A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE RAZÃO E SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS SOB A PERSPECTIVA DS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS DE DUVAL.

THE RESOLUTION OF PROBLEMS OF RATIO AND SIMILARITY OF TRIANGLES FROM THE PERSPECTIVE OF DUVAL SEMIOTIC REPRESENTATIONS.

Eli Ferreira dos Santos[1], Suzete de Souza Borelli[2]

RESUMO: Este produto educacional teve por objetivo investigar as potencialidades da metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da resolução de problemas para o ensino de razão e semelhança de triângulos. Mostrar como o ensino, a aprendizagem e a avaliação ocorrem de maneira simultânea na resolução de problemas geométricos, evidencias pelas interações proporcionadas pelo *software Geogebra* e referenciadas pelas representações semióticas de tratamento e conversão de Duval. Para a resolução dos problemas, foi dado preferência a utilizada o ambiente digital da plataforma do *Geogebra*. Como resultado da aplicação desse produto educacional, foi observado que a combinação da metodologia utilizada, juntamente com as interações proporcionadas pelo *Geogebra,* propiciou aos estudantes a visualização e exploração de diferentes formas de representações semióticas e oportunizou a aprendizagem do conteúdo de razão e semelhança de triângulos com significado.
Palavras Chaves: Ensino-Aprendizagem-Avaliação, Representação, Geogebra.

ABSTRACT: The aim of this educational product was to investigate the potential of the Teaching-Learning-Evaluation methodology through problem solving for learning the ratio and similarity of triangles. It shows how teaching, learning and assessment occur simultaneously when solving geometric problems of ratio and similarity of triangles, together with the interactions provided using Geogebra software, referenced by Duval's semiotic representations of treatment and conversion. To solve the problems, the digital environment of the Geogebra platform was used to simultaneously solve the algebraic and geometric parts. As a result of the application of this educational product, it was observed that the combination of the methodology used, together with the interactions provided by Geogebra, enabled the students to visualize and explore different forms of semiotic representations of treatment and conversion and provided an opportunity to learn the content of Ratio and Similarity of Triangles with meaning.
Keywords: Teaching-Learning-Evaluation, Representation, Geogebra.

1. INTRODUÇÃO

Este produto educacional é parte integrante da dissertação de Mestrado Profissional intitulada de: *"**A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE RAZÃO E SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS SOB A PERSPECTIVA DAS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS DE DUVAL",*** desenvolvida por Eli Ferreira dos Santos, sob a orientação da prof.ª Dr.ª Suzete de Souza Borelli.

Um dos grandes desafios dos professores que ensinam matemática é planejar atividades que garantam efetivamente a aprendizagem dos alunos. Diante dessa preocupação, o trabalho docente requer constantes reflexões sobre qual é o papel do professor no processo de ensino e aprendizagem e como isso reflete na elaboração de seus procedimentos de ensino se perguntando:

[1] *https://orcid.org/0009-0001-6359-4606 – Mestre em ensino de Ciências e Matemática (UNICSUL). Professor de Matemática (SEE -SP), São Paulo, São Paulo, Brasil. Rua António Paranhos 95, bairro Perus, Cep 05208-220, São Paulo, São Paulo. erafabruno@gmail.com*
[2] *https://orcid.org/0000-0002-0738-8162 – Doutora em ensino de Ciências e Matemática (UNICSUL). Professora de pós-graduação do Ensino de Ciências e Matemática (UNICSUL), São Paulo, São Paulo, Brasil. Rua Marechal Deodoro 597 ap.41, Santa Paula, São Caetano do Sul, São Paulo. suzeteborelli@gmail.com*

- Como abordar os conteúdos de matemática que façam sentido para os alunos?
- Como verificar as evidências de aprendizagem, na aquisição das habilidades exigidas para a formação escolar?
- Como observar e analisar as atividades realizadas pelos alunos?
- Como ser mediador entre o conhecimento elaborado ao longo da história e os conhecimentos já adquiridos pelos alunos, levando em consideração o conteúdo planejado?

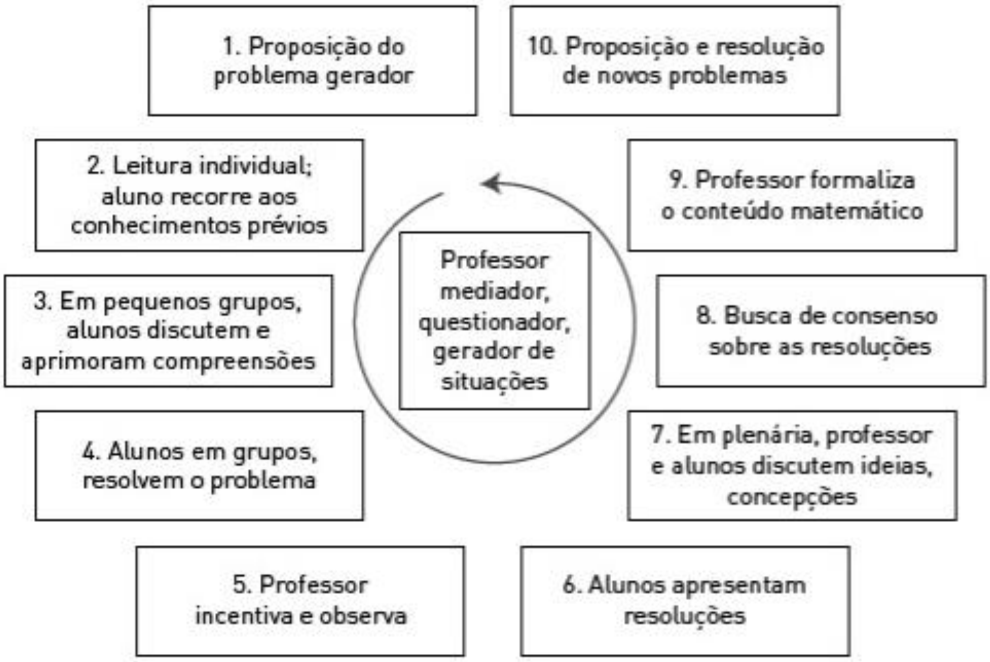
Para esses questionamentos, elaboramos uma sequência didática para contribuir com a aprendizagem dos alunos e ajudar os professores com uma proposta que permita refletir sobre as dificuldades enfrentadas nos processos de ensino, de aprendizagem e de avaliação da matemática. Essa sequência didática foi aplicada em uma turma do 9º ano dos anos finais do ensino fundamental de uma escola pública da cidade de São Paulo.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

2.1. A metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação

“Nessa Metodologia, o problema é o ponto de partida e orientação para a aprendizagem de novos conceitos e conteúdos matemáticos” (Onuchic, Allevato, 2021, p. 47). As autoras sugerem dez etapas para o professor utilizar essa metodologia em sala de aula, como demonstrado na figura a seguir:

Figura 1: As etapas da metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação.



Fonte: Onuchic, Allevato, 2021, p. 51.

Vamos compreender melhor essas etapas apresentadas pelas autoras:

1. Proposição do problema: Pode ser feita tanto pelos alunos quanto pelo professor e, este problema é que desencadeia todo o processo de construção, chamado de problema gerador. É fundamental que o conteúdo ou o conceito que será abordado, ainda não tenha sido tratado ou apresentado em sala de aula.

2. Aluno desafiado a utilizar os seus conhecimentos prévios: Inicia com uma leitura individual que será realizada pelo aluno, ou seja, o estudante recebe o problema e fará a sua primeira aproximação com o problema gerador, sem nenhuma intervenção do professor. A ideia é que o estudante possa explorar este problema com os conceitos e ou conteúdos de que dispõem.

3. Em pequenos grupos alunos discutem e aprimoram compreensões: Em seguida, será realizada uma leitura em pequenos grupos, para que possam refazer a leitura e começarem a fazer uma discussão do que descobriram, do que se busca no problema, qual caminho que foi pensado pelos participantes para solucionar o problema. Nesse momento o professor começa a assumir o seu papel de mediador, tirar dúvidas, ajudar na escrita das ideias matemáticas que muitas vezes aparecem em linguagem oral para a passagem da linguagem matemática, pode ajudar a levantar os conceitos que aparecem no problema. Enfim, sempre fazendo questionamentos que intervenha para ampliar a compreensão da situação apresentada.

4. Professor incentiva e observa: O professor continua exercendo o seu papel de mediador da aprendizagem, observa o desenvolvimento dos alunos, faz indicações de conhecimentos que possam incentivá-los a utilizarem seus conhecimentos que possuem, fazendo os registros em linguagem matemática ou outros recursos que disponham para ser utilizado nesta situação.

5. Alunos em grupos resolvem o problema: Depois de toda a discussão sobre o problema, os alunos, ainda nos seus grupos, em um processo colaborativo, buscam solucionar a situação proposta. Durante este percurso de resolução, o estudante será conduzido para a construção do conhecimento que o professor havia previsto para a condução daquela aula.

6. Alunos apresentam soluções: Depois da resolução nos pequenos grupos, independentemente de estar certo ou errado, os representantes de cada grupo apresentam seus registros. Além de mostrar o percurso desenvolvido e explicando o que pensaram em cada etapa da solução, este é um momento de interação, onde ocorrerá a construção do conhecimento sobre o conteúdo, mas também será o espaço para melhoria dos registros, da leitura, da escrita e da comunicação.

7. Em plenária, professor e alunos argumentam, discutem ideias e concepções: É o momento em que o professor e os alunos socializam suas percepções, dificuldades e as descobertas que foram feitas durante o processo para encontrar a solução. O professor tem o papel fundamental para que os alunos possam expor tudo o que aprenderam de modo a explicitar o processo que foi realizado, individualmente e em grupo. Podendo perceber os erros, comparando soluções, e desenvolvendo formas de argumentação, melhorando assim seus processos de comunicação Matemática.

8. Busca-se um consenso sobre os processos de resoluções: A partir de todo esse processo de discussão, os alunos, juntamente com o professor, possam chegar a consensos sobre a resolução mais apropriada para aquela situação. Essa resolução precisa ser compreendida por todos e será o momento de possível aprimoramento da linguagem Matemática, fundamental para a ampliação do conhecimento dos estudantes sobre o tema escolhido.

9. Professor formaliza o conteúdo matemático: O professor, nessa etapa fará o registro formal do que foi planejado para a aula, até a chegada no consenso da turma, a partir do problema gerador. Identifica propriedades e as definições, sintetiza as informações em linguagem Matemática, os procedimentos e as técnicas operatórias que foram utilizadas conforme o que foi planejado. O problema gerador é que tem a função de mobilizar o processo de aprendizagem dos alunos, trazendo as definições e a formalização da linguagem Matemática para o final, quer dizer, apresentar todos os aspectos formais somente depois da construção de sentido pelos estudantes.

10. Proposição de novos problemas: Esta etapa configura o fechamento de todo o ciclo da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas. Após os grupos de alunos proporem extensões do problema gerador e ou novos problemas, o próprio grupo resolve ou o professor distribui esses problemas para outros grupos resolverem. Assim, a aplicação dessa etapa oportuniza aos alunos colocar em prática aquilo que conseguiram aprender individualmente e em grupo. Para o professor, fornece elementos para avaliar o alcance das aprendizagens naquele conteúdo e em situações diversas que envolvam outros conteúdos que podem surgir. Para a escolha do momento da aplicação dessa etapa, o professor deve levar em consideração as dificuldades dos alunos, aliada com a intencionalidade da proposta de ensino por tal conteúdo.

Sendo assim, a aplicação dessa Metodologia abre espaço para o protagonismo do aluno de forma consciente, mobilizando conceitos e formas de relacioná-los. A seguir, apresentamos o conteúdo de razão e semelhança de triângulos.

2.2. Semelhança de triângulos

O conteúdo de Razão e Semelhança de Triângulos pertence a Geometria Plana. Conhecer esse conteúdo e o seu modo de ensinar faz parte do ofício do professor que ensina matemática. A razão entre dois números a e b, com b ≠ O, nessa ordem é dado por $\frac{a}{b}$. A razão de semelhança é: “Sendo K a razão entre os lados homólogos”, com $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = k$, e k é chamado de razão de semelhança dos triângulos. Se k = 1 os triângulos são congruentes (Iezzi et al. 1977-1984, v. 9, p. 164). A Semelhança de Triângulos é: “Dois triângulos são semelhantes, se e somente se, possuem os três ângulos ordenadamente congruentes e os lados homólogos proporcionais”. (Iezzi et al 1977-1984, pág.163). Para consultar essa demonstração de forma dinâmica no Geogebra, acessar o link na página do pesquisador em: https://www.geogebra.org/m/tqrhqbhm. O Teorema Fundamental da Semelhança de Triângulos é definido como: “Se uma reta é paralela a um dos lados de um triângulo e intercepta os outros dois em pontos distintos, então o triângulo que ela determina é semelhante ao primeiro” (Iezzi et al 1977-1984, pág. 165). A seguir, os casos ou critérios de semelhança de triângulos.

1º Caso: ALA - Ângulo Lado Ângulo - **“**Se dois triângulos possuem dois ângulos ordenadamente congruentes, então eles são semelhantes”. (Iezzi *et al.* 1977-1984, v. 9, p. 167). Para consultar essa demonstração de forma dinâmica no *Geogebra*, acessar o link na página do pesquisador em https://www.geogebra.org/classic/wg7dnnbg.

2º Caso: LAL - Lado Ângulo Lado - “Se dois lados de um triângulo são proporcionais aos homólogos de outro triângulo e os ângulos compreendidos são congruentes, então os triângulos são semelhantes”. (Iezzi et al. 1977-1984, v. 9, p.170). A demonstração é análoga à do 1º caso, usando o caso de congruência LAL (em lugar de ALA) e o teorema fundamental. Para consultar essa demonstração de forma dinâmica no Geogebra, acessar o link na página do pesquisador em: https://www.geogebra.org/m/rx5qtdwd.

3º Caso: LLL - Lado Lado Lado - “Se dois triângulos têm os lados homólogos proporcionais, então eles são semelhantes”. (Iezzi et al. 1977-1984, v. 9, p. 170). A demonstração é análoga à do 1º caso, usando o caso de congruência LLL (em lugar de ALA) e o teorema fundamental. Para consultar essa demonstração de forma dinâmica no Geogebra, acessar o link na página do pesquisador em: https://www.geogebra.org/m/ndjffgmg.

2.3. O uso da tecnologia no ensino da geometria – o *Geogebra* em foco

O uso das tecnologias digitais nas aulas de Matemática é indicado pela (BNCC, 2018, p. 9) “[...] compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica". Essa indicação demonstra a relevância e evidencia a ideia de que o uso das tecnologias digitais de informação e comunicação (TDIC) colabora para a inserção do aluno na sociedade e o seu uso nas aulas de Matemática. O uso de um *software* como o *Geogebra* pode trazer vivacidade e dinamismo nas construções algébricas e geométricas, o que não pode ser observado nos livros e materiais didáticos impressos por serem construções estáticas e também como algo pronto e acabado. Enfatizamos a importância do uso das ferramentas tecnológicas digitais no processo de ensino e aprendizagem. Nóbriga (2015) analisa as narrativas matemáticas dinâmicas proporcionadas pelo uso do *Geogebra* - GGBOOK e afirma que os recursos oferecidos pelo *software* permitem as construções simultâneas do registro algébrica e do geométrico, juntamente com o enunciado da atividade. Essas construções simultâneas para o autor, são as narrativas expressas na forma escrita e destaca a contribuição para o aprendizado dos alunos. O aluno consegue observar quando se altera algo no registro algébrico, o que acontece no registro geométrico, e isso não acontece nas narrativas matemáticas estáticas. Nesse caso, pode-se até fazer as diferentes representações dos objetos da matemática, mas essas são feitas de forma separada e em momentos diferentes, ou seja, para fazer a narrativa matemática com as diferentes representações, o estudante ou professor precisa fazer uma de cada vez. (Nóbriga, 2015, p. 103). De acordo com o autor, ao utilizar um *software* como apoio para resolução de atividades de Geometria, ampliam os benefícios das aprendizagens em razão de o professor e o aluno criarem conexões com as construções algébrica e geométrica simultaneamente. A seguir as representações semióticas de Duval.

2.3. As representações semióticas

As representações semióticas trazem a importância dos registros das representações, dos signos e caracteres para codificação e como essas representações influenciam na aprendizagem dos alunos. Um signo é tudo aquilo que representa algo para alguém, permitindo criar na mente dela, algo que lhe faça sentido. O signo representa não todo o objeto em si, mas uma referência desse objeto, trazendo um sentido para ele, (Henriques, Almouloud, 2016). Para isto é preciso entender melhor quais são os registros que os alunos podem realizar adotando diferentes signos. Vejamos a imagem a seguir:

Imagem 1: Os registros das representações.

Fonte: Henriques, Almouloud, 2016, p. 2.

A ilustração acima mostra possíveis registros que os alunos podem realizar quando abordam diferentes representações do mesmo objeto. Para (Duval, 2009, p. 31) "A noção de representação torna-se, então, essencial como forma sob a qual uma informação pode ser descrita e considerada em um sistema de tratamento". As representações semióticas retratam as transformações de tratamento e conversão.

O tratamento é uma transformação da representação interna de um registro e a conversão é uma transformação externa. "Converter é transformar a representação de um objeto, de uma situação ou de uma informação dada num registro em outro registro" (Duval, 2009, p. 58). Isso gera implicações para o ensino, uma vez que o aluno estabelece diferentes representações de um mesmo objeto de conhecimento estudado. O professor ao ensinar, é essencial conduzir o aluno a perceber que as transformações de um mesmo objeto requerem evidenciar os conceitos que podem ser vistos nas diferentes representações, observando que elas não se apresentem de forma mecânica.

Sendo assim, entendemos que a ação mediadora do professor em mostrar possíveis interações dos registros de tratamento e conversão, fornecem elementos de aprendizagens para os alunos e também instrumentos para o acompanhamento dessas aprendizagens.

3. O PRODUTO EDUCACIONAL

O produto educacional foi constituído a partir de uma sequência didática de problemas geradores em geometria, especialmente sobre razão e semelhança de triângulos. Esse conteúdo é trabalhado no 9º ano dos anos finais do ensino fundamental. O objetivo foi trazer algumas possibilidades para o ensino desses objetos de conhecimento e apresenta algumas abordagens para essa temática, pois, a pesquisa considerava que o livro didático não proporcionava uma visualização e interlocução entre as representações algébricas e geométricas de maneira simultânea. Para isso, foi desenvolvido uma sequência didática de 4 problemas geradores para os alunos e para o professor. Foram elaborados na versão impressa e digital na plataforma do *Geogebra*. A versão impressa teve a finalidade do registro para fins de estudo dos alunos. Com a orientação do pesquisador, foram formados 6 grupos com 6 alunos cada e cada grupo criou uma conta/página na plataforma do *Geogebra*.

Para a aplicação das atividades em sala de aula, deve-se ter à disposição computadores ou notebooks ou tablets. Sugerimos ao professor consultar os links dos problemas geradores para melhor orientar os alunos quanto ao propósito do uso do ambiente digital do *Geogebra* e da metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas para a implementação das 10 etapas da metodologia com o olhar das representações semióticas de tratamento e conversão. Cada atividade tem um link para os alunos e outro link da mesma atividade para o professor com o passo a passo para execução. Salientamos a necessidade do uso do *software Geogebra* para resolver os problemas de maneira simultânea entre a parte algébrica e a geométrica. A resolução simultânea ajuda na compreensão das transformações de tratamento e conversão, o que não é possível observar e perceber nos materiais estáticos, impressos e cadernos.

Em nossa experiência na aplicação desses problemas, mesmo o professor e os alunos que ainda não tenham contato com o *software Geogebra,* de modo algum não é um impedimento para usá-lo, e sim uma oportunidade para introduzi-lo como recurso tecnológico para o ensino da matemática. O produto acadêmico encontra-se no link.
https://drive.google.com/file/d/1wsW2jk4y6XVVKld3qShhNi98l1eKrClX/view?usp=sharing

4. RELATO DE APLICAÇÃO E PRINCIPAIS RESULTADOS

Como este produto educacional é parte integrante da dissertação de Mestrado Profissional intitulada de: *"A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE RAZÃO E SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS SOB A PERSPECTIVA DAS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS DE DUVAL"*, no relato a seguir, foi feito um recorte dos oito encontros realizados na aplicação dos 4 problemas geradores desenvolvidos.

Inicialmente, foi disponibilizado para os alunos, os problemas impressos e os respectivos *links* que foram desenvolvidos em cada encontro. A partir do *link*, o pesquisador elaborou um passo a passo desde o acesso na plataforma do *Geogebra* até a gravação da atividade na conta/página de cada grupo. Para a resolução dos problemas geradores, foram seguidas as etapas da metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação e as construções das representações de tratamento e conversão. Ao término da atividade, cada grupo enviava um *link* para o pesquisador para as correções e feedback. A seguir, os problemas geradores e os *links* para acesso no ambiente digital do *Geogebra*.

Para os alunos:

Atividade 1: A rampa de um hospital tem, na sua parte mais elevada, uma altura de 2,2 m. Um paciente ao caminhar sobre a rampa percebe que deslocou 3,2 m e alcançou uma altura de 0,8 m. A distância em metros, que o paciente deve caminhar para atingir o ponto mais alto da rampa é de:

Link: https://www.geogebra.org/m/uptp9xj7.

Atividade 2: Desenhe um triângulo ABC qualquer e faça o que se pede:

a) Trace uma paralela B´C´ ao lado BC, internamente ao triângulo.
b) Construa um triângulo PQR cujos lados medem respectivamente, o dobro dos lados do triângulo ABC.
c) Que conclusões se pode tirar de [a] e [b] em relação aos ângulos e lados dos triângulos ABC, A´B´C´ e PQR?

Link: https://www.geogebra.org/m/ykvdbed7.

Atividade 3: A razão de semelhança entre dois triângulos é $\frac{4}{5}$. Sabendo que os lados do maior triângulo medem 20 cm, 30 cm e 40 cm, construa um triângulo menor semelhante e calcule as medidas dos homólogos do triângulo menor.
Link: https://www.geogebra.org/classic/jusvurky.

Atividade 4: A partir da imagem, elaborar um problema envolvendo a semelhança de triângulos

Imagem 2: elaboração de um problema.

Fonte: https://www.geogebra.org/m/kw26cb86.

Link: https://www.geogebra.org/m/kw26cb86.

Para o Professor: os links a seguir trazem sugestões e orientações das resoluções dos problemas.

Atividade 1: https://www.geogebra.org/m/uptp9xj7.

Atividade 2: https://www.geogebra.org/m/ykvdbed7.

Atividade 3: https://www.geogebra.org/m/bvvzeerf.

Atividade 4: https://www.geogebra.org/m/kw26cb86.

4.1 As reflexões sobre as resoluções dos problemas

As observações a seguir, apresentam alguns pontos que foram destaques.

Problema 1**:** Inicialmente percebemos que o ambiente digital da plataforma do *Geogebra* possibilitou uma interação entre os alunos, trocando "dicas" de quais ferramentas utilizar para encontrar para a solução do problema. Cabe também ressaltar que os alunos já faziam uso desse *software* para construir figuras geométricas, mas, mesmo conhecendo, não sabiam como resolver problemas na plataforma e eles começaram a observar a relação entre as representações geométricas e algébricas proporcionadas pelo *software* que apresenta simultaneamente as duas representações, facilitando a observação das representações semióticas discutidas por Duval (2009).

Outro destaque relevante durante essa apresentação foi a pergunta formulada por um dos alunos: "*Professor, qual a diferença entre resolver o problema no caderno que estamos acostumados e no Geogebra, se vamos chegar no mesmo resultado?*" Para esse questionamento, o pesquisador argumentou que *Geogebra* permite fazer construções simultâneas que seriam impossíveis de serem construídas no caderno. As apresentações simultâneas evidenciam as modificações realizadas na janela algébrica e o que ocorria na janela geométrica, facilitando a aprendizagem por meio da visualização (Nobriga, 2015).

Problema 2**:** Na resolução desse problema, os alunos não conseguiram chegar em uma solução por dificuldade na transformação de conversão, da língua materna para linguagem matemática. Foi possível estabelecer uma relação com as dificuldades apontada por Duval (2009). Para dar continuidade, o pesquisador apresentou um quadro com as transformações de conversões para realizarem a etapa 7 da plenária. Em seguida o pesquisar apresentou a solução do problema, etapa 9. Foi observado a importância das etapas da plenária e da formalização dos conceitos com a mediação do pesquisador. Assim, os alunos começaram a formar alguns conceitos, o que não foi observado em momentos anteriores à plenária. Nessa atividade, não foi dado destaque às etapas 4, 6 e 8, as quais, ficam sujeitas as soluções apresentadas pelos alunos e foi percebido que a interação dos alunos ocorreu principalmente a partir da apresentação da figura de conversão, realizada na etapa da plenária.

Problema 3: Na resolução desse problema, um ponto importante que foi observado e ficou evidente foi a replicação por alguns alunos das construções realizadas no caderno, primeiro faz a parte algébrica e depois a parte geométrica, mesmo tendo sido utilizado o Geogebra. Esse tipo de resolução dificulta a compreensão porque o aluno não consegue ver as alterações na parte algébrica e o que ocorreu na parte geométrica. Essa dificuldade de conversão é apontada por Duval (2009), e Nobriga (2015) afirma que essas dificuldades por ser minimizadas com o uso do *software* de maneira adequada.

Problema 4: Esse problema foi criado para observar como os alunos elaboravam um problema a partir de uma imagem, etapa 10 da metodologia. Para essa situação, foi adotado a abordagem de Possamai e Allevato (2022) e optou-se pela aplicação após a resolução de um problema. Foram criados 9 critérios para avaliar a elaboração dos problemas. Foram elaborados 3 problemas pelos grupos de alunos, dois utilizaram o *Geogebra* e um a folha de resposta. A utilização da folha de reposta, não invalidou a solução apresentada. Os problemas elaborados conseguiram mesmo com dificuldades, atender aos critérios estabelecidos. Em observação ao problema realizado na folha de resposta, ficou evidente que o grupo de alunos ainda não se sentiram à vontade para utilizar o *Geogebra*, mesmo reconhecendo a dinâmica que ele oferece. O pesquisador mostrou aos alunos algumas ferramentas do software para construir resoluções simultâneas.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O ensino da Matemática com a utilização da metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas, criou condições para os alunos serem protagonistas da sua própria aprendizagem. A implementação das 10 etapas dessa metodologia não deve ser tratada como uma sequência rígida, pois, algumas etapas podem ser suplantadas ou fundidas em outras.

No decorrer da resolução dos problemas, percebemos que o envolvimento individual dos alunos e a interação entre eles nas aulas foram sendo ampliados, juntamente com a postura de mediador do conhecimento adotado pelo pesquisador. Para a utilização dessa metodologia, recomendamos o uso do *software Geogebra* como ferramenta de apoio para resolver problemas em um ambiente digital. Concordamos com Nóbriga (2015) que o uso desse *software* nas aulas de matemática traz um dinamismo que não pode ser observado nos materiais estáticos, livros e cadernos. O *software* apresenta o recurso do passo de construção para que o professor possa verificar como a resolução foi pensada, diferentemente da utilização do caderno que traz um produto acabado. Também com o recurso da resolução simultânea, o aluno passa a visualizar a mudança na janela algébrica e observando simultaneamente o que ocorre na janela geométrica e que foi observado em algumas construções realizadas pelos alunos. Conforme Duval (2009), é necessário que o aluno realize as transformações de tratamento e conversão do mesmo objeto, para que o processo de aprendizagem não fique incompleto. Nesse sentido, o pesquisador ao ensinar foi conduzindo os alunos a perceberem que as transformações de um mesmo objeto requerem evidenciar os conceitos de cada representação, o que não é algo mecânico. Sendo assim, acreditamos que a ação mediadora do professor ao observar os registros de tratamento e conversão realizados pelos alunos forneceram indicativos dá aquisição do conhecimento, sobre razão e semelhança de triângulos.

Enfim, o uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação, juntamente com as interações proporcionadas pelo *software Geogebra* e as representações semióticas de tratamento e conversão, aliadas com a ação mediadora do professor podem melhorar o ensino e a aprendizagem do conteúdo de Razão e Semelhança de Triângulos.

6. REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da educação. Base Nacional Comum Curricular. Versão final. Brasília: MEC, 2018

DUVAL, R. Semioses e Pensamento Humano. Registros semióticos e aprendizagens intelectuais. Trad. Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira, Ed. Livraria da Física, São Paulo - São Paulo, 2009.

HENRIQUES, A; ALMOULOUD, S. A: Teoria dos registros de representação semiótica em pesquisas na Educação Matemática no Ensino Superior: uma análise de superfícies e funções de duas variáveis com intervenção do software Maple. SciELO, Ciênc. Educ., Bauru, v. 22, n. 2, p. 465-487, https://doi.org/10.1590/1516-731320160020012, 2016.

NÓBRIGA, J. C. C: GGBOOK: UMA PLATAFORMA QUE INTEGRA O SOFTWARE DE GEOMETRIA DINÂMICA GEOGEBRA COM EDITOR DE TEXTO E EQUAÇÕES A FIM DE PERMITIR A CONSTRUÇÃO DE NARRATIVAS MATEMÁTICAS DINÂMICAS. 2015. Tese de Doutorado. UNB. Brasília. Goiás.

ONUCHIC, L. R: ALLEVATO, N. S. G: ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA: POR QUE ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS? RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS- Teoria e Prática, In ONUCHIC, L. L. R: *eat. al*. (Org). RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS - Teoria e Prática, 2ª ed.- Jundiaí-SP: Paco Editorial, 2021.

POSSAMAI, J. P; ALLEVATO, N. S. G: Proposição - Formulação/Elaboração de Problemas. https://www.periodicos.unimontes.br/index.php/emd/article/view/4726/5133 v. 66, n. 12, p.1-28, 2022, p. 20