cálculo desenvolvida no programa computacional SMath Studio, baseado na norma ABNT NBR 8800 (2008)**

**a) Propriedades do aço**

As propriedades mecânicas do aço estrutural são dadas na EN10025-2 para grau de aço S355K2 e na EN10025-3 para graus de aço S355N e S355NL.

$$f_y := 355 \text{ MPa}$$

(Resistência característica ou nominal ao escoamento do aço)

$$f_{yw} := 355 \text{ MPa}$$

(Resistência característica ou nominal ao escoamento do aço da alma)

$$f_{yf} := 355 \text{ MPa}$$

(Resistência característica ou nominal ao escoamento do aço da mesa)

Para Estado Limite último (ULS):

$$\gamma_{M0} := 1,0$$

(Coeficiente de ponderação da resistência, fator parcial para capacidade resistente de seções transversais para qualquer classe- Item 6.1- EN 1993-1-1:2005) - Para capacidade resistente plástica).

$$\gamma_{M1} := 1,1$$

(Coeficiente de ponderação da resistência, fator parcial para a capacidade resistente à instabilidade - Item 6.1 - EN 1993-1-1:2005)

$$f_{yd} := \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

(Resistente de seções transversais para qualquer classe - Item 6.1 - EN 1993-1-1:2005) - Para capacidade resistente plástica)

$$f_{yd} = 355 \text{ MPa}$$

$$f_{yfd} := \frac{f_{yf}}{\gamma_{M1}}$$

$$f_{yfd} = 322,72727 \text{ MPa}$$

$$f_{ywd} := \frac{f_{yw}}{\gamma_{M1}}$$

$$f_{ywd} = 322,72727 \text{ MPa}$$

$$E_a := 210000 \text{ MPa}$$

Módulo de elasticidade do aço

$$G := \frac{Ea}{2 \cdot (1 + \nu)}$$

$$\nu := 0,3$$

Coeficiente de Poisson do aço

$$G = 80769,23077 \text{ MPa}$$

Coeficiente que inclui o aumento da capacidade resistente ao cisalhamento na menor esbeltez da alma :

```

if 235 MPa ≤ fy
  η := 1,2
else
  if fy < 460
    η := 1,2
  else
    η := 1

```

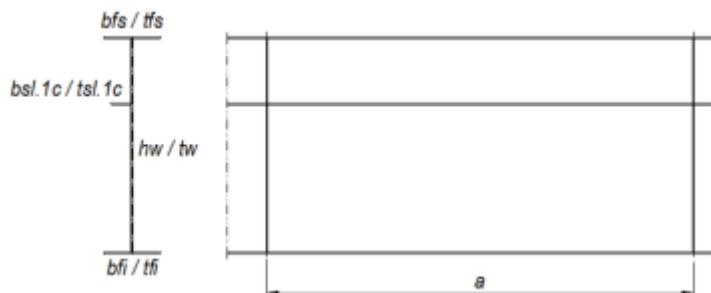
$$\eta(f_y) := 1,2$$

$$\varepsilon := \sqrt{235 \cdot \frac{\text{MPa}}{f_y}}$$

$$\varepsilon = 0,81362$$

(Fator de escoamento)

b) Dimensões do painel enrijecido e da seção transversal do tipo



$$a := 5000 \text{ mm} \text{ Largura do painel}$$

$$b_{fs} := 350 \text{ mm} \text{ largura da mesa superior}$$

$$t_{fs} := 20 \text{ mm} \text{ largura da mesa inferior}$$

$$b_{fi} := 350 \text{ mm} \text{ largura da mesa superior}$$

$$t_{fi} := 20 \text{ mm} \text{ largura da mesa inferior}$$

$$t_w := 9 \text{ mm} \text{ espessura da alma}$$

$$b_{s1} := 100 \text{ mm}$$

altura da seção do enrijecedor longitudinal

$$b_l = b_{s1}$$

$$t_{s1} := 15 \text{ mm}$$

espessura do reforço longitudinal

C) a relação de  $h/t_w$  não pode exceder 260:

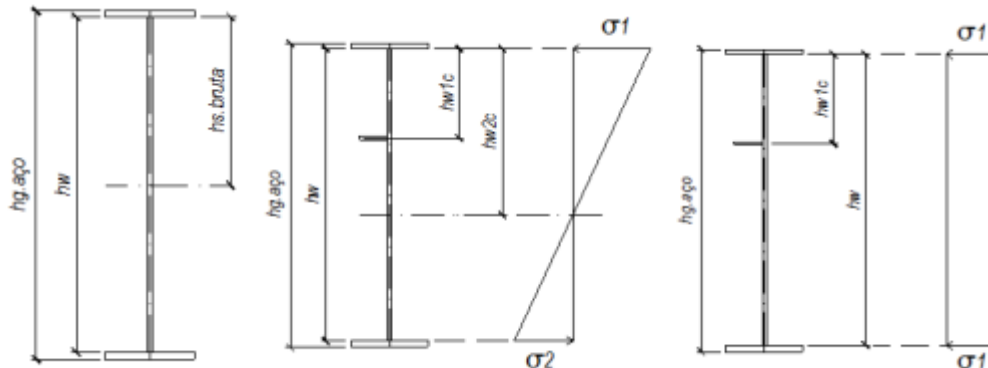
quando  $a/h \leq 1,5$

$$11,7 \cdot \sqrt{\frac{Ea}{f_y}} = 284,5649013821$$

quando  $a/h > 1,5$

$$0,42 \cdot \frac{Ea}{f_y} = 248,4507042254$$

d) Características geométricas da seção transversal do tipo I bruta



$$h_g := 1560 \text{ mm} + t_{fs} + t_{fi}$$

$$h_g = 1600 \text{ mm}$$

altura viga I em aço

$$h_w := 1560 \text{ mm}$$

$$h_w = 1560 \text{ mm}$$

altura total da alma da viga I em aço

$$\alpha := \frac{a}{h_w}$$

$$\alpha = 3,20513$$

$$A_{bruta} := b_{fs} \cdot t_{fs} + b_{fi} \cdot t_{fi} + h_w \cdot t_w$$

$$\text{Abruta} = 280,4 \text{ cm}^2$$

$$\text{hsbruta} := \frac{-b_{fs} \cdot \frac{t_{fs}^2}{2} + b_{fi} \cdot t_{fi} \cdot \left( h_w + \frac{t_{fi}}{2} \right) + \frac{h_w^2}{2} \cdot t_w}{\text{Abruta}}$$

$$\text{hsbruta} = 780 \text{ mm} \quad (\text{altura comprimida da alma da Viga I em aço})$$

$$\text{Iybruta} := \frac{b_{fs} \cdot t_{fs}^3 + b_{fi} \cdot t_{fi}^3}{12} + b_{fs} \cdot t_{fs} \cdot \left( \text{hsbruta} + \frac{t_{fs}}{2} \right)^2 + b_{fi} \cdot t_{fi} \cdot \left( h_w - \text{hsbruta} + \frac{t_{fi}}{2} \right)^2 + \frac{t_w \cdot h_w^3}{12} + h_w \cdot t_w \cdot \left( \frac{h_w}{2} - \text{hsbruta} \right)^2$$

$$\text{Iybruta} = 1158517,86667 \text{ cm}^4$$

$$h_{w2sc} := \text{hsbruta}$$

$$h_{w2sc} = 780 \text{ mm}$$

Altura comprimida da alma para os sub-painéis 1 e 2

$$W_{y_{elsbuta}} := \frac{\text{Iybruta}}{\text{hsbruta}}$$

$$W_{y_{elsbuta}} = 14852,79316 \text{ cm}^3$$

Tensão na borda superior da alma viga I em aço

$$W_{y_{elibruta}} := \frac{\text{Iybruta}}{h_w - \text{hsbruta}}$$

$$W_{y_{elibruta}} = 14852,79316 \text{ cm}^3$$

Tensão na borda inferior da alma viga I em aço

Tensão na borda inferior da alma viga I em aço

$$a_r := \frac{1 \cdot (t_w) \cdot h_w}{t_{fi} \cdot b_{fi}} \quad a_r = 2,0057142857$$

Relação entre a área da alma e da mesa comprimida

$$r_{yt} := \sqrt{\frac{\text{Iybruta}}{\text{Abruta}}} \quad r_{yt} = 0,6427800118 \text{ m}$$

Relação entre área da alma e da mesa comprimida

a) **Momento resistente de cálculo**

O valor do momento fletor resistente de cálculo, para o estado-limite último de escoamento da mesa tracionada:

$$M_{Rd} := \frac{W_{y_{elibruta}} \cdot f_y}{\gamma_{M1}} \quad M_{Rd} = 4793,4014296814 \text{ kN m}$$

O momento fletor resistente de cálculo, para o estado-limite de Instabilidade lateral com torção (FLT), é dado por :

$$h_c := h_w$$

$$c_b := 2$$

$$\lambda := \frac{a}{r_{yt}} \quad \lambda = 7,77871108$$

$$\lambda_p := 1,10 \cdot \sqrt{\frac{Ea}{f_{yd}}} \quad \lambda_p = 26,7539650872$$

$$\lambda_r := \pi \cdot \sqrt{\frac{Ea}{0,7 \cdot f_{yd}}} \quad \lambda_r = 91,3263968493$$

$$K_{pg} := 1 - \left( \left( \frac{a_r}{1200 + 300 \cdot a_r} \right) \cdot \left( \frac{h_w}{t_w} - 5,70 \cdot \sqrt{\frac{Ea}{f_{yd}}} \right) \right) \quad K_{pg} = 0,9613720207$$

```

if Kpg ≤ 1
  Kpgg := "Ok"
else
  Kpgg := "No Ok"
Kpgg = "Ok"

```

$$\begin{aligned}
 & \text{if } \lambda \leq \lambda_p \\
 & M_{RD} := \frac{K_{pg} \cdot W_{y_{elibruta}} \cdot f_{yd}}{\gamma M_1} \\
 & \text{else} \\
 & \quad \text{if } (\lambda_p) \leq \lambda_r \\
 & \quad M_{RD} := \frac{1}{\gamma M_1} \cdot C_b \cdot K_{pg} \cdot \left( 1 - 0,3 \cdot \left( \frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right) \right) \cdot W_{y_{elibruta}} \\
 & \quad \text{else} \\
 & \quad M_{RD} := \frac{1}{\gamma M_1} \cdot \frac{C_b \cdot K_{pg} \cdot \pi^2 \cdot E_a \cdot W_{y_{elibruta}}}{\lambda^2}
 \end{aligned}$$

$$M_{RD} = 4608,2420186254 \text{ kN m}$$

O momento fletor resistente de cálculo, para o estado-limite de Instabilidade local da mesa comprimida (FLM), é dado por :

$$\lambda := \frac{b_{fi}}{2 \cdot t_{fi}} \quad \lambda = 8,75$$

$$\lambda_p := 0,38 \cdot \sqrt{\frac{E_a}{f_{yd}}} \quad \lambda_p = 9,2422788483$$

$$K_c := \frac{4}{\sqrt{\frac{h_w}{t_w}}} = 0,3038218101$$

$$K_c = 0,3038218101$$

$t_f$  são a largura total e a espessura, respectivamente, da mesa comprimida

$$\lambda_r := 0,95 \cdot \sqrt{K_c \cdot \frac{E_a}{0,7 \cdot f_{yd}}}$$

$$\lambda_r = 15,222273811$$



$$K_{pg} = 1 - \left( \frac{a_r}{1200 + 300 \cdot a_r} \right) \cdot \left( \frac{h_w}{t_w} - 5,70 \cdot \sqrt{\frac{Ea}{f_{yd}}} \right)$$

$$K_{pg} = 0,9613720207$$

```
if  $K_{pg} \leq 1$ 
```

```
   $K_{pgg} = \text{"Ok"}$ 
```

```
else
```

```
   $K_{pgg} = \text{"No Ok"}$ 
```

```
 $K_{pgg} = \text{"Ok"}$ 
```

```
if  $\lambda \leq \lambda_p$ 
```

$$M_{RD} = \frac{K_{pg} \cdot W_{y\text{elibruta}} \cdot f_{yd}}{\gamma_{M1}}$$

```
else
```

```
  if  $(\lambda_p \leq \lambda) \leq \lambda_r$ 
```

$$M_{RD} = \frac{1}{\gamma_{M1}} \cdot K_{pg} \cdot \left( 1 - 0,3 \cdot \frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right) \cdot W_{y\text{elibruta}} \cdot f_{yd}$$

```
  else
```

$$M_{RD} = \frac{1}{\gamma_{M1}} \cdot \frac{0,90 \cdot K_{pg} \cdot K_c \cdot Ea \cdot W_{y\text{elibruta}}}{\lambda^2}$$

$$M_{RD} = 4608,2420186254 \text{ kN m}$$

**APÊNDICE D: Planilha de cálculo desenvolvida no programa computacional SMath Studio, baseado na norma AASHTO (2014)**

**a) Propriedades do aço**

As propriedades mecânicas do aço estrutural são dadas na EN10025-2 para grau de aço S355K2 e na EN10025-3 para graus de aço S355N e S355NL.

$$f_y := 355 \text{ MPa}$$

(Resistência característica ou nominal ao escoamento do aço)

$$f_{yw} := 355 \text{ MPa}$$

(Resistência característica ou nominal ao escoamento do aço da alma)

$$f_{yf} := 355 \text{ MPa}$$

(Resistência característica ou nominal ao escoamento do aço da mesa)

Para Estado Limite último (ULS):

$$\gamma_{M0} := 1,0$$

(Coeficiente de ponderação da resistência, fator parcial para capacidade resistente de seções transversais para qualquer classe- Item 6.1- EN 1993-1-1:2005) - Para capacidade resistente plástica).

$$\gamma_{M1} := 1,1$$

(Coeficiente de ponderação da resistência, fator parcial para a capacidade resistente à instabilidade - Item 6.1 - EN 1993-1-1:2005)

$$f_{yd} := \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

(Resistente de seções transversais para qualquer classe - Item 6.1 - EN 1993-1-1:2005) - Para capacidade resistente plástica)

$$f_{yd} = 355 \text{ MPa}$$

$$f_{yfd} := \frac{f_{yf}}{\gamma_{M1}}$$

$$f_{yfd} = 322,72727 \text{ MPa}$$

$$f_{ywd} := \frac{f_{yw}}{\gamma_{M1}}$$

$$f_{ywd} = 322,72727 \text{ MPa}$$

$$E_a := 210000 \text{ MPa}$$

Módulo de elasticidade do aço

$$G := \frac{Ea}{2 \cdot (1 + \nu)}$$

$$\nu := 0,3$$

Coeficiente de Poisson do aço

$$G = 80769,23077 \text{ MPa}$$

Coeficiente que inclui o aumento da capacidade resistente ao cisalhamento na menor esbeltez da alma :

```

if 235 MPa ≤ fy
  η := 1,2
else
  if fy < 460
    η := 1,2
  else
    η := 1

```

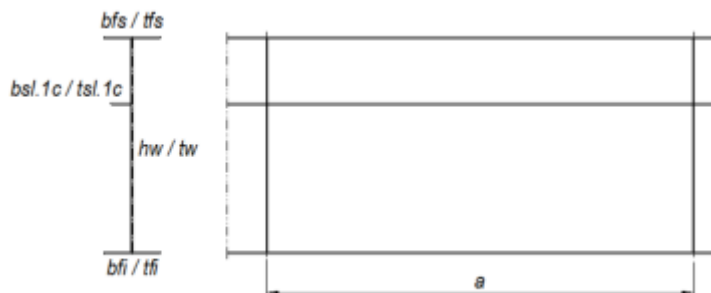
$$\eta(f_y) := 1,2$$

$$\varepsilon := \sqrt{235 \cdot \frac{\text{MPa}}{f_y}}$$

$$\varepsilon = 0,81362$$

(Fator de escoamento)

b) Dimensões do painel enrijecido e da seção transversal do tipo



$$a := 5000 \text{ mm} \text{ Largura do painel}$$

$$b_{fs} := 350 \text{ mm} \text{ largura da mesa superior}$$

$$t_{fs} := 20 \text{ mm} \text{ largura da mesa inferior}$$

$$b_{fi} := 350 \text{ mm} \text{ largura da mesa superior}$$

$$t_{fi} := 20 \text{ mm} \text{ largura da mesa inferior}$$

$$t_w := 9 \text{ mm} \text{ espessura da alma}$$

$$b_{s1} := 100 \text{ mm}$$

altura da seção do enrijecedor longitudinal

$$b_l = b_{s1}$$

$$t_{s1} := 15 \text{ mm}$$

espessura do reforço longitudinal

C) a relação de  $h/t_w$  não pode exceder 260:

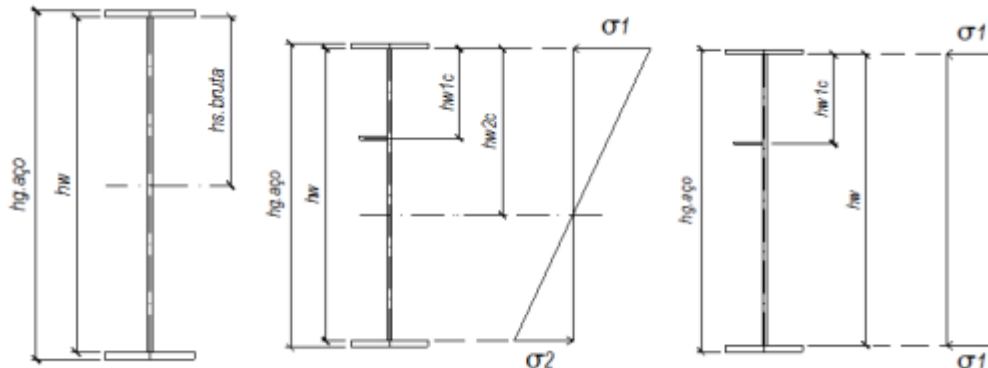
quando  $a/h \leq 1,5$

$$11,7 \cdot \sqrt{\frac{Ea}{f_y}} = 284,5649013821$$

quando  $a/h > 1,5$

$$0,42 \cdot \frac{Ea}{f_y} = 248,4507042254$$

d) Características geométricas da seção transversal do tipo I bruta



$$h_g := 1560 \text{ mm} + t_{fs} + t_{fi}$$

$$h_g = 1600 \text{ mm}$$

altura viga I em aço

$$h_w := 1560 \text{ mm}$$

$$h_w = 1560 \text{ mm}$$

altura total da alma da viga I em aço

$$\alpha := \frac{a}{h_w}$$

$$\alpha = 3,20513$$

$$A_{bruta} := b_{fs} \cdot t_{fs} + b_{fi} \cdot t_{fi} + h_w \cdot t_w$$

$$\text{Abruta} = 280,4 \text{ cm}^2$$

$$\text{hsbruta} := \frac{-b_{fs} \cdot \frac{t_{fs}^2}{2} + b_{fi} \cdot t_{fi} \cdot \left( h_w + \frac{t_{fi}}{2} \right) + \frac{h_w^2}{2} \cdot t_w}{\text{Abruta}}$$

$$\text{hsbruta} = 780 \text{ mm} \quad (\text{altura comprimida da alma da Viga I em aço})$$

$$\text{Iybruta} := \frac{b_{fs} \cdot t_{fs}^3 + b_{fi} \cdot t_{fi}^3}{12} + b_{fs} \cdot t_{fs} \cdot \left( \text{hsbruta} + \frac{t_{fs}}{2} \right)^2 + b_{fi} \cdot t_{fi} \cdot \left( h_w - \text{hsbruta} + \frac{t_{fi}}{2} \right)^2 + \frac{t_w \cdot h_w^3}{12} + h_w \cdot t_w \cdot \left( \frac{h_w}{2} - \text{hsbruta} \right)^2$$

$$\text{Iybruta} = 1158517,86667 \text{ cm}^4$$

$$h_{w2sc} := \text{hsbruta}$$

$$h_{w2sc} = 780 \text{ mm}$$

Altura comprimida da alma para os sub-painéis 1 e 2

$$W_{y_{elsbuta}} := \frac{\text{Iybruta}}{\text{hsbruta}}$$

$$W_{y_{elsbuta}} = 14852,79316 \text{ cm}^3$$

Tensão na borda superior da alma viga I em aço

$$W_{y_{elibruta}} := \frac{\text{Iybruta}}{h_w - \text{hsbruta}}$$

$$W_{y_{elibruta}} = 14852,79316 \text{ cm}^3$$

Tensão na borda inferior da alma viga I em aço

Fator de redução de viga híbrido

$$\beta := \frac{2 \cdot \frac{h_w}{2} \cdot t_w}{t_{fi} \cdot t_w}$$

$$\rho = 1$$

$$R_h := \frac{12 + \beta \cdot (3 \cdot \rho - \rho^3)}{12 + 2 \cdot \beta} = 1$$

Fator de redução Rb

$$\lambda_{rw} := 5,7 \cdot \sqrt{\frac{Ea}{f_{yd}}} \quad \lambda_{rw} = 138,6341827246$$

$$a_{wc} = \frac{\left(2 \cdot \frac{h_w}{2}\right) \cdot t_w}{b_{fi} \cdot t_{fi}} \quad a_{wc} = 2,0057142857$$

$$R_b = 1 - \left( \frac{a_{wc}}{1200 + 300 \cdot a_{wc}} \right) \cdot \left( 2 \cdot \frac{\left(\frac{h_w}{2}\right)}{t_w} - \lambda_{rw} \right) \quad R_b = 0,9613720207$$

Resistencia à flexão para Instabilidade local.

$$\lambda_f = \frac{b_{fi}}{2 \cdot t_{fi}} = 8,75$$

$$\lambda_{rf} = 0,56 \cdot \sqrt{\frac{Ea}{f_{yd}}} = 13,620200408$$

$$\lambda_{pf} = 0,38 \cdot \sqrt{\frac{Ea}{f_{yd}}} = 9,2422788483$$

```

if  $\lambda_f \leq \lambda_{pf}$ 
   $F_{nc} = f_{yd} \cdot R_b \cdot R_h$ 
else
  if  $\lambda_f \leq \lambda_{rf}$ 
     $F_{nc} = \left( 1 - \left( 1 - \frac{f_{yd}}{R_h \cdot f_{yd}} \right) \cdot \frac{\lambda_f - \lambda_{pf}}{\lambda_f - \lambda_{pf}} \right) \cdot R_b \cdot R_h \cdot f_{yd}$ 
  else
     $F_{nc} = 0,7 \cdot f_{yd}$ 

```

$$F_{nc} = 341,2870673593 \text{ MPa}$$

$$M_{yX} = \frac{F_{nc} \cdot W_{y\text{elibruta}}}{\gamma_{M1}} \quad M_{yX} = 4608,2420186254 \text{ kN m}$$

## APÊNDICE E: Modelo paramétrico para viga esbelta com enrijecedores longitudinais para uma análise de Instabilidade elástica para as vigas VT07, VT08, VT09 e VT10

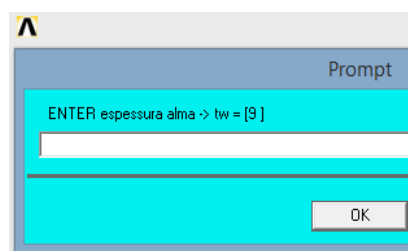
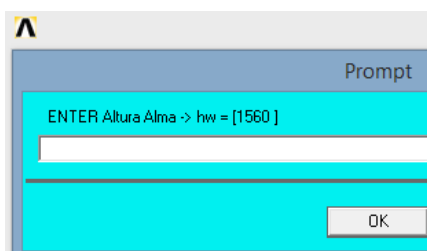
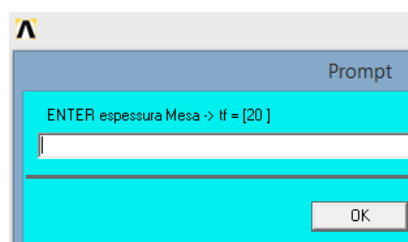
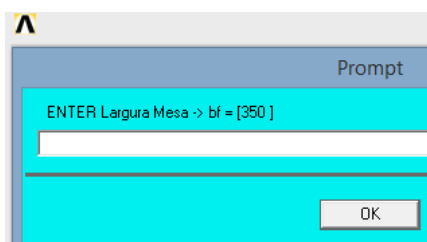
Modelo paramétrico para Viga esbelta com enrijecedores longitudinais

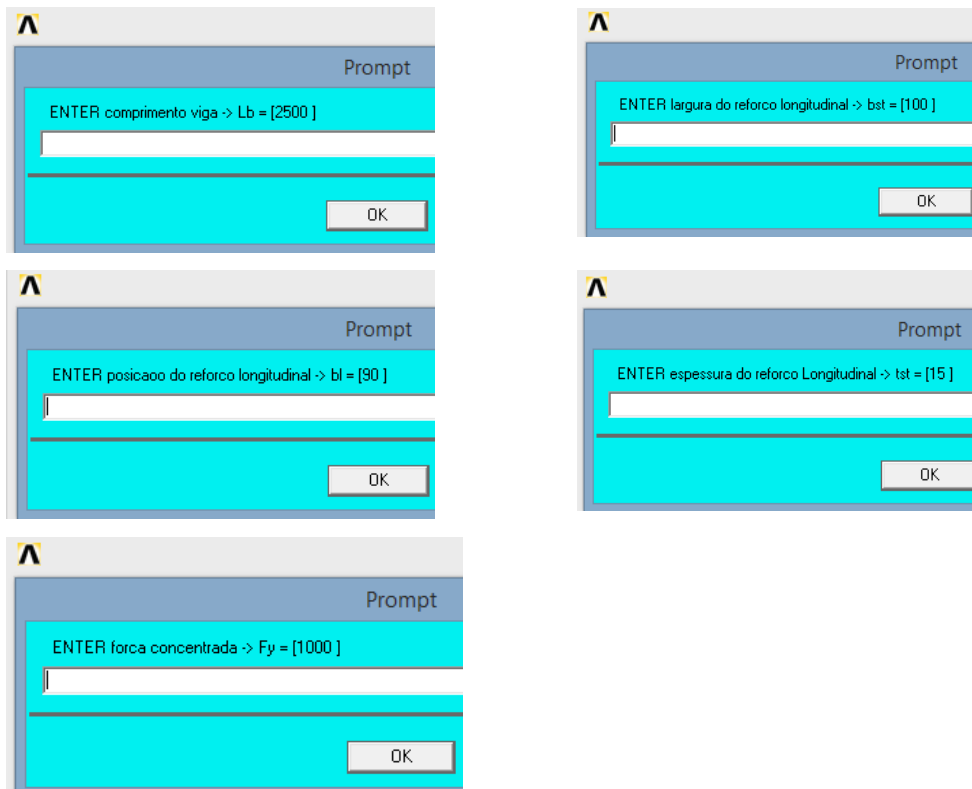
Análise não linear geométrica e de material (com imperfeição). Inicialmente é acionado o pré-processamento do software (comando /PREP7), em seguida acionado o comando ASK para determinação dos parâmetros de entrada.

/prep7

!ASK Solicita ao usuário que insira um valor de parâmetro , como pode ser visualizada nas figuras

- \*ASK,bf, Largura Mesa !mm
- \*ASK,tf, espessura Mesa !mm
- \*ASK, hw, Altura Alma !mm
- \*ASK,tw, espessura alma !mm
- \*ASK, Lb, comprimento viga !mm
- \*ASK, bl, posicao do reforco longitudinal !mm
- \*ASK, bst, largura do reforco longitudinal !mm
- \*ASK, tst, espessura do reforco Longitudinal !mm
- \*ASK,Fy, forza concentrada !N





### ! Parametrização das propriedades

Es= 210000 ! N/mm<sup>2</sup> !Módulo de elasticidade

poisson= 0.3

fy1=375 !N/mm<sup>2</sup> (tensão de escoamento do material 1)

fy2=281 !N/mm<sup>2</sup> (tensão de escoamento do material 2)

O próximo passo é a inicialização dos tipos de elementos a serem utilizados no modelo a serem utilizados no modelo (comando ET) com seus respectivos “Key options” (comando Keyopt opções que ajustam alguns parâmetros do tipo de elemento em questão). Assim definindo elemento tipo shell 181.

! Definição do tipo de elemento

! Keyopt(3)=2: Full integration

! ET define o tipo de elemento de acordo com a biblioteca de comandos.

ET, 1, shell181,,2

! Define seções do elemento de casca: 1 layer com 9 pontos de integração através da espessura.

! SECTYPE associa a seção com o tipo de elemento

! Elemento Shell para mesa



```
SECTYPE,1, SHELL
! SECDATA descreve a geometria de uma seção
! Espessura da aba
SECDATA,tf,,9
!
!Elemento Shell para a alma
SECTYPE,2,SHELL
! Espessura da alma
SECDATA,tw,,9
!
! Elemento Shell para o enrijecedor
SECTYPE,3,SHELL
! Espessura do enrijecedor transversal
SECDATA,tf,,9
!
SECTYPE,4,SHELL
! Espessura do enrijecedor longitudinal
SECDATA,tst,,9
!
! MATERIAL 1 (Alma)
MP,EX,1,Es
MP,DENS,1,7850
MP,NUXY,1,poisson
! MATERIAL 2 (Mesa e enrijecedores transversal e longitudinal)
MP,EX,2,Es
MP,DENS,2,7850
MP,NUXY,2,Poisson

! Comportamento elastoplástico perfeito para os dois materiais
! Diferentes tensões de escoamento.
!tb,biso,1
!tbdata,1,fy1,0
!tb,biso,2
```

!tbdata,1,fy2,0

!tbplot,biso,1

!tbplot,biso,2

! Definição dos Keypoint (linha/área), figura ..

! modelar geometria

K,101,0,0,0

K,102,bf/2,0,0

K,103,-bf/2,0,0

K,104,0,hw,0

K,105,bf/2,hw,0

K,106,-bf/2,hw,0

K,107,0,(hw-bl),0

K,108,bf/2,(hw-bl),0

K,109,bst,(hw-bl),0

K,110,-bf/2,(hw-bl),0

K,201,0,0,Lb-Ss

K,202,bf/2,0,Lb-Ss

K,203,-bf/2,0,Lb-Ss

K,204,0,hw,Lb-Ss

K,205,bf/2,hw,Lb-Ss

K,206,-bf/2,hw,Lb-Ss

K,207,0,(hw-bl),Lb-Ss

K,208,bf/2,(hw-bl),Lb-Ss

K,209,bst,(hw-bl),Lb-Ss

K,210,-bf/2,(hw-bl),Lb-Ss

K,301,0,0,Lb

K,302,bf/2,0,Lb

K,303,-bf/2,0,Lb

K,304,0,hw,Lb

K,305,bf/2,hw,Lb

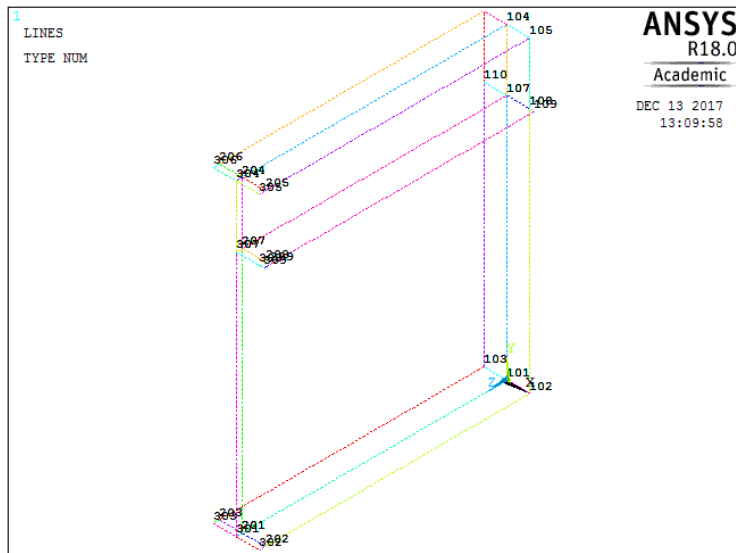
K,306,-bf/2,hw,Lb

K,307,0,(hw-bl),Lb

K,308,bf/2,(hw-bl),Lb

K,309,bst,(hw-bl),Lb

K,310,-bf/2,(hw-bl),Lb



! Definição da área

!1º módulo

!Mesa superior

a,104,105,205,204

a,106,104,204,206

!Mesa inferior

a,101,102,202,201

a,103,101,201,203

!Alma

a,101,107,207,201

a,107,104,204,207

!Enrijecedor transversal

a,101,102,108,107

a,107,108,105,104

a,103,101,107,110

a,110,107,104,106

!Enrijecedor longitudinal

a,107,108,109,209,208,207

!2° módulo

!Mesa superior

a,204,205,305,304

a,206,204,304,306

!Mesa inferior

a,201,202,302,301

a,203,201,301,303

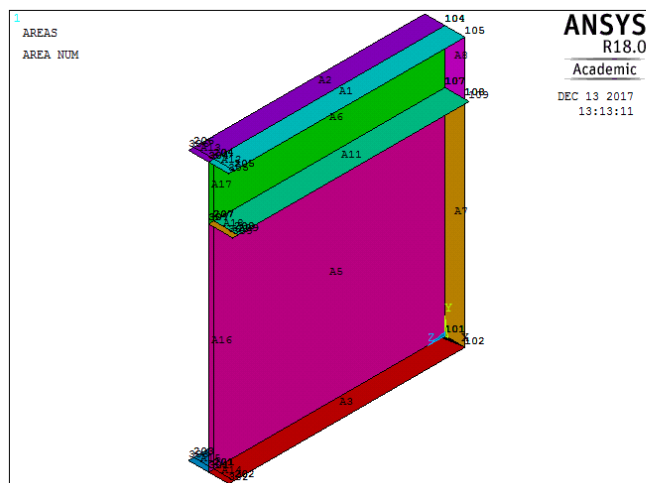
!Alma

a,201,207,307,301

a,207,204,304,307

! Enrijecedor longitudinal

a,207,208,209,309,308,307



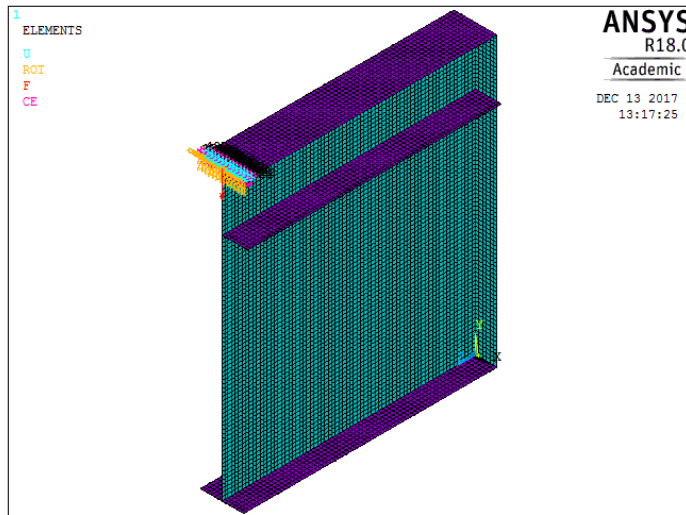
! Definição da malha

! Tamanho máximo do elemento em (mm) determinado por  $(bf/2)/6$  .

esize,(bf/2)/6           ! especifica o número padrão de divisões .

mshkey,2                 !Gera malha regular quando possível (áreas com 4 lados)

mshape,0                 !Quadriláteros



! Definir o material e a seção para cada área (comando aatt).

! Mesas superior e inferior

asel,s,area,,1,4           !Seleciona as áreas

asel,a,area,,12,15

aatt,2,,1,,1                 !aatt,material,,elemento,,seção

amesh,all                 !Gera nós e elementos com áreas

asel,all                 !Seleciona um subconjunto de áreas

!Alma

asel,s,area,,5,6           !Seleciona as áreas

asel,a,area,,16,17

aatt,1,,1,,2                 !aatt,material,,elemento,,seção

amesh,all                 !Gera nós e elementos com áreas

asel,all                 !Seleciona um subconjunto de áreas

! Enrijecedor transversal

asel,s,area,,7,10           !Seleciona as áreas

```

aatt,2,,1,,3          !aatt,material,,elemento,,seção
amesh,all             !Gera nós e elementos com áreas
asel,all              !Seleciona um subconjunto de áreas

!Enrijecedor longitudinal
asel,s,area,,11      !Seleciona as áreas
asel,a,area,,18
aatt,2,,1,,4          !aatt,material,,elemento,,seção
amap,11,107,109,209,207 ! Gerar uma malha mapeada 2D
amap,18,207,209,309,307
asel,all              !Seleciona um subconjunto de áreas

/view,1,1,1,1 ! visualizar o modelo em 3D
eplot                 !desenhar os elementos
!/eshape,1            !Mostra a espessura

! Condições de apoio no extremo inferior da viga
nsel,s,loc,z,0       !Selecionar um subconjunto de nós, tipo de seção.
nsel,r,loc,y,0
d,all,ux,0           ! Deslocamentos estruturais em X,Y ou Z.
d,all,uy,0
nsel,all             ! Seleciona um subconjunto de nós

! Simetria na metade da viga
nsel,s,loc,z,Lb      !Selecionar um subconjunto de nós, tipo de seção.
d,all,uz,0           ! Deslocamentos estruturais em X,Y ou Z
d,all,rotx,0         ! Rotações em X,Y ou Z
d,all,roty,0
nsel,all             ! Seleciona um subconjunto de nós

! Aplicação da carga distribuída [N/mm²]
!asel,s,area,,12,13      ! Seleciona um subconjunto de áreas

```

!sfa,all,1,pres,-Fy/(Ss\*bf) ! Especifica as cargas nas áreas selecionadas, chave de  
!carga, pressão.

!asel,all ! Seleciona um subconjunto de nós

!sftran !Transfere as cargas do modelo sólido para o modelo de elementos finitos.

! Aplicação da carga concentrada [N]

nset,s,loc,z,Lb !Selecionar um subconjunto de nós, tipo de seção.

nset,r,loc,y,hw

!nset,r,loc,x,0

f,all,fy,-Fy

nset,all ! Seleciona um subconjunto de nós

! Define região rígida

!Obs: Comando CERIG é só para análise linear (o que inclui análise de buckling).

! Armazena nó mestre

nset,s,loc,z,Lb !Selecionar um subconjunto de nós, tipo de seção.

nset,r,loc,y,hw

nset,r,loc,x,0

\*get,no\_mestre,node,0,num,max

nset,all ! Seleciona um subconjunto de nós

! Armazena nós escravos

nset,s,loc,z,Lb-Ss,Lb ! Seleciona um sob conjunto de nós

nset,r,loc,y,hw

cerig,no\_mestre,all

nset,all ! Seleciona um subconjunto de nós

eplot

FiNISH

!2) SOLUCAO: Análise estática linear com pstres,on + Buckling

!TIPO DE ANALISE

!Primeiro uma solução estática para obtenção de Esforços Iniciais -----

```

/solu
antype,static
pstres,on          !Considera matriz geométrica (necessário na análise de buckling)
solve
finish

```

!Análise de Instabilidade

```

n_modos=5          !Escolhe o número de modos a serem calculados
/solu
antype,buckle
!bucopt,lanb,n_modos,0,,center
bucopt,lanb,n_modos,0,,range          !Não calcula autovalores negativos
save
solve
finish
/post1

```

```

/solu
expass,on
mxpand,n_modos,,,yes
solve
finish

```

!Pós-processamento

```

/post1

```

!Atualiza a geometria de acordo com o modo de Instabilidade escolhido

!Escolher o fator multiplicador e o modo de Instabilidade da análise de buckling.

!Fator multiplicador = amplitude do vetor que armazena os deslocamentos do modo de Instabilidade .

```

/prep7
fator=5!Em [mm]
modo=1

```



upgeom,fator,1,modo,Viga\_Esbelta

eplot

!3) SOLUCAO: Análise não linear com imperfeição

!Definir comportamento do material.

/prep7

!Comportamento elastoplástico perfeito para os dois materiais

!Diferentes tensões de escoamento.

tb,biso,1

tbdata,1,fy1,0

tb,biso,2

tbdata,1,fy2,0

tbplot,biso,1

tbplot,biso,2

/solu

antype,static

!pstres,on                   !Ativar efeitos de rigidez

NLGEOM,ON                   !Ativar efeitos de deformação

solcontrol,on               !Opções otimizadas para análise não linear

nropt,full                   !Opções do método Newton-Raphson

!AUTOTS,ON               !Passo automatico (não é usado com o arc-length)

!nsubst,50,200,20       !Define o incremento inicial, o número máximo de incrementos e o número mínimo de incrementos

arclen,on,5,               !Define método do comprimento de arco, o multiplicador máximo e o multiplicador mínimo (mínimo está no default)

```
nsubst,50          !Define o tamanho do arco de referência
arctrm,u,15        !Define critério de para do método do comprimento de arco:
deslocamento máximo = xx [mm]
ncnv,2
outrres,all,all
```

```
!time,Fy
```

```
solve
```

```
finish
```

### !3) PÓS-PROCESSAMENTO

```
/post1
```

```
/format,7,e,20,10
```

```
set,previous
```

**APÊNDICE F: Modelo paramétrico para viga esbelta com enrijecedores longitudinais  
para uma análise de Instabilidade elástica para as vigas VT05**

! Modelo parametrico para Viga esbelta com enrijecedores longitudinais  
! Análise não linear geométrica e de material (com imperfeição)  
!----- 1)PréProcessamento-----  
!

/filename,Viga\_Esbelta  
/prep7

!\*ASK,bf, Largura Mesa,150 !mm  
!\*ASK,tf, espessura Mesa,8.35 !mm  
!\*ASK, hw, Altura Alma, 1000 !mm  
!\*ASK,tw, espessura alma,3.8 !mm  
!\*ASK, Lb, comprimento viga,880 !mm  
\*ASK, bl, posicao do reforco longitudinal, 380 !mm  
!\*ASK, bst, largura do reforco longitudinal,90 !mm  
!\*ASK, tst, espessura do reforco Longitudinal, 2 !mm  
!\*ASK,Fy, forca concentrada, !N

bf=350  
tf=20  
hw=1600  
tw=9  
Lb=2500  
bst=100  
tst=15  
Fy=940000  
Ss=200

!Parametrizacao das propeidades  
Es= 210000 ! N/mm2 !Módulo de elasticidade  
poisson= 0.3  
fy1=355 !N/mm<sup>2</sup> (tensão de escoamento do material 1)  
fy2=355 !N/mm<sup>2</sup> (tensão de escoamento do material 2)

!Definição do tipo de elemento  
!Keyopt(3)=2: Full integration  
ET,1,shell181,,2

!Define seções do elemento de casca: 1 layer com 9 pontos de integração através da espessura.

!Elemento Shell para mesa  
SECTYPE,1,SHELL  
! Espessura da aba

SECDATA,tf,,9

!

!Elemento Shell para a alma

SECTYPE,2,SHELL

! Espessura da alma

SECDATA,tw,,9

!

!Elemento Shell para o enrijecedor

SECTYPE,3,SHELL

! Espessura do enrijecedor transversal

SECDATA,tf,,9

SECTYPE,4,SHELL

! Espessura do enrijecedor longitudinal

SECDATA,tst,,9

!

! MATERIAL 1 (Alma)

MP,EX,1,Es

MP,DENS,1,7850

MP,NUXY,1,poisson

! MATERIAL 2 (Mesa e enrijecedores transversal e longitudinal)

MP,EX,2,Es

MP,DENS,2,7850

MP,NUXY,2,poisson

! Definicao dos Keypoint (linha/area)

! modelar geometria

K,101,0,0,0

K,102,bf/2,0,0

K,103,-bf/2,0,0

K,104,0,hw,0

K,105,bf/2,hw,0

K,106,-bf/2,hw,0

K,107,0,(hw-bl),0

K,108,bf/2,(hw-bl),0

K,109,bst,(hw-bl),0

K,110,-bf/2,(hw-bl),0

K,111,bst,0,0

k,112,bst,hw,0

K,201,0,0,Lb-Ss

K,202,bf/2,0,Lb-Ss

K,203,-bf/2,0,Lb-Ss

K,204,0,hw,Lb-Ss

K,205,bf/2,hw,Lb-Ss

K,206,-bf/2,hw,Lb-Ss  
 K,207,0,(hw-bl),Lb-Ss  
 K,208,bf/2,(hw-bl),Lb-Ss  
 K,209,bst,(hw-bl),Lb-Ss  
 K,210,-bf/2,(hw-bl),Lb-Ss  
 K,211,bst,0,Lb-Ss  
 K,212,bst,hw,Lb-Ss

K,301,0,0,Lb  
 K,302,bf/2,0,Lb  
 K,303,-bf/2,0,Lb  
 K,304,0,hw,Lb  
 K,305,bf/2,hw,Lb  
 K,306,-bf/2,hw,Lb  
 K,307,0,(hw-bl),Lb  
 K,308,bf/2,(hw-bl),Lb  
 K,309,bst,(hw-bl),Lb  
 K,310,-bf/2,(hw-bl),Lb  
 K,311,bst,0,Lb  
 K,312,bst,(hw-bl),Lb  
 K,313,bst,(hw),Lb

!Definicao da área

!1° módulo

!Mesa superior

a,104,112,212,204  
 a,112,105,205,212  
 a,106,104,204,206

!Mesa inferior

a,101,111,211,201  
 a,111,102,202,211  
 a,103,101,201,203

!Alma

a,101,107,207,201  
 a,107,104,204,207

!Enrijecedor transversal

a,101,111,109,107  
 a,111,102,108,109  
 a,107,109,112,104  
 a,109,108,105,112  
 a,103,101,107,110  
 a,110,107,104,106

!Enrijecedor longitudinal

a,107,109,209,207

!2° módulo

!Mesa superior

a,204,212,313,304

a,212,205,305,313

a,204,304,306,206

!Mesa inferior

a,201,211,311,301

a,211,202,302,311

a,203,201,301,303

!Alma

a,207,204,304,307

a,207,307,301,201

!Enrijecedor longitudinal

a,207,209,309,307

! Definicao da malha

!Tamanho máximo do elemento\*\*\*\*\*

esize,(bf/2)/6

mshkey,2 !Gera malha regular quando possível (áreas com 4 lados)

mshape,0 !Quadriláteros

!Definir o material e a seção para cada área (comando aatt).

!Mesas superior e inferior

asel,s,area,,1,6 !Seleciona as áreas

asel,a,area,,16,21 !Seleciona as áreas

aatt,2,,1,,1 !aatt,material,,elemento,,seção

amesh,all

asel,all

!Alma

asel,s,area,,7,8 !Seleciona as áreas

asel,a,area,,22,23 !Seleciona as áreas

aatt,1,,1,,2 !aatt,material,,elemento,,seção

amesh,all

asel,all

!Enrijecedor transversal

asel,s,area,,9,14 !Seleciona as áreas

aatt,2,,1,,3 !aatt,material,,elemento,,seção

amesh,all

asel,all

```

!Enrijecedor longitudinal
asel,s,area,,15          !Seleciona as áreas
asel,a,area,,24         !Seleciona as áreas
aatt,2,,1,,4           !aatt,material,,elemento,,seção
amap,15,107,109,209,207
amap,24,207,209,309,307
asel,all

```

```

/view,1,1,1,1 !visualizar o modelo em 3D
eplot          !desenhar os elementos
!/eshape,1     !Mostra a espessura

```

```

!Condições de apoio no extremo inferior da viga
NSEL,s,loc,Z,0
NSEL,r,loc,Y,0
D,ALL,UX,0
D,all,UY,0
NSEL,ALL

```

```

!Simetria na metade da viga
nset,s,loc,z,Lb
d,all,uz,0
d,all,rotx,0
d,all,roty,0
nset,all

```

```

!Aplicação da carga distribuída [N/mm²]
!asel,s,area,,16,18
!sfa,all,1,pres,Fy/(Ss*bf)
!asel,all
!sftran

```

```

!Para mostrar a carga distribuída em cascas como arrows
!/psf,pres,norm,2,on
!eplot

```

```

!Aplicação da carga concentrada [N]
nset,s,loc,z,Lb
nset,r,loc,y,hw
nset,r,loc,x,0
f,all,fy,-Fy
nset,all

```

```

!Define região rígida
!Obs: Comando CERIG é só para análise linear (o que inclui análise de buckling).

```

```

!Armazena nó mestre
nset,s,loc,z,Lb
nset,r,loc,y,hw
nset,r,loc,x,0

```

```
*get,no_mestre,node,0,num,max
nset,all
```

```
!Armazena nós escravos
nset,s,loc,z,Lb-Ss,Lb
nset,r,loc,y,hw
cerig,no_mestre,all
nset,all
```

```
eplot
FINISH
```

!2) SOLUCAO: Análise estática linear com pstres,on + Buckling

!TIPO DE ANALISE

!Primeiro uma solução estática para obtenção de Esforços Iniciais -----

```
/solu
antype,static
pstres,on      !Considera matriz geométrica (necessário na análise de buckling)
solve
finish
```

!Análise de Instabilidade

n\_modos=5 !Escolhe o número de modos a serem calculados

```
/solu
antype,buckle
!bucopt,lanb,n_modos,0,,center
bucopt,lanb,n_modos,0,,range      !Não calcula autovalores negativos
save
solve
finish
/post1
```

```
/solu
expass,on
mexpand,n_modos,,,yes
solve
finish
```

```
!Pós-processamento
/post1
```

!Atualiza a geometria de acordo com o modo de Instabilidade escolhido

!Escolher o fator multiplicador e o modo de Instabilidade da análise de buckling.

!Fator multiplicador = amplitude do vetor que armazena os deslocamentos do modo de Instabilidade .

```
/prep7
fator=7.8 !Em [mm]
modo=1
upgeom,fator,1,modo,Viga_Esbelta
eplot
```



!3) SOLUCAO: Análise não linear com imperfeição  
!Definir comportamento do material.

/prep7

!Comportamento elastoplástico perfeito para os dois materiais  
!Diferentes tensões de escoamento.

tb,biso,1  
tbdata,1,fy1,0

tb,biso,2  
tbdata,1,fy2,0

tbplot,biso,1  
tbplot,biso,2

/solu

antype,static

!pstres,on !Ativar efeitos de regidez

NLGEOM,ON !Ativar efeitos de deformação

!solcontrol,on !Opções otimizadas para análise não linear

!nropt,full !Opções do método Newton-Raphson

AUTOTS,ON !Passo automatico ( é usado com o arc-length)

nsubst,50,200,20 !Define o incremento inicial, o número máximo de incrementos e o número mínimo de incrementos

arclen,on,5, !Define método do comprimento de arco, o multiplicador máximo e o multiplicador mínimo (mínimo está no default)

nsubst,50 !Define o tamanho do arco de referência

arctrm,u,40 !Define critério de para do método do comprimento de arco:  
deslocamento máximo = xx [mm]

ncnv,2

outres,all,all

!time,Fy

solve

finish

!3) PÓS-PROCESSAMENTO

/post1

/format,7,e,20,10

set,previous

## APÊNDICE E: Modelo paramétrico para viga esbelta sem enrejecedor longitudinal

! Análise não linear geométrica e de material (com imperfeição)

!----- 1)PréPreprocessamento-----

!

/filename,Viga\_Esbelta

/prep7

!\*ASK,bf, Largura Mesa,150 !mm  
 !\*ASK,tf, espessura Mesa,8.35 !mm  
 !\*ASK, hw, Altura Alma, 1000 !mm  
 !\*ASK,tw, espessura alma,3.8 !mm  
 !\*ASK, Lb, comprimento viga,880 !mm  
 !\*ASK,Fy, forca concentrada, 95813.000 !N

bf=150

tf=8.35

hw=1000

tw=3.8

Lb=880

bst=90

tst=2

Ss=20

Fy=103500

!Parametrizacao das propeidades

Es= 210000 ! N/mm2 !Módulo de elasticidade

poisson= 0.3

fy1=358!N/mm<sup>2</sup> (tensão de escoamento do material 1)

fy2=328!N/mm<sup>2</sup> (tensão de escoamento do material 2)

!Parametrizacao das propeidades

Es= 210000 ! N/mm2 !Módulo de elasticidade

poisson= 0.3

fy1=375 !N/mm<sup>2</sup> (tensão de escoamento do material 1)

fy2=281 !N/mm<sup>2</sup> (tensão de escoamento do material 2)

!Definição do tipo de elemento

!Keyopt(3)=2: Full integration

ET,1,shell181,,2

!Define seções do elemento de casca: 1 layer com 9 pontos de integração através da espessura.

!ELemento Shell para mesa

```
SECTYPE,1,SHELL
! Espessura da aba
SECDATA,tf,,9

!
!Elemento Shell para a alma
SECTYPE,2,SHELL
! Espessura da alma
SECDATA,tw,,9
!
!Elemento Shell para o enrijecedor

SECTYPE,3,SHELL
! Espessura do enrijecedor transversal
SECDATA,tf,,9

!
! MATERIAL 1 (Alma)
MP,EX,1,Es
MP,DENS,1,7850
MP,NUXY,1,poisson

! MATERIAL 2 (Mesa e enrijecedores transversal e longitudinal)
MP,EX,2,Es
MP,DENS,2,7850
MP,NUXY,2,poisson

!Comportamento elastoplástico perfeito para os dois materiais
!Diferentes tensões de escoamento.
!tb,biso,1
!tbdata,1,fy1,0

!tb,biso,2
!tbdata,1,fy2,0

!tbplot,biso,1
!tbplot,biso,2

! Definicao dos Keypoint (linha/area)
! modelar geometria
K,101,0,0,0
K,102,bf/2,0,0
K,103,-bf/2,0,0
K,104,0,hw,0
K,105,bf/2,hw,0
K,106,-bf/2,hw,0

K,201,0,0,Lb-Ss
```

K,202,bf/2,0,Lb-Ss  
K,203,-bf/2,0,Lb-Ss  
K,204,0,hw,Lb-Ss  
K,205,bf/2,hw,Lb-Ss  
K,206,-bf/2,hw,Lb-Ss

K,301,0,0,Lb  
K,302,bf/2,0,Lb  
K,303,-bf/2,0,Lb  
K,304,0,hw,Lb  
K,305,bf/2,hw,Lb  
K,306,-bf/2,hw,Lb

!Definicao da área

!1º módulo

!Mesa superior  
a,104,105,205,204  
a,106,104,204,206

!Mesa inferior  
a,101,102,202,201  
a,103,101,201,203

!Alma  
a,101,104,204,201

!Enrijecedor transversal  
a,101,102,105,104  
a,101,103,106,104

!2º módulo

!Mesa superior  
a,204,205,305,304  
a,206,204,304,306

!Mesa inferior  
a,201,202,302,301  
a,203,201,301,303

!Alma  
a,201,204,304,301

! Definicao da malha

!Tamanho máximo do elemento

```

esize,(bf/2)/6
mshkey,2      !Gera malha regular quando possível (áreas com 4 lados)
mshape,0      !Quadriláteros

```

!Definir o material e a seção para cada área (comando aatt).

!Mesas superior e inferior

```

asel,s,area,,1,4      !Seleciona as áreas
asel,a,area,,10,11
aatt,2,,1,,1          !aatt,material,,elemento,,seção
amesh,all
asel,all

```

!Alma

```

asel,s,area,,5,6      !Seleciona as áreas
asel,a,area,,12
aatt,1,,1,,2          !aatt,material,,elemento,,seção
amesh,all
asel,all

```

!Enrijecedor transversal

```

asel,s,area,,7,10     !Seleciona as áreas
aatt,2,,1,,3          !aatt,material,,elemento,,seção
amesh,all
asel,all

```

```

/view,1,1,1,1 !visualizar o modelo em 3D
eplot          !desenhar os elementos
!/eshape,1     !Mostra a espessura

```

!Condições de apoio no extremo inferior da viga

```

NSEL,s,loc,Z,0
NSEL,r,loc,Y,0
D,ALL,UX,0
D,all,UY,0
NSEL,ALL

```

!Simetria na metade da viga

```

nset,s,loc,z,Lb
d,all,uz,0
d,all,rotx,0
d,all,roty,0
nset,all

```

!Aplicação da carga distribuída [N/mm<sup>2</sup>]

```

asel,s,area,,8,9
sfa,all,1,pres,Fy/(Ss*bf)
asel,all
sftran

```

!Aplicação da carga concentrada [N]

!nset,s,loc,z,Lb

!nset,r,loc,y,hw

!nset,r,loc,x,0

!f,all,fy,-Fy

!nset,all

!Define região rígida

!Obs: Comando CERIG é só para análise linear (o que inclui análise de buckling).

!Armazena nó mestre

nset,s,loc,z,Lb

nset,r,loc,y,hw

nset,r,loc,x,0

\*get,no\_mestre,node,0,num,max

nset,all

!Armazena nós escravos

nset,s,loc,z,Lb-Ss,Lb

nset,r,loc,y,hw

cerig,no\_mestre,all

nset,all

eplot

FINISH

!2) SOLUCAO: Análise estática linear com pstres,on + Buckling

!TIPO DE ANALISE

!Primeiro uma solução estática para obtenção de Esforços Iniciais -----

/solu

antype,static

pstres,on !Considera matriz geométrica (necessário na análise de buckling)

solve

finish

!Análise de Instabilidade

n\_modos=5 !Escolhe o número de modos a serem calculados

/solu

antype,buckle

!bucopt,lanb,n\_modos,0,,center

bucopt,lanb,n\_modos,0,,range

!Não calcula autovalores negativos

save

solve

finish

/post1

/solu

expass,on

```
mxpand,n_modos,,,yes
solve
finish
```

```
!Pós-processamento
/post1
```

```
!Atualiza a geometria de acordo com o modo de Instabilidade escolhido
!Escolher o fator multiplicador e o modo de Instabilidade da análise de buckling.
!Fator multiplicador = amplitude do vetor que armazena os deslocamentos do modo de
Instabilidade .
```

```
/prep7
fator=5      !Em [mm]
modo=1
upgeom,fator,1,modo,Viga_Esbelta
eplot
```

```
!3) SOLUCAO: Análise não linear com imperfeição
!Definir comportamento do material.
```

```
/prep7
```

```
!Comportamento elastoplástico perfeito para os dois materiais
!Diferentes tensões de escoamento.
```

```
tb,biso,1
tbdata,1,fy1,0
```

```
tb,biso,2
tbdata,1,fy2,0
```

```
tbplot,biso,1
tbplot,biso,2
```

```
/solu
antype,static
!pstres,on      !Ativar efeitos de rigidez
NLGEOM,ON      !Ativar efeitos de deformação
```

```
!solcontrol,on      !Opções otimizadas para análise não linear
!nropt,full      !Opções do método Newton-Raphson
```

```
AUTOTS,ON      !Passo automático ( é usado com o arc-length)
nsubst,50,200,20      !Define o incremento inicial, o número máximo de incrementos e o
número mínimo de incrementos
```

```
arclen,on,5,      !Define método do comprimento de arco, o multiplicador máximo e o
multiplicador mínimo (mínimo está no default)
nsubst,50      !Define o tamanho do arco de referência
```

```
arctrm,u,40      !Define critério de para do método do comprimento de arco:  
deslocamento máximo = xx [mm]
```

```
ncnv,2  
outres,all,all
```

```
!time,Fy
```

```
solve  
finish
```

```
!3) PÓS-PROCESSAMENTO
```

```
/post1  
/format,7,e,20,10  
set,previous
```

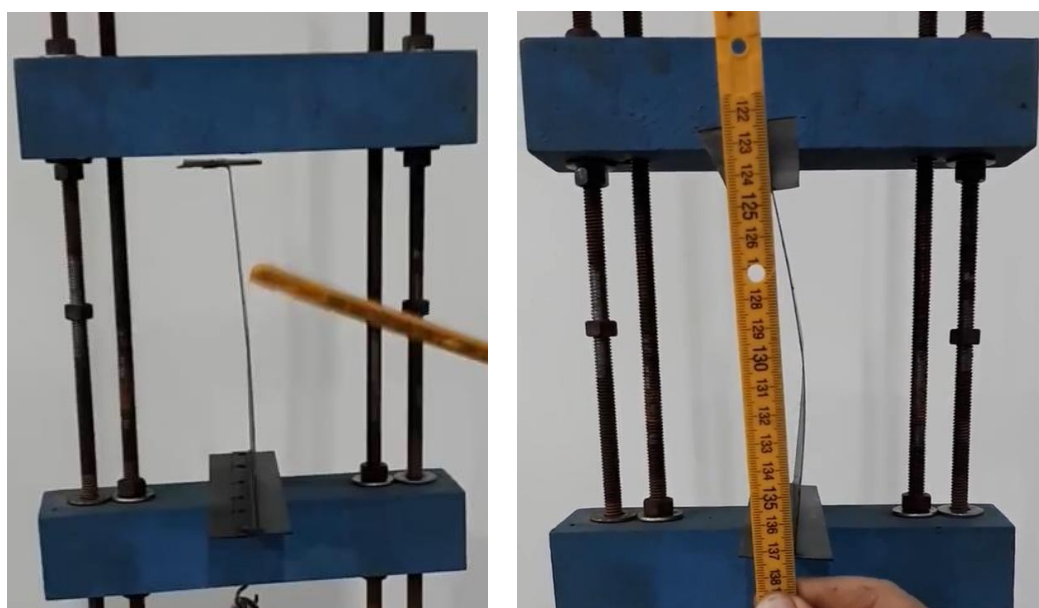


## 5. ANALISE EXPERIMENTAL

As vigas a seguir apresentam um ensaio qualitativo de vigas com alma esbeltas, a esbeltez dos modelos analisados é de 260. A análise experimental é dividida por 3 modelos, primeiro sem enrijecedores transversais e longitudinais, a segunda com enrijecedor transversal e a terceira com enrijecedor longitudinal e transversal. Objetivo dessa análise é demonstrar o comportamento estrutural das vigas esbeltas, mostrando a região que ocorre instabilidade na alma.

A figura 28 é referente ao primeiro modelo e a Figura 28.b apresenta o comportamento em que a estrutura atinge uma capacidade de carga muito próxima ao colapso, é importante observar que no momento que é aplicado a carga o painel da alma e mesa saem totalmente fora do plano.

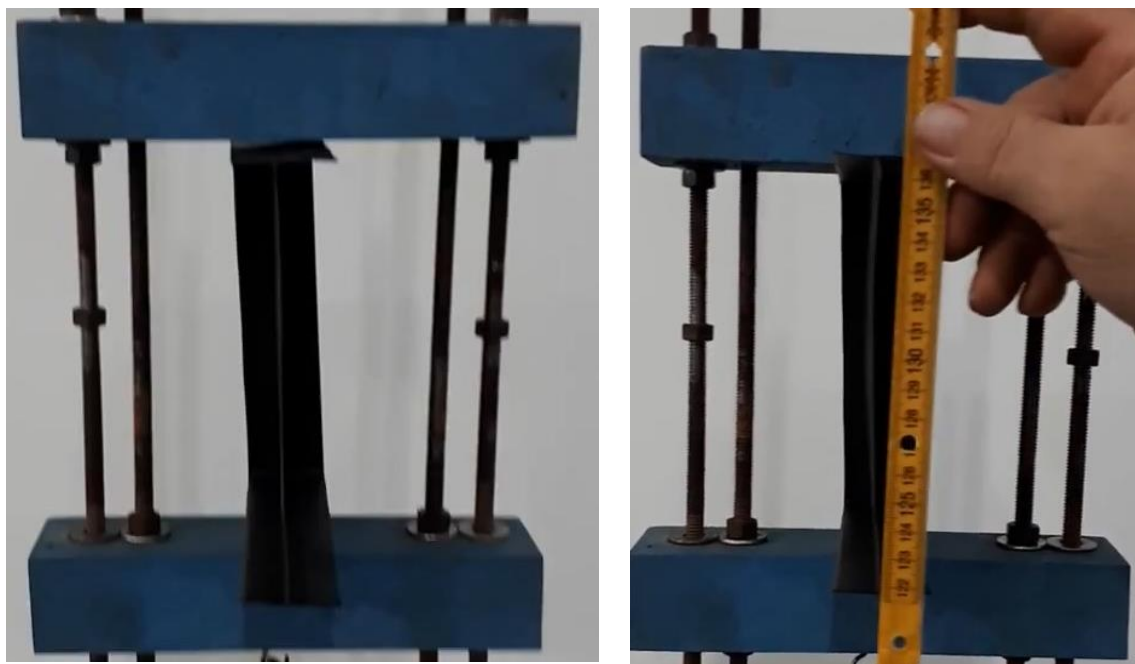
Figura 20-Ensaio viga sem enrijecedores 28.a e 28.b



Fonte: O Autor, 2018.

O segundo modelo possui apenas o enrijecedor transversal podemos observar na figura 29.b que a curvatura ocorre apenas na região central da alma e a mesa permanece no plano.

Figura 21- Viga com enrijecedor longitudinal. 29.a e 29.b.



Fonte: O Autor, 2018.

O terceiro modelo já possui o enrijecedor longitudinal, observa-se na figura 30.b que a o painel inteiro sai fora do plano, a última imagem (figura 30.c) apresenta como se tivesse imperfeição do outro lado fazendo um painel duplo .Assim pode-se concluir que vigas com alma esbeltas tem a necessidade de utilizar enrijecedor longitudinal.

Figura 22-Viga com enrijecedor transversal e longitudinal, 30.a e 30.b painel fora do plano, 30.c imperfeição na alma .



Fonte: O Autor, 2018.