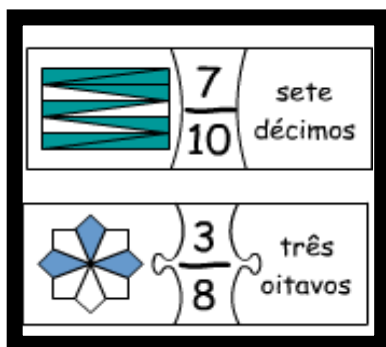


*Jogando com Frações:
sequência didática*

Leandro Boszko
Marco Antônio Sandini Trentin

UNIVERSIDADE DE PASSO FUNDO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE
CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

Jogando com Frações: sequência didática



Material elaborado por Leandro Boszko como produto educacional, desenvolvido como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática, sob orientação do Prof. Dr. Marco Antônio Sandini Trentin.

Passo Fundo
2018

CIP – Catalogação na Publicação

B743j Boszko, Leandro
Jogando com frações [recurso eletrônico]: sequência didática / Leandro
Boszko. – 2018.
1.4 Mb ; PDF. – (Produtos Educacionais do PPGECEM)

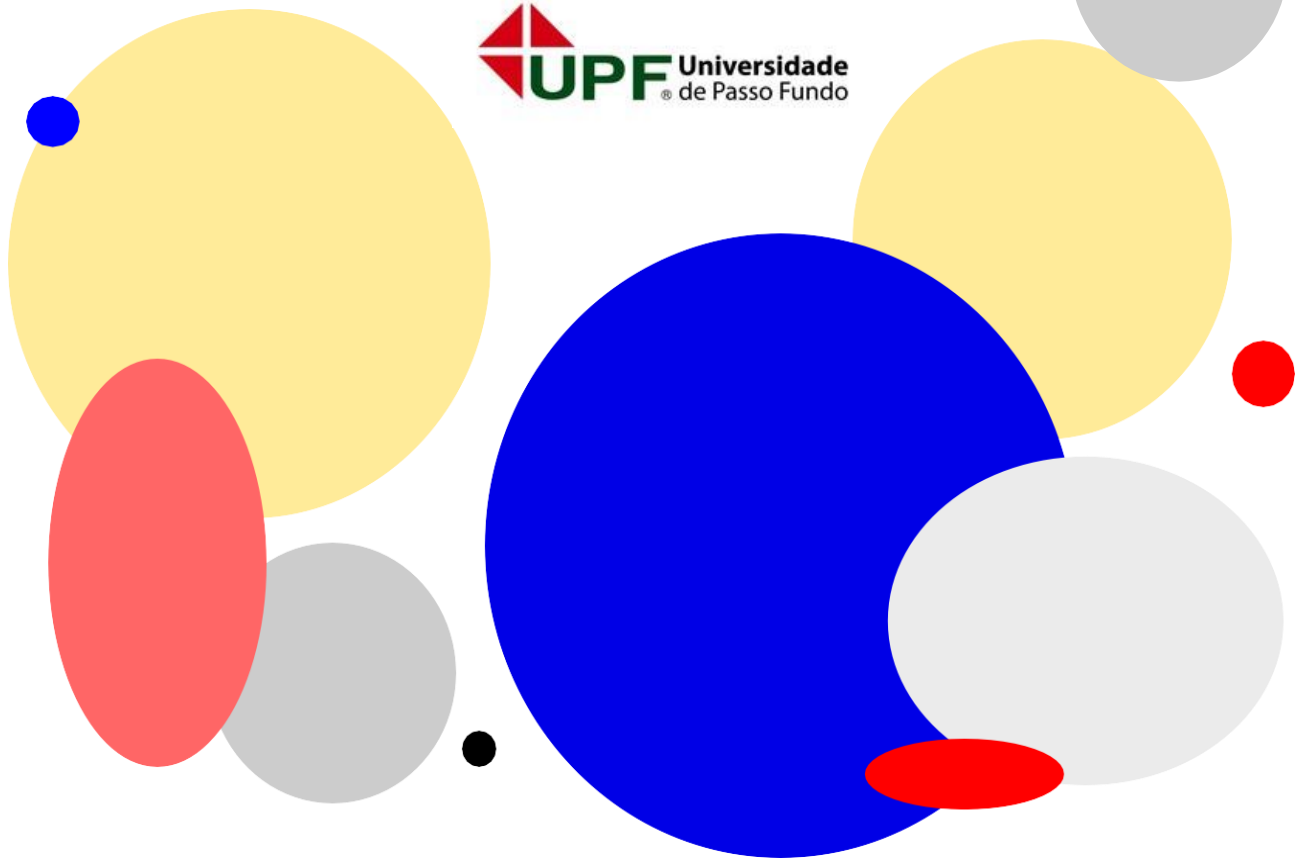
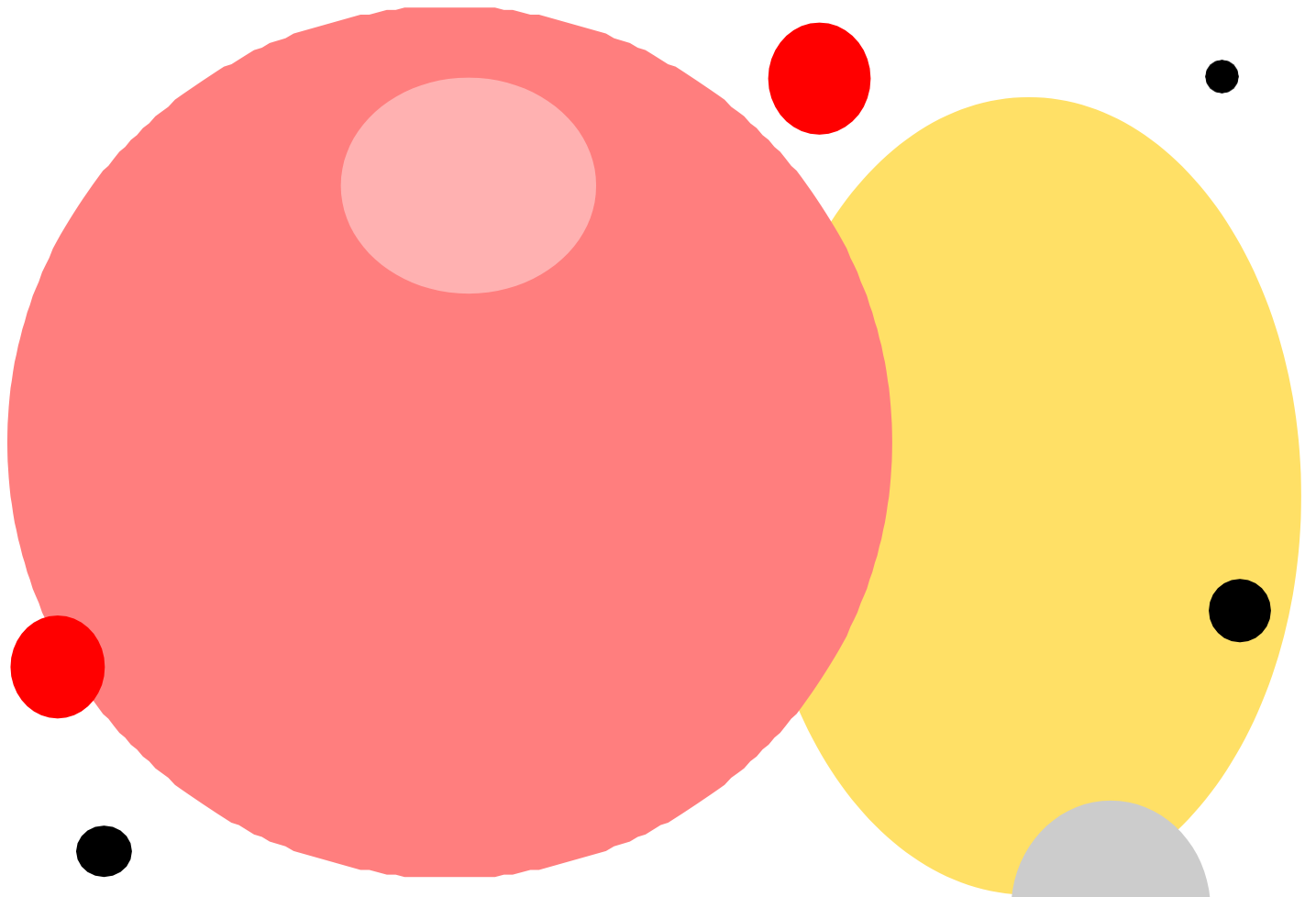
Inclui bibliografia.
ISSN 2595-3672

Modo de acesso gratuito: <<http://www.upf.br/ppgecm>>.
Este material integra os estudos desenvolvidos junto ao Programa de
Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECEM), na
Universidade de Passo Fundo (UPF), sob orientação do Prof. Marco
Antonio Sandini Trentin.

1. Matemática – Métodos de ensino. 2. Frações. 3. Jogos. 4.
Matemática – Estudo e ensino (Primário). I. Trentin, Marco Antonio
Sandini, orientador. II. Título. III. Série.

CDU: 511.135

Catalogação: Bibliotecária Marciéli de Oliveira - CRB 10/2113





SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO	4
1 INTRODUÇÃO.....	5
2. UNIDADE 1: ATIVIDADES PARA IDENTIFICAÇÃO DE CONHECIMENTOS PRÉVIOS DOS ALUNOS	7
2.1 Questionário: Operações Básicas de Frações.....	8
3. UNIDADE 2: RECAPITULANDO O CONCEITO DE FRAÇÃO.....	11
4. UNIDADE 3: DESENVOLVIMENTO DE ATIVIDADES PARA RETOMADA DO CONCEITO DE FRAÇÃO EQUIVALENTE	12
4.1 Questionário: Frações Equivalentes	13
5. UNIDADE 4: REVISÃO DE OPERAÇÕES DE ADIÇÃO, SUBTRAÇÃO, DIVISÃO E MULTIPLICAÇÃO DE FRAÇÕES COM A UTILIZAÇÃO DE JOGOS	14
6. UNIDADE 5: CULMINANDO O PRODUTO	18
6.1 Questionário final de conhecimentos sobre Fração.....	19
REFERÊNCIAS.....	22

APRESENTAÇÃO

Apresenta-se neste estudo uma sugestão de sequência didática com aulas expositivas teóricas e atividades lúdicas, utilizando os recursos da TIC's, em especial no tangente a Jogos Digitais voltado ao estudo de frações da Matemática.

A elaboração desse material é fruto dos estudos desenvolvidos junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade de Passo Fundo - UPF, e acompanha a dissertação de mestrado intitulada "Os Jogos Digitais como Qualificadores da Aprendizagem de Frações" do autor Leandro Boszko, sob orientação do professor Dr. Marco Antônio Sandini Trentin.

O Produto Educacional, descrito a seguir, é destinado aos professores, especialmente aos da Educação Básica no Ensino Fundamental II, para desenvolver o estudo de frações.

Por fim, o acesso a esse Produto Educacional está disponibilizado de forma livre e integral no portal EduCapes e também no site do curso (<https://www.upf.br/ppgecm/dissertacoes/dissertacoes-defendidas>) onde foi pensado e desenvolvido o estudo ao longo dos anos de 2017 e 2018. A utilização do mesmo poderá ser integral ou adaptada conforme a necessidade de cada professor, desde que referenciadas as autorias do texto original.

1 INTRODUÇÃO

O Ensino de Frações está presente nos conteúdos da grade curricular desde os anos iniciais da Educação Básica. Segundo os PCN isto se justifica “entre outras razões, por ser fundamental para o desenvolvimento de outros conteúdos matemáticos (proporções, equações, cálculo algébrico)” (BRASIL, 1998, p. 103). Ou seja, a compreensão dos conceitos relacionados ao ensino de frações é necessária para subsidiar o entendimento e a construção de outros conhecimentos matemáticos.

Porém, mesmo com a introdução destes conceitos sendo feita desde o início da educação básica, sabe-se que muitos alunos, mesmo já estando cursando os anos finais do ensino médio, ainda apresentam dificuldades em compreender operações básicas desse conteúdo. Portanto, vários estudos vêm sendo realizados com o intuito de tentar identificar as principais dificuldades dos alunos no processo de ensino e aprendizagem de frações e propor ações para minimizar este problema (ROMANATTO, 1997; RODRIGUES, 2005; BEZERRA, 2001). Muitos destes estudos apontam que a dificuldade principal que os alunos apresentam é entender a fração como um número. Ao encontro da premissa discutida, Hiebert e Beher (*apud* TINOCO; LOPES, 1994, p. 13) afirmam que:

As crianças não percebem um número racional, ou fração, como um simples número. A ideia de que fração é um par de números naturais persiste em muitas crianças por um período de tempo considerável, mesmo depois de terem iniciado o estudo dos números racionais.

Outro fator que tende a dificultar a compreensão dos alunos é que geralmente a matemática é vista e trabalhada como uma ciência única e exclusivamente abstrata (GRANJA; PASTORE, 2012), sem explorar suas aplicações experimentais e/ou sem fazer relação com o cotidiano dos alunos, impossibilitando que assim eles possam encontrar a significação no conteúdo estudado.

Com o intuito de desenvolver estratégias de ensino que estejam ao alcance dos professores, principalmente de escolas públicas, e que venham a contribuir para diminuir as dificuldades apresentadas pelos alunos no entendimento de frações, este texto propõe uma sequência didática que almeja utilizar a ludicidade a partir das TIC's para realizar a práxis e envolver os alunos neste processo aprendizagem.

A pesquisa sobre ludicidade vem se acentuando nas últimas décadas. A ideia central da utilização da ludicidade como recurso didático é que esta possibilita

que os alunos internalizem o saber matemático por uma concepção mais humanizada onde, num processo interdisciplinar dessas ações propostas pelas tendências, levem à interação entre os diversos elementos que compõem um aprendizado, não tão abstrato, mais real em relação ao cotidiano dos alunos (p. 6).

O presente produto educacional tem como objetivo oportunizar o aluno a identificar, compreender e desenvolver o conteúdo de fração como um todo, para que possa assim resolver situações-problemas e cálculos que envolvam frações; como consequência, subsidiando e facilitando a aprendizagem de outras operações matemáticas. Sendo assim, planeja-se neste texto uma sequência envolvendo além de aulas expositivas da teoria propriamente dita, também atividades lúdicas utilizando os recursos da TIC's, em especial no tangente a Jogos Digitais. Esta sequência didática encontra-se estruturada em cinco unidades:

1. Atividades para identificação de conhecimentos prévios dos alunos;
2. Aula expositiva dialogada para (res)significar o conceito de fração e atividades complementares;
3. Desenvolvimento de atividades para retomada do conceito de fração equivalente, tendo como recurso um jogo digital para fixação dos conceitos e para facilitar os conceitos de adição, subtração, multiplicação e divisão de frações; e exercícios práticos no papel;
4. Utilização mediada de um jogo digital sobre frações (adição, subtração, divisão e multiplicação) e realização de exercícios posteriores;
5. Aplicação do Jogo "Show da Fração", idealizado com base na teoria dos registros de representação semiótica com a finalidade de que o aluno desenvolva raciocínio lógico e utilize os conhecimentos construídos relativos a frações.

2. UNIDADE 1: ATIVIDADES PARA IDENTIFICAÇÃO DE CONHECIMENTOS PRÉVIOS DOS ALUNOS

Esta unidade servirá como um meio de diagnosticar os conhecimentos prévios dos alunos, ou seja, os conhecimentos que eles já trazem consigo na hora que chegam na escola. Pesquisadores apontam que estes conhecimentos, anteriores aos conhecimentos científicos propriamente ditos, são construídos a partir de suas ações cotidianas desde seu nascimento, por meio de interações familiares e culturais e irão interferir e influenciar no modo como os alunos compreenderão os conteúdos escolares (CARRETERO, 1997; OLIVA MARTINEZ, 1996; GIL-PÉREZ, 1994; DRIVER E EASLEY, 1978; dentre outros).

Para tanto, utilizar-se-á um questionário diagnóstico, apresentado a seguir, para que possa se fazer uma sondagem e perceber quais os conhecimentos que os alunos já tem construídos. A partir do resultado deste questionário, o professor poderá direcionar sua ação para as maiores necessidades dos alunos; desenvolvendo, assim, uma prática com um olhar mais atento a realidade de cada aluno. Com a aplicação deste questionário, poderão ser observadas quais as dificuldades que prevalecem sob a turma, para que se possa, assim, trabalhá-las mais atentamente.

NOTA: O objetivo desta unidade é identificar quais os conhecimentos prévios que os alunos possuem, para adaptar as próximas unidades de acordo com o diagnosticado.

2.1 Questionário: Operações Básicas de Frações

Aluno: _____

1) Um grupo possui 12 pessoas, das quais 8 são mulheres e 4 são homens. Indique que fração do total de pessoas o número de homens representa. Faça o mesmo com o grupo de mulheres.

2) Escreva as frações abaixo por extenso.

a) $1/5$: _____

b) $3/8$: _____

c) $7/20$: _____

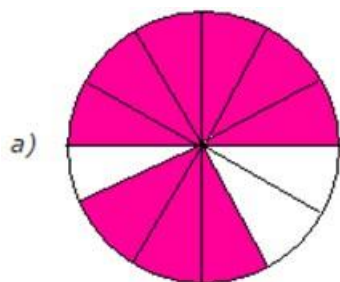
d) $5/100$: _____

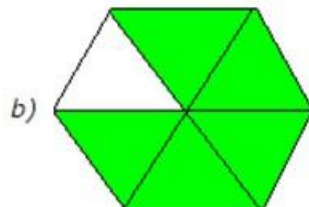
e) $125/1000$: _____

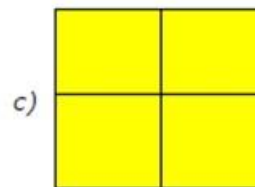
3) 104 alunos de um curso são destros, o que corresponde a $8/9$ do total de alunos. Se $1/9$ dos alunos são canhotos, quantos estudantes tem o curso?

4) Se $5/6$ de um número são 350, calcule $4/7$ desse número.

5) Observe as figuras e represente-as em forma de fração.







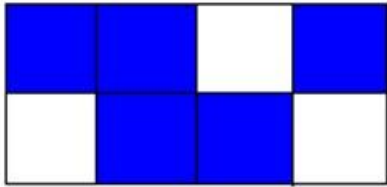
6) Um sexto de uma pizza custa 3 reais, quanto custa:

a) $\frac{3}{6}$ da pizza

b) $\frac{5}{6}$ da pizza

c) a pizza toda

7. Observe a figura:

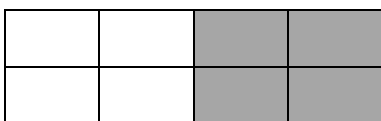


- a) Em quantas partes iguais o retângulo foi dividido?
- b) Cada uma dessas partes representa que fração do retângulo?
- c) A parte pintada representa que fração do retângulo?

8. A figura está dividida em 15 partes iguais, pinte 7. Qual fração você representou?



9. A parte pintada pode ser representada por quais frações? Admite-se mais de uma alternativa.



- I) $\frac{1}{2}$ II) $\frac{4}{8}$ III) $\frac{2}{4}$ IV) $\frac{4}{4}$ V) Nenhuma das alternativas anteriores.

3. UNIDADE 2: RECAPITULANDO O CONCEITO DE FRAÇÃO

Nesta unidade serão desenvolvidas atividades de revisão para que os alunos possam retomar os conceitos básicos de fração já estudados. A partir da análise do questionário aplicado anteriormente na “Unidade 1” serão focados nos pontos de maior dificuldade dos alunos, com o intuito de sanar as principais dúvidas e esclarecer conceitos.

Inicialmente trabalhar-se-á a partir de um conjunto de slides, utilizando-se da estratégia de ensino de aula expositiva e dialogada. Anastasiou e Alves (2006, p. 79) ressaltam que este tipo de estratégia “propicia ao aluno a obtenção e organização de dados, a interpretação e análise crítica, a comparação e a síntese do conteúdo apresentado”. Este encontro serviu de base para o desenvolvimento dos demais, visto que nesta aula foram recapitulados os conceitos básicos relativos à fração.

Esta unidade é desenvolvida a partir dos resultados obtidos na unidade anterior, para que se possa desenvolver os conteúdos de acordo com o conhecimento dos alunos.

4. UNIDADE 3: DESENVOLVIMENTO DE ATIVIDADES PARA RETOMADA DO CONCEITO DE FRAÇÃO EQUIVALENTE

Depois de serem recapitulados os conceitos básicos ligados à fração será, a partir da unidade 3, trabalhado os conceitos de fração equivalente. Esta unidade trabalhará seu suporte teórico com a estratégia expositiva dialogada e resolução de exercícios no quadro branco de forma que os alunos possam interagir e participar ativamente do processo. Também haverá desenvolvimento de atividades para retomada do conceito de fração equivalente, tendo como recurso um jogo digital (disponível em: <<https://bit.ly/2u4D1da>>) para fixação dos conceitos e também para facilitar a compreensão dos conceitos básicos relativos ao conteúdo de frações.

O Jogo Digital em questão é disponibilizado gratuitamente. É um jogo de fácil manuseio, com uma linguagem acessível e muito ilustrado, prendendo a atenção do aluno. Além disso, aborda os conceitos de fração utilizando situações cotidianas, facilitando a significação do conteúdo, como pode ser visualizado na Figura 1.

Figura 1 - Página inicial do jogo digital



Fonte: Jogo Dividindo a Pizza, 2017.

Esta aproximação dos conceitos com o cotidiano dos alunos é importante, pois possibilita o aluno a internalizar os conceitos significativamente, de forma que as formalidades da matemática escolar sejam construídas de maneira prático-utilitária levando tais conceitos, mesmo que limitados, ao uso cotidiano (SILVEIRA, 2012; GIARDINETTO, 1999).

4.1 Questionário: Frações Equivalentes

Aluno:

1. Sou uma fração equivalente a $\frac{2}{5}$. Meu denominador é 20, qual fração eu sou?

a) $\frac{2}{20}$ b) $\frac{20}{5}$ c) $\frac{20}{8}$ d) $\frac{20}{4}$ e) $\frac{8}{20}$

2. Complete as frações com os números equivalentes:

a) $\frac{3}{5} = \frac{6}{\square}$ b) $\frac{6}{12} = \frac{\square}{32}$ c) $\frac{11}{7} = \frac{44}{\square}$ d) $\frac{25}{5} = \frac{\square}{25}$ e) $\frac{13}{8} = \frac{\square}{24}$

3. Escreva uma fração equivalente a um meio cujo denominador seja dez.

4. Escreva uma fração equivalente a cinco sétimos cujo numerador seja quinze.

5. Escreva uma fração equivalente a dois terços cujo denominador seja 18.

6. Represente frações equivalentes com desenho.

7. Defina fração equivalente.

5. UNIDADE 4: REVISÃO DE OPERAÇÕES DE ADIÇÃO, SUBTRAÇÃO, DIVISÃO E MULTIPLICAÇÃO DE FRAÇÕES COM A UTILIZAÇÃO DE JOGOS

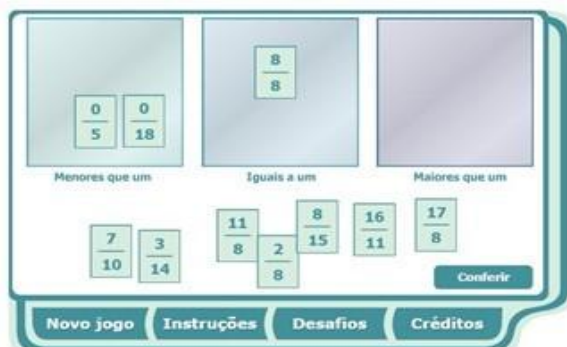
Esta unidade consiste na realização de atividades de revisão dos conceitos relativos à adição, subtração, divisão e multiplicação de frações, a partir da realização de exercícios diversos. Para tanto, serão utilizados alguns jogos digitais disponíveis na plataforma MDMat da UFRGS de forma gratuita.

Os alunos serão direcionados à sala de informática da escola e deverão acessar o link da plataforma <<https://bit.ly/2u8DDON>> e responder as questões de reflexão disponíveis, as quais depois serão discutidas em grande grupo depois que os alunos tiverem finalizado o jogo. São estas:

- O que eu entendo por fração?
- Será que fração é sempre um círculo com uma parte pintada e outra não?
- Será que fração é um retângulo dividido em partes?
- Fração é número? É unidade de medida? É um monstro?

O próximo passo será acessar o jogo “Menor, igual ou maior que um?”, disponível no seguinte endereço: <<https://bit.ly/2HYR0do>>. Neste jogo os alunos deverão arrastar diferentes frações de forma a identificar se ela é menor, igual ou maior do que 1 (Ver Figura 2). O jogo aponta se o aluno/jogador colocou alguma fração em conjunto errado, mas não identifica qual foi o erro. Logo, o aluno/jogador deve retomar e analisar suas respostas e refazer. Caso acerte todos os conjuntos recebe uma mensagem parabenizando-o. O aluno deverá anotar em seu caderno os conjuntos formados.

Figura 2 - Jogo menor, igual ou maior que um



Fonte: Jogo Menor, Igual ou Maior que Um, 2017.

O próximo jogo consiste em relacionar a fração com sua representação em desenho (disponível em: <<https://bit.ly/2loCQSc>>). O primeiro passo é selecionar o nível de dificuldade, sendo que há dois níveis disponíveis (1 e 2). O nível 1 é mais simples, o aluno/jogador deverá encaixar a fração com sua respectiva representação (ver Imagem Figura 3). No nível 2, além de encaixar a fração com sua respectiva representação, também deve-se encaixar a forma como se lê a fração (ver Figura 4). Os alunos deverão representar alguns exemplos em seus cadernos, devendo jogar os dois níveis disponíveis no jogo.

Figura 3 - Nível I

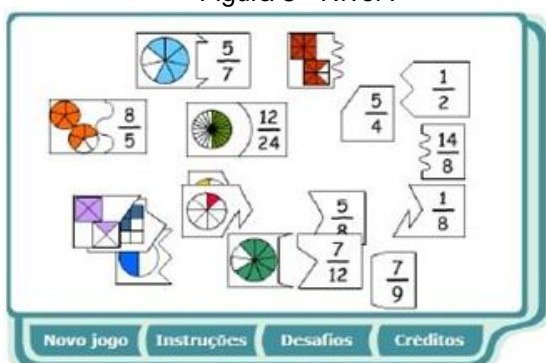
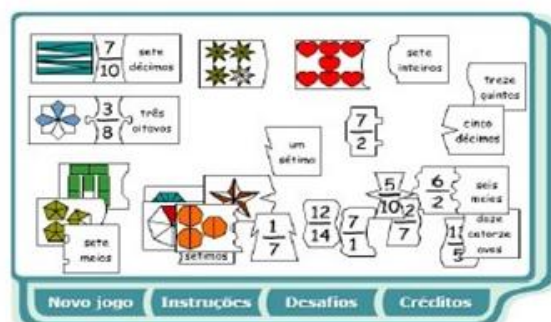


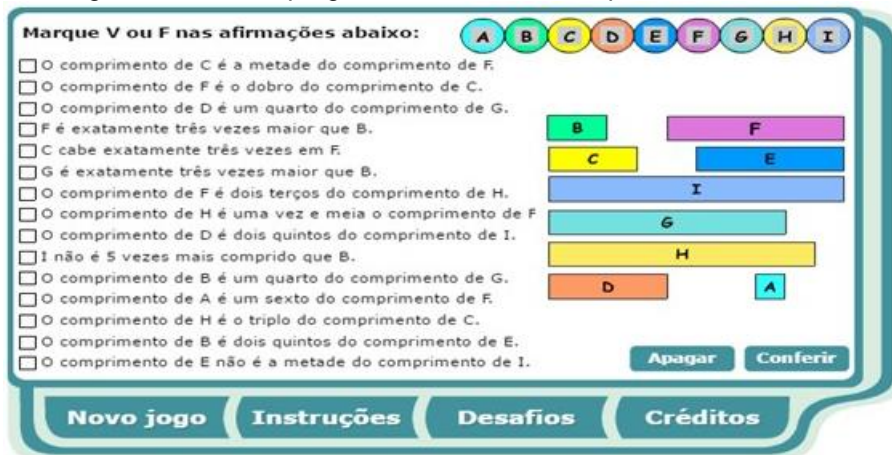
Figura 4 - Nível II



Fonte (3 e 4): Jogo Menor, Igual ou Maior que Um, 2017.

O próximo jogo consiste em marcar verdadeiro ou falso para questões relacionados ao comprimento das barras representadas (ver Figura 5). O aluno/jogador marca V ou F e tem a possibilidade de conferir suas respostas, porém o jogo não identifica quais alternativas estão erradas, o aluno/jogador deverá repensar suas respostas.

Figura 5 - Lista de perguntas relativas ao comprimento das barras



[voltar](#)

Fonte: Lista de Perguntas, 2017.

O próximo jogo é um dos principais, visto que retomará as operações com frações estudadas nas outras unidades. O jogo é “operando com frações” (disponível em: <<https://bit.ly/2M7i5lQ>>) e consiste em resolver questões envolvendo diferentes operações. O jogo traz a possibilidade de selecionar as operações a serem trabalhadas no jogo, tendo 6 opções (ver Figura 6). Porém, os alunos/jogadores deverão selecionar somente as quatro operações estudadas nas unidades anteriores (adição, subtração, multiplicação e divisão).

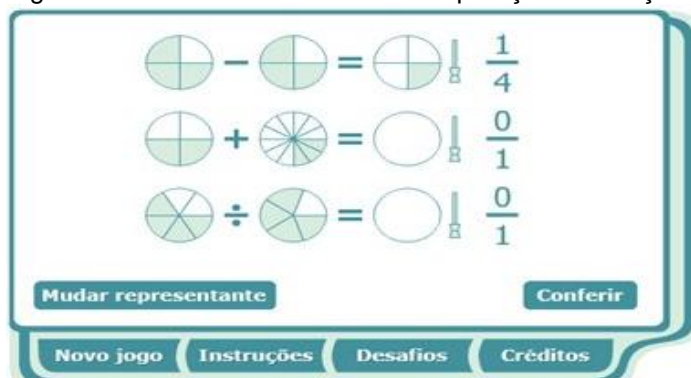
Figura 6 - Página Inicial do Jogo “Operando Frações”



Fonte: Jogo Operando Frações, 2017.

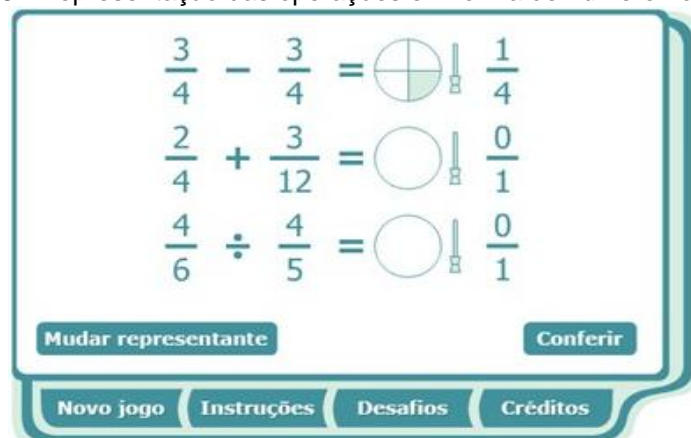
Feito a escolha dos tipos de operações a serem trabalhadas, o jogo traz alguns exercícios para serem resolvidos (ver Figura 7). Cabe ao aluno interpretar a operação e escrever seu resultado em forma de fração. O jogo traz a possibilidade de ver as frações representadas em desenhos ou mudar o representante e vê-las em forma de números fracionários (ver Figura 8). O resultado é sempre representado em ambas as formas.

Figura 7 - Exercícios com diferentes operações de frações



Fonte: Jogo Operando Frações, 2017.

Figura 8 - Representação das operações em forma de número fracionário



Fonte: Jogo Operando Frações, 2017.

Depois dos jogos será resolvido uma lista de exercícios abordando os tipos de frações trabalhadas até então.

6. UNIDADE 5: CULMINANDO O PRODUTO

A última unidade consiste na aplicação do Jogo Digital “Show da Fração” (ver Figuras 9 e 10), desenvolvido pelo autor deste produto. Este jogo foi formatado com a utilização de perguntas relacionadas ao conteúdo trabalhado nas unidades anteriores e valendo-se da teoria dos registros de representação semiótica de Duval, ou seja, as mesmas frações foram representadas de diversas maneiras.

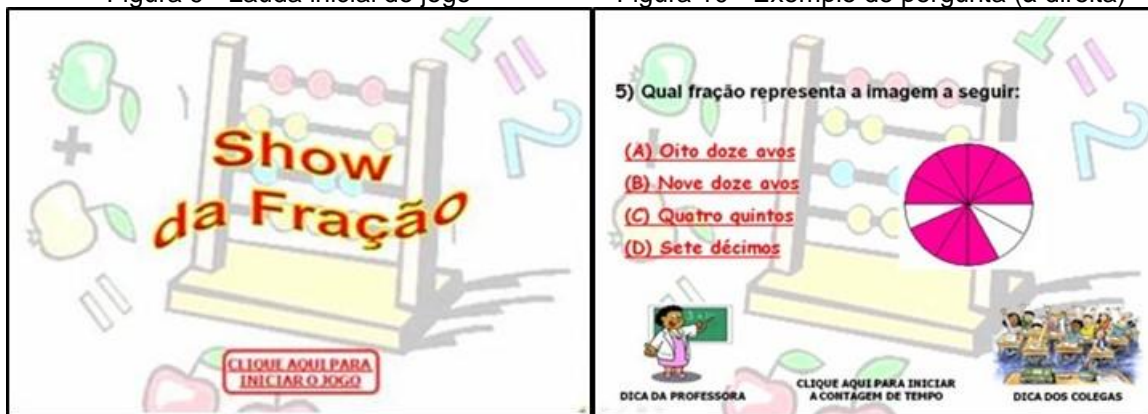
Para aplicação do jogo, a turma será dividida, por sorteio, em dois grupos. Cada grupo responderá a 16 questões, todas com níveis de dificuldade semelhantes. Para responder cada questão, o grupo tem até 90 segundos. A cada resposta errada o jogo reinicia. Vence o grupo que responder as 16 questões corretamente em menor tempo.

Pretende-se, com este jogo, identificar se houve um avanço na compreensão dos conceitos relacionados à fração, bem como se ainda e quais dúvidas e dificuldades permaneceram.

Figura 9 - Lauta inicial do jogo



Figura 10 - Exemplo de pergunta (à direita)



Fonte (9 e 10): Show da Fração, 2017.

Após a realização do jogo, aplica-se o questionário a seguir.

6.1 Questionário final de conhecimentos sobre Fração

Aluno:

1) Assinale a alternativa que contém uma fração representada:

- a) 2,3 b) 1.111 c) 3×10 d) $\frac{20}{5}$

2) Sou uma fração equivalente a $\frac{2}{6}$. Meu denominador é 30, qual fração eu sou?

- a) $\frac{2}{30}$ b) $\frac{30}{5}$ c) $\frac{30}{8}$ d) $\frac{4}{12}$ e) $\frac{10}{30}$

3) Determine qual das opções abaixo não é equivalente a: $\frac{11}{12}$

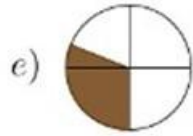
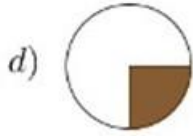
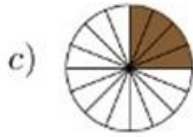
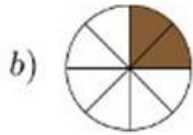
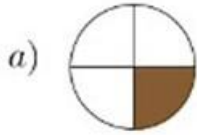
a) $\frac{22}{24}$

b) $\frac{121}{132}$

c) $\frac{164}{180}$

d) $\frac{220}{240}$

4) Determine qual das imagens abaixo não representa uma fração equivalente a $\frac{2}{8}$:



5) Um pai tem uma caixa de doces para dividir entre seus filhos. Se Lucas receber $\frac{1}{8}$ da caixa, Amanda $\frac{2}{6}$, Carina $\frac{2}{7}$ e Leonardo $\frac{1}{4}$, então quem vai receber mais doce será:

- a) Leonardo
- b) Carina
- c) Amanda
- d) Lucas

6) Uma fração equivalente a $\frac{3}{4}$ cujo denominador é um múltiplo dos números 3 e 4 é:

- a) $\frac{6}{8}$
- b) $\frac{9}{12}$
- c) $\frac{15}{24}$
- d) $\frac{12}{16}$

- 7) Dezoito quadrados iguais são construídos e sombreados como mostra a figura. Qual fração da área total é sombreada?



- a) $\frac{7}{18}$
 b) $\frac{4}{9}$
 c) $\frac{1}{3}$
 d) $\frac{5}{9}$
- 8) Para comprar um bolo, João deu R\$ 9,00, Sílvia R\$ 15,00 e Lauro R\$ 21,00. Que fração do bolo coube a cada um?

- a) João $\frac{1}{3}$, Sílvia $\frac{3}{5}$, Lauro $\frac{1}{4}$
 b) João $\frac{1}{5}$, Sílvia $\frac{1}{3}$, Lauro $\frac{7}{15}$
 c) João $\frac{1}{5}$, Sílvia $\frac{1}{3}$, Lauro $\frac{1}{2}$
 d) João $\frac{1}{6}$, Sílvia $\frac{1}{4}$, Lauro $\frac{2}{5}$

- 9) Diga se a fração é maior, menor ou equivalente em relação a outra:

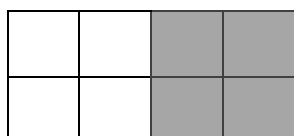
a) $\frac{2}{6}$ _____ $\frac{4}{12}$

b) $\frac{3}{5}$ _____ $\frac{6}{10}$

c) $\frac{4}{5}$ _____ $\frac{2}{7}$

d) $\frac{3}{21}$ _____ $\frac{7}{9}$

- 10) A parte pintada pode ser representada por quais frações?



- a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{4}{8}$ c) $\frac{2}{4}$ d) $\frac{4}{4}$ e) Nenhuma das alternativas

REFERÊNCIAS

- BEZERRA, Francisco José Brabo. *Introdução do conceito de número fracionário e de suas representações: uma abordagem criativa para a sala de aula*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2001.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais: matemática*. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- CARRETEREO, Mario. *Construtivismo e educação*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.
- DRIVER, Rosalind; EASLEY, Jack. Pupils and Paradigms: a Review of Literature Related to Concept Development in Adolescent Science Students. *Studies in Science Education*, v. 5, p. 61-84, 1978.
- GIL-PEREZ, Daniel. Diez años de investigación en didáctica de las ciencias: realizaciones y perspectivas. *Enseñanza de Las Ciencias*, v. 12, n. 2, p. 154-164, 1994.
- GRANJA, Carlos Eduardo; PASTORE, José Luiz. *Atividades experimentais de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental*. São Paulo: Edições SM, 2012.
- OLIVA MARTÍNEZ, José María. Estudios sobre consistencia en las ideas de los alumnos en ciencias. *Enseñanza de Las Ciencias*, v. 14, n. 1, p. 87-92, 1996.
- RODRIGUES Wilson Roberto. *Números racionais: um estudo das concepções de alunos após o estudo formal*. 2005. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.
- ROMANATTO, Mauro Carlos. *Número Racional: relações necessárias à sua compreensão*. 1997. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1997.
- TINOCO, Lucia Arruda de Albuquerque; LOPES, Maria Laura Mouzinho Leite. *Frações - dos resultados de pesquisa à prática em sala de aula*. *Educação Matemática em Revista*, n. 2, p. 13-18, 1º sem., 1994.