ENSINANDO NÚMEROS RACIONAIS

Fernanda Gheno

Luiz Marcelo Darroz

2024

UPF UNIVERSIDADE DE PASSO FUNDO

PPGECM
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática
Instituto de Humanidades, Ciências, Educação e Criatividade - IHCEC

CIP – Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

G412e Gheno, Fernanda
Ensinando números racionais [recurso eletrônico] / Fernanda Gheno, Luiz Marcelo Darroz. – Passo Fundo: EDIUPF, 2024.
8.9 MB ; PDF. – (Produtos Educacionais do PPGECM).

Inclui bibliografia.
ISSN 2595-3672

Modo de acesso gratuito: http://www.upf.br/ppgecm.
Este material integra os estudos desenvolvidos junto ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM), na Universidade de Passo Fundo (UPF), sob orientação do Prof. Dr. Luiz Marcelo Darroz.

1. Matemática (Ensino fundamental) - Estudo e ensino. 2. Números racionais. 3. Aprendizagem significativa. 4. Semiótica 5. Material didático. I. Darroz, Luiz Marcelo. II. Título. III. Série.

CDU: 372.851

Bibliotecária responsável Juliana Langaro Silveira – CRB 10/2427

SUMÁRIO

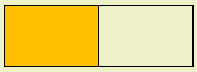
APRESENTAÇÃO

Este documento descreve o produto educacional que foi elaborado como parte da dissertação de mestrado profissional intitulada "*Aprendizagem Significativa: Uma Proposta para o Ensino dos Números Racionais no Sexto Ano Utilizando Representação Semiótica" desenvolvida junto ao* Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECM) da Universidade de Passo Fundo (UPF), da autora Fernanda Gheno, sob orientação do Dr. Luiz Marcelo Darroz.

A pesquisa conduzida ao longo da elaboração da dissertação diz respeito à criação de uma sequência didática que trata das representações dos números racionais. Tal material é direcionado aos professores de matemática do sexto ano do ensino fundamental, servindo-lhes como um suporte didático-pedagógico. Se eles desejarem, podem utilizar as atividades de forma isolada.

O material didádito foi aplicado em condições reais de ensino em uma turma de 6º ano, da rede estadual de Passo Fundo. Tal material é de livre acesso, podendo ser utilizado a todos os interessados, com a devida citação da fonte, disponibilizado na página do PPGECM-UPF e no portal EduCapes.

As representações dos números racionais são vistas com facilidade no nosso cotidiano, como na medida de uma receita, na quantidade de combustível do carro, na verificação da bateria do celular, no download de algum arquivo da internet e até mesmo na conferência de troco ao utilizar o dinheiro.

É essencial, portanto, que esses conceitos sejam bem trabalhados no decorrer do período estudantil. Vale lembrar que os números racionais podem ser representados na forma fracionária, decimal e percentual, isto é, uma mesma quantidade pode ser escrita de formas diferentes, embora representem o mesmo valor. Se quisermos, por exemplo, representar metade de alguma coisa, podemos escrever $\frac{1}{2}$; $0{,}5$; 50% ou ainda, representar geometricamente essa quantidade: 

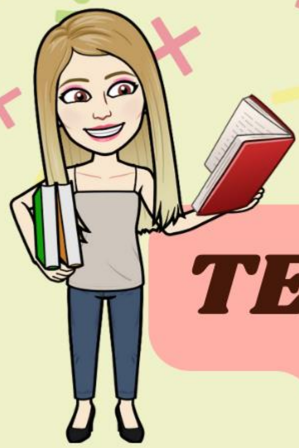
Assim, é importante que os alunos compreendam essas representações, suas diferenças conceituais e regras. Igualmente importante, que também saibam passar de um tipo de representação para outra. Afinal, mesmo sendo diferentes, elas podem representar a mesma quantidade.

Nesse sentido, esta sequência didática tem o objetivo de construir uma aprendizagem significativa a partir das diferentes formas de representar o mesmo objeto. Foram organizados alguns encontros para abordar os números racionais a partir de dinâmicas e exercícios, a fim de facilitar a construção do conhecimento dos estudantes.

Buscando alcançar esse objetivo, o produto educacional está estruturado da seguinte forma: no próximo capítulo, abordaremos de maneira breve a Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS); em seguida, apresentaremos a Teoria dos Registos de Representação Semiótica (TRRS).

No capítulo subsequente à apresentação das teorias, descreveremos a convergência entre ambas. Posteriormente, apresentaremos a sequência didática, que foi separada em 19 momentos (conjuntos de encontros), seguidos dos apêndices, nos quais constam as atividades (com gabarito) a serem realizadas no decorrer da sequência, podendo ser impressas pelo professor, se assim ele desejar. Em seguida, relatamos uma breve contextualização sobre a implementação, as referências e por fim, apresentamos os autores.

A sequência didática está estruturada de maneira hierárquica, de modo a despertar o interesse do aluno e possibilitar a oportunidade de construir uma aprendizagem significativa. No entanto, caso o professor deseje, pode utilizar os apêndices de forma separada e incluí-los nas suas aulas.



TEORIA DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA - TAS

A Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) foi proposta por David Paul Ausubel (1918-2008), a partir da curiosidade em querer descobrir como os sujeitos aprendem. Essa teoria considera que é necessário existir um conhecimento prévio, algo que o indivíduo já conheça para que aprenda um conhecimento novo. Esse conhecimento prévio denomina-se subsunçor, o qual possibilita fazer uma ligação com o novo conhecimento. Para Moreira (2012, p. 10), os subsunçores podem ser:

> [...]proposições, modelos mentais, construtos pessoais, concepções, ideia, invariantes operatórios, representações sociais e, é claro, conceitos, já existentes na estrutura cognitiva de quem aprende, subsunçores seriam, então, conhecimentos prévios especificamente relevantes para a aprendizagem de outros conhecimentos.

Fazendo uma analogia, os subsunçores são os “tijolos do conhecimento”. São como pequenas peças de ideias e informações que o aluno já aprendeu, seja na escola, com os pais, na igreja, ou em qualquer situação do dia a dia. Esses tijolos vão se modificando e evoluindo, servindo como pilares para construir novas ideias e conectar-se com novas informações.

Além dessa ligação com o que já é conhecido, é preciso que o aluno esteja disposto a aprender, isto é, ele precisa querer aprender.

Também é necessária a utilização de materiais potencialmente significativos, podendo incluir dinâmicas, exercícios, entre outros, desde que estejam organizados de uma forma hierárquica e com um sentido relevante, sendo capaz de fazer com que o aluno efetue as ligações.

Para facilitar a aprendizagem significativa, recomenda-se a utilização de organizadores prévios. De acordo com Moreira (1999, p. 155), "o uso de organizadores prévios é uma estratégia proposta por Ausubel para, deliberadamente, manipular a estrutura cognitiva, a fim de facilitar a aprendizagem significativa". Essa facilidade vem, segundo o autor, da organização e utilização de materiais de introdução, que, a partir da interação, servem como uma ponte de ligação entre o que o aluno já conhece e o novo.

A estrutura cognitiva é uma organização de conhecimentos na mente no aluno e, de acordo com Moreira (2012), existem dois processos de caracterização dessa estrutura: a diferenciação progressiva e a reconciliação integradora. A primeira diz respeito à evolução dos conhecimentos prévios, pois, ao evoluírem e enriquecerem conceitualmente, vão efetuando cada vez mais novas aprendizagens significativas. A segunda trata de eliminar as possíveis diferenças conceituais para unir os significados. Para aprender de forma significativa, ambos os processos devem acontecer.

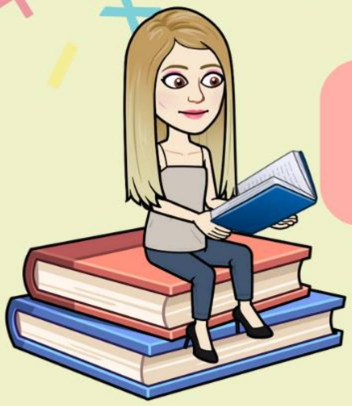
É importante que o aluno aprenda de forma significativa, pois o oposto dela é a aprendizagem mecânica, com a qual ele apenas decora e/ou memoriza para fazer uma avaliação e depois vai esquecer completamente o que estudou.

Para avaliar os indícios da aprendizagem significativa, é ideal expor o aluno a situações diferentes das trabalhadas em sala de aula, visto que, se ele realmente aprendeu, vai saber aplicar em outro contexto.

Diante do exposto, o docente deve seguir os seguintes passos:

1ª) Ter domínio do conteúdo a ser ensinado; 2ª) Identificar os subsunçores relevantes ao tema; 3ª) Identificar os conhecimentos prévios dos alunos – subsunçores; 4ª) Utilizar ferramentas que facilitem ao aluno criar conexões (MOREIRA, 1999). Esses processos fazem com que o aluno construa um entendimento mais profundo e duradouro.

Em resumo, a Teoria da Aprendizagem Significativa destaca a importância de construir uma aprendizagem que faça sentido. Parte do que o aluno já conhece, e o professor representa a âncora para estruturar a aula de forma organizada e capaz de despertar o interesse no aprendiz.



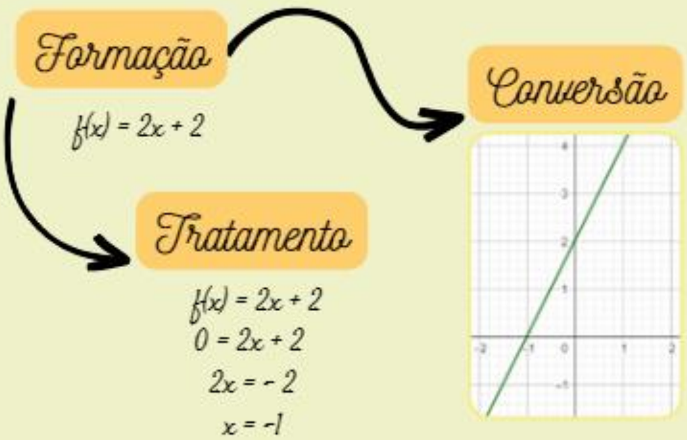
TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA - TRRS

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) foi proposta por Raymond Duval (1937), a partir da sua visão a respeito dos alunos. Ele percebeu que o que mais dificultava a aprendizagem deles era a diversificação de representações semióticas e não os conceitos matemáticos em si.

A TRRS concentra-se em como os alunos aprendem matemática, especialmente envolvendo as representações. É essencial que não se confundam os objetos matemáticos com as representações semióticas utilizadas para representar esses objetos. Diferente de outras áreas, como a biologia, a matemática não possui instrumentos que possam medi-la, ficando dependente de conjuntos de representações semióticas para explicá-la e compreendê-la.

Portanto, para compreender a matemática, é necessário compreender o conceito do objeto e das representações dele. Para que isso não fique confuso, é preciso trabalhar as três atividades cognitivas ligadas à semiose: 1ª)Formação: é a informação de um registro através da língua natural, como no enunciado de um exercício, é algo fácil de ser compreendido; 2ª)Tratamento: é a transformação desse registro sem alterar a forma de representação, é uma transformação interna; 3ª) Conversão: é a transformação de uma representação em uma representação de outro registro.

Exemplificando para uma melhor compreensão, consideremos a atividade: "Seja uma função polinomial do 1º grau dada por $f(x) = 2x + 2$", encontre a raiz/zero da função e faça o esboço gráfico. A formação é o registro inicial: $f(x) = 2x + 2$, quando é efetuada a operação para encontrar a raiz/zero da função, ocorre a transformação desse mesmo registro. Ou seja, está sendo feito o tratamento dele ainda dentro da mesma representação. Quando essa função é analisada graficamente, acontece a conversão para uma representação de outro registro, que é a linguagem gráfica, nesse caso, uma reta.

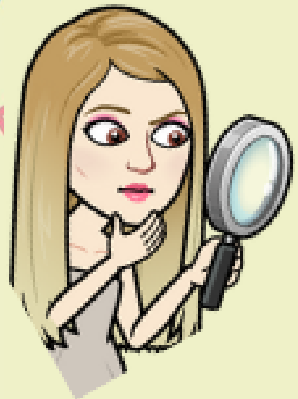


Portanto, Duval classifica os tipos de representação como registros monofuncionais e multifuncionais. Alguns desses registros são apenas algoritmos, outros estimulam o pensamento. Mas se trata de quatro tipos de registros de representação: a língua natural, os sistemas de escrita, as figuras geométricas e os gráficos cartesianos.

Se faz importante representar o mesmo objeto de formas diferentes para compreendê-lo bem e para poder transitar entre essas representações. O autor ainda ressalta:

> Do ponto de vista cognitivo, ter sucesso é ser capaz de realizar com êxito a transferência de um conhecimento aprendido em situações totalmente diferentes e sem jamais tê-las visto antes. Isso é avaliado numa outra escala de tempo muito maior, ou seja, com o decorrer dos anos a para além do término dos estudos. (DUVAL, 2013, p. 20-21)

Assim, é necessário fazer aplicações diferentes para ver se o aluno de fato aprendeu. Em síntese, a TRRS diz respeito à compreensão dos conceitos a partir de mais de um tipo de representação do mesmo objeto, podendo transitar entre essas representações.



APROXIMAÇÃO ENTRE A TAS E A TRRS

Os números racionais desempenham um papel crucial na aprendizagem dos alunos, sendo aplicáveis em várias áreas do conhecimento e no cotidiano de cada indivíduo. Portanto, é essencial que esse conteúdo, que se inicia no sexto ano do ensino fundamental, seja abordado de maneira que o aluno construa sua aprendizagem, e não apenas faça memorizações mecânicas.

Trabalhar com uma aprendizagem significativa torna-se muito importante para construir essa compreensão do aluno. A TAS tem como princípio a aprendizagem partindo do que o aluno já conhece, fazendo ancoragens com as informações existentes no cognitivo do aluno e as informações novas. A partir dessa identificação de conhecimento, o professor utiliza os organizadores prévios pra facilitar esse processo, no qual, segundo Ausubel (2003), deve considerar materiais adequados para despertar interesse no aluno. Além disso, é necessário que o aluno consiga diferenciar progressivamente os conhecimentos para após conseguir reintegrá-los completamente.

Ao se trabalhar com os números racionais, utiliza-se mais de uma forma de representar a mesma quantidade. Em vista disso, alinha-se a teoria dos registros de representação semiótica de Duval, já que podemos escrever um mesmo valor em fração, decimal, porcentagem, assim como, representá-lo de forma geométrica.

Para Duval (2012), existem quatro tipos de registros de representação – a língua natural, os sistemas de escrita, as figuras geométricas e os gráficos cartesianos. O ideal é o aluno ser exposto a essas representações para aprender de forma significativa e não esquecer as informações.

A aproximação das teorias pode ser percebida ao longo das descrições dos autores. A TRRS possui um lado oposto, denominado face exposta da aprendizagem matemática, que ocorre quando o aluno apenas decora o conteúdo para fazer uma prova e depois esquece de tudo, pois não foi algo que fez sentido em seu cognitivo. Do mesmo modo, a TAS também possui o lado oposto, que trata das mesmas condições, porém, o autor denonina como aprendizagem mecânica.

A outra face da aprendizagem matemática é a face oculta, em que a TRRS se apoia. É quando ocorre a compreensão do aprendiz, relacionando-se com a TAS nos aspectos para ocorrer a aprendizagem.

De modo a avaliar a aprendizagem do aluno, Ausubel (2003) relata que o aluno precisa ser exposto a situações diferenciadas das trabalhadas no dia a dia de sala de aula, isto é, outras formas de representação. Para que seja possível verificar a aprendizagem, Duval (2013) defende que é necessário um tempo maior de aplicação, com o domínio dos conceitos e transições, sendo notório construir uma aprendizagem significativa.

Diante do exposto, é ponderoso relacionar as duas teorias a partir das concordâncias dos autores, pois, a partir das várias formas de representar o mesmo objeto, podendo transitar de uma representação para outra, o aluno compreenderá mais facilmente e de forma significativa.

Dessa maneira, para trabalhar os números racionais no sexto ano do ensino fundamental, é necessário trabalhar as representações semióticas referentes a TRRS dentro dos processos listados para ocorrer a TAS.

SEQUÊNCIA DIDÁTICA

NÚMEROS RACIONAIS

6º ANO ENSINO FUNDAMENTAL

Fernanda Gheno/
Luiz Marcelo Darroz

ESTIMADO PROFESSOR

A presente sequência didática destina-se ao estudo da representação dos números racionais no sexto ano do ensino fundamental. O objetivo é que o aluno compreenda que uma quantidade pode ser representada na forma de fração, decimal, porcentagem e desenho geométrico.

Diante disso, primeiramente será trabalhado o conceito de fração como parte de um todo, explorando os tipos de frações, frações equivalentes e as operações com frações. A partir desse conceito é que passamos para a representação percentual e posteriormente a decimal. Assim, conforme Walle (2009) descreve, sem essas conexões, os alunos vão aprender “pedaços” de informações sem conectá-las.

Como a intenção são as representações e as transições de uma representação para outra, não constam nessas atividades as operações com os números decimais, apenas a sua representação e comparação com a fração e a porcentagem.

Vale lembrar que essa sequência didática não está engessada. Utilize-a como quiser, inclusive, como atividades independentes para aplicação no seu contexto de sala de aula.

As descrições serão feitas a seguir, separadas em momentos, juntamenta com as atividades para impressão. Em cada momento consta o tempo estimado para a realização das atividades, porém, essa quantidade de horas foi estabelecido de acordo com o contexto de aplicação, podendo haver adaptações.

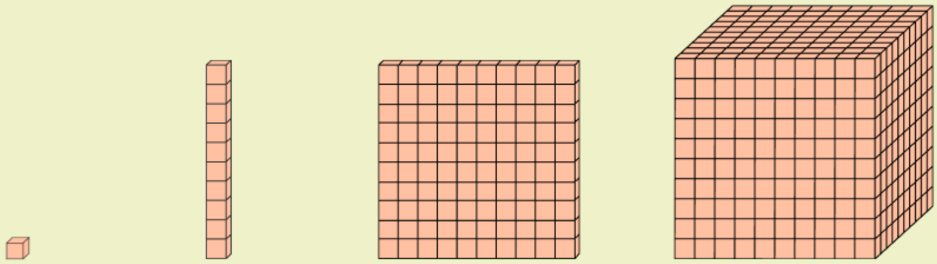
Os gabaritos das atividades estão localizados após cada apêndice. Algumas questões demandam justificativa dos estudantes, portanto, não estarão descritas.

A seguir, antes das descrições dos momentos, serão brevemente explicados alguns dos materiais utilizados nos encontros.

Bora lá?

MATERIAL DOURADO

O material dourado foi criado pela médica e educadora italiana Maria Montessori para o ensino da Matemática, com o intuito de proporcionar experiências concretas que conduzem gradualmente à compreensão de assuntos mais complexos, favorecendo o processo de aprendizagem.



1 Unidade

1 Dezena
10 Unidades

1 Centena
10 Dezenas
100 Unidades

1 Milhar
10 Centenas
100 Dezenas
1000 Unidades

Eii Professor,

Você pode encontrar mais sobre o material dourado acessando o QR code

O material dourado é formado por:

- bloquinho – representa a unidade
- barra – representa a dezena
- placa – representa a centena
- bloco – represena o milhar

No entanto, para a utilização nas atividades propostas, tomaremos os materiais como:

- bloquinho – representa o milésimo
- barra – representa o centésimo
- placa – representa o décimo
- bloco – representa a unidade

Professor, caso não tenha acesso a esse material em sua escola para trabalhar com os alunos, sugiro que tenha pelo menos um exemplar para demonstrar a relação entre as peças para a turma.

ESCALA CUISENAIRE

A escala cuisenaire é um material criado pelo professor belga Èmile Georges Cuisenaire Hottelet. Originalmente feito de madeira, esse recurso é constituída por barras representando os números de 1 a 10 em 10 alturas proporcionais. Cada tamanho corresponde a uma cor específica.

Professor, uma caixa como esta possui 241 peças. Trabalhando com os estudantes em duplas ou trios, 3 ou 4 caixas da escala são suficientes para a turma, basta distribuir algumas peças de cada tamanho para que realizem as atividades.

CONFETES

Os confetes apresentados nas atividades referem-se a confetes de chocolate, isto é, bolinhas coloridas recheadas de chocolate.

Professor, os confetes são uma sugestão de atividade. Se achar inviável, substitua por algum material de sua preferência/fácil acesso.

EVA

O EVA é uma espuma macia disposta em diversas cores e espessuras. Sua sigla refere-se a Espuma Vinílica Acetinada. Por ser um material facilmente manipulado, é utilizado em artesanatos, escolas e trabalhos manuais.

1º MOMENTO

Identificar os subsunçores sobre frações

Tempo de duração: 2 horas-aula

Material necessário: atividades apêndice A

Na primeira aula sobre os números racionais, é importante identificar os subsunçores sobre as frações, isto é, verificar o que o aluno já sabe sobre esse assunto. Essa etapa é essencial, pois é a partir dessas informações que o aluno fará novas conexões.

Para alcançar esse objetivo, é ideial que ocorra um diálogo com os estudantes.

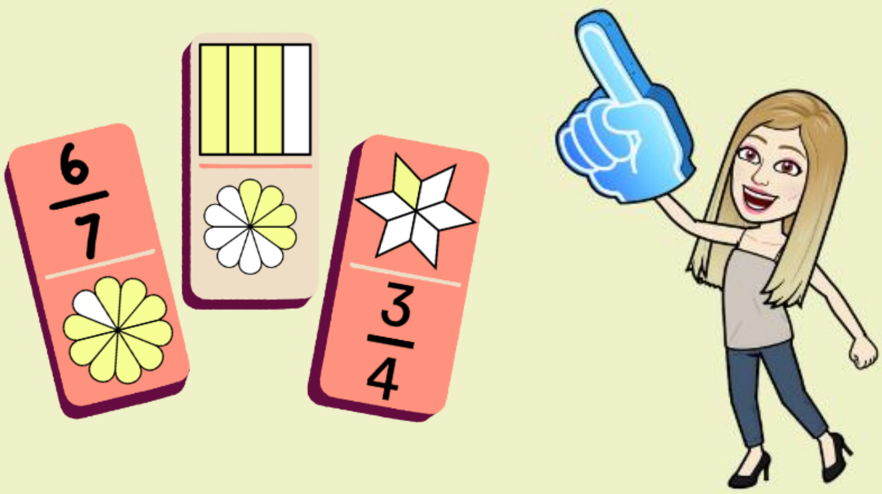
Professor, são algumas sugestões de questionamentos para fazer com a sua turma:

- O que é uma fração?
- Como é a sua representação?
- Podemos representar uma fração por desenho?
- Onde podemos ver esse tipo de representação?

Se desejar, vá escrevendo as falas dos alunos no quadro, em forma de esquema.

Após esse diálogo inicial, no apêndice A, encontra-se um questionário com questões abordando o conceito de fração como parte de um todo. Posteriormente à sua aplicação, pode-se realizar um diálogo com a turma para tratar sobre o assunto, demonstrando no quadro o exemplo da fração $\frac{1}{2}$, para que seja observado, no desenho, o que significa essa fração.

> Eii Professor,
>
> A última atividade desse questionário envolve um jogo de dominó! Imprimir e deixar os alunos jogarem durante a aula ao invés de efetuarem a colagem também é uma boa opção!



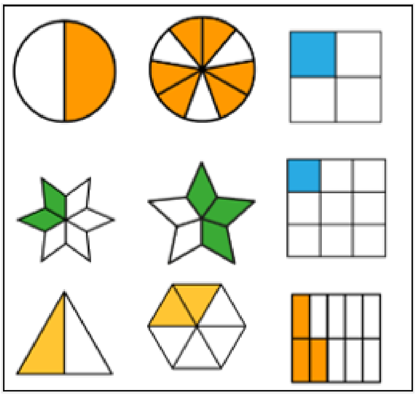
Questionário para identificação dos subsunçores sobre frações

1) Você sabe o que significa a palavra fração e de onde ela surgiu?

____

____

2) Nas imagens abaixo, represente a parte colorida existente em relação à quantidade de partes em que cada figura foi dividida por meio de uma fração.



1)	2)	3)
4)	5)	6)
7)	8)	9)

3) Escreva por extenso as frações abaixo, exatamente como se leem:

a) $\frac{1}{2}$ ____

b) $\frac{3}{10}$ ____

c) $\frac{15}{20}$ ____

d) $\frac{30}{100}$ ____

4) Um bolo foi dividido em três partes iguais para que três pessoas comessem igualmente a mesma quantidade.

a) Que fração representa a parte de bolo que cada uma das pessoas comeu?

____

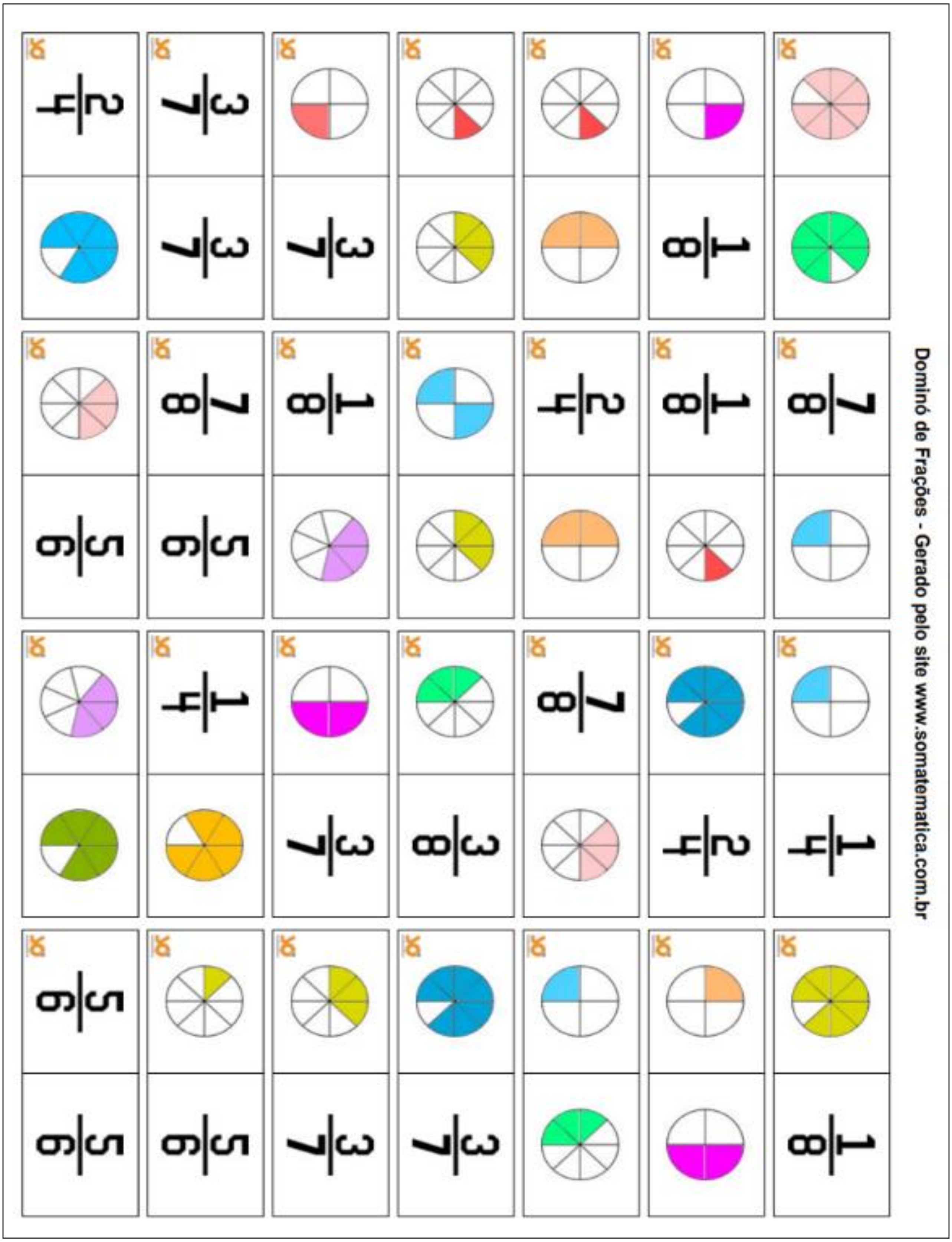
b) Que fração representa a parte de bolo que duas pessoas comeram?

____

c) Quantos terços de bolo são necessários para que se tenha o bolo inteiro?

____

5) Recorte todas as peças do dominó a seguir e cole-as em uma folha em branco da seguinte maneira: encaixe as peças relacionando as imagens com o valor fracionário; utilize todas as peças; ajuste as peças e cole-as apenas quando tiver certeza da sua posição.



GABARITO

1) a) Resposta pessoal.

2) 1) $\frac{1}{2}$ 2) $\frac{6}{9}$ 3) $\frac{1}{4}$ 4) $\frac{2}{6}$ 5) $\frac{3}{5}$ 6) $\frac{1}{9}$ 7) $\frac{1}{2}$ 8) $\frac{2}{6}$ 9) $\frac{3}{10}$

3) a) um meio
   b) três décimos
   c) quinze vigésimos / quinze vinte avos
   d) trinta centésimos / trinta cem avos

4) a) $\frac{1}{3}$
   b) $\frac{2}{3}$
   c) $\frac{3}{3}$

5) Montagem variável.

2º MOMENTO

História dos números racionais

Tempo de duração: 2 horas-aula

Materiais necessários: barbante e texto apêndice B

Para realizar a atividade envolvendo a história dos números racionais, todos os alunos da turma devem receber 3 pedaços de barbante, de 60, 30 e 20 centímetros. Porém, eles não devem saber o tamanho dos barbantes e nem utilizar a régua para essa atividade.

Professor, lembre-se de medir as mesas que serão utilizadas antes de cortar os barbantes, eles devem ter as seguintes medidas: 1 barbante do tamanho inteiro da mesa; 1 barbante com metade da medida da mesa; 1 barbante com um terço da medida da mesa.

Inicialmente, deve-se solicitar aos alunos que meçam a mesa, utilizando cada um dos pedaços de barbante e, anotando no caderno, deverão escrever quantos barbantes de cada tamanho são necessários para dar a mesma medida da mesa.

Após as anotações estarem completas, em forma de diálogo, o professor poderá questionar os alunos sobre a quantidade necessária de barbante para se obter o tamanho da mesa (respectivamente: 1 grande, dois médios e três pequenos).

Em seguida, deve-se anotar a seguinte questão no quadro para que respondam no caderno: “se considerarmos o barbante maior como a unidade de medida, isto é, a unidade de referência, como podemos expressar os dois barbantes menores numericamente?”

A intencionalidade da pergunta é associar o todo com as partes, fazendo com que os alunos percebam que os dois barbantes menores possuem menos que uma unidade inteira. Após discutirem, deve-se explicar como as frações surgiram, uma vez que, em anos anteriores, já visualizaram essa representação.

O professor deve explicar que, a partir da necessidade humana de subdividir uma unidade existente (processo que acabaram de realizar com a mesa e os barbantes), surgiu um novo número: o número fracionário, que pertence ao conjunto dos números racionais, utilizados para representar quantidades inteiras e não inteiras.

Para esclarecer melhor, no apêndice B, consta uma contextualização histórica que deverá ser entregue aos alunos.

Eii Professor,

Após efetuar a leitura com os alunos, relacione com conteúdos já trabalhados. Peça para que escrevam no caderno o que eles acham que é uma fração, para identificar o que relacionaram até aqui.

Finalizada essa etapa, deve-se construir uma tabela com a turma, contendo a representação dos números racionais, para que escrevam onde já viram essas representações numéricas. A tabela pode ser feita no quadro da seguinte forma:

$\frac{4}{12}$ $2\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$	**0,6 4,5 21,8**	**100% 0,4%**	**2 5 10 100**
Fração	Decimal	Porcentagem	Número Natural

A partir da percepção de elementos do dia a dia, espera-se que os alunos relatem vários exemplos dessas representações: na bateria do celular, no mercado, nas lojas, nas notas escolares, entre outros.

Eii Professor,

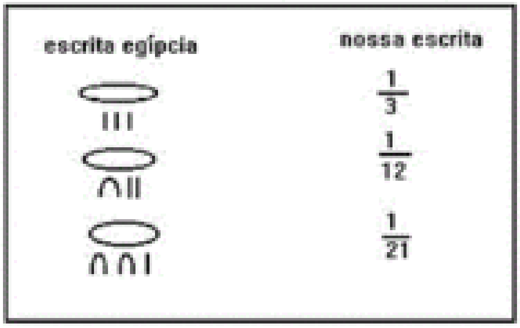
Se necessário, conduza os alunos através de questionamentos sobre as notas, o tanque de combustível, as medidas de uma receita...

Apêndice B

Contextualização histórica

No antigo Egito por volta do ano 3000 a.C., o faraó Sesóstris distribuiu algumas terras às margens do Rio Nilo para alguns agricultores privilegiados. O privilégio em possuir essas terras era porque todo ano, no mês de julho, as águas do rio inundavam essa região ao longo de suas margens e fertilizavam os campos. Essas terras, portanto, eram bastante valorizadas.

Porém, era necessário remarcar os terrenos de cada agricultor em setembro, quando as águas baixavam. Os responsáveis por essa marcação eram os agrimensores, que também eram chamados de estiradores de corda, pois mediam os terrenos com cordas nas quais uma unidade de medida estava marcada. Essas cordas eram esticadas e se verificava quantas vezes a tal unidade de medida cabia no terreno, mas nem sempre essa medida cabia inteira nos lados do terreno.



Esse problema só foi resolvido quando os egípcios criaram um novo número: o número fracionário. Ele era representado com o uso de frações, porém os egípcios só entendiam a fração como uma unidade (ou seja, frações cujo numerador é igual a 1).

Eles escreviam essas frações com uma espécie de sinal oval escrito em cima do denominador. Mas os cálculos eram complicados, pois no sistema de numeração que usavam no antigo Egito os símbolos se repetiam muitas vezes. Só ficou mais fácil trabalhar com as frações quando os hindus criaram o sistema de numeração decimal, quando elas passaram a ser representadas pela razão de dois números naturais.

Desde então, as frações foram usadas para a resolução de diversos tipos de problemas matemáticos. Uma das formas mais correntes de se trabalhar com frações é a porcentagem, em que se expressa uma proporção ou uma relação a partir de uma fração cujo denominador é 100. O uso de frações também é de valia extrema para a resolução de problemas que envolvem regra de três.

Disponível em: http://fracaoaprendendo.blogspot.com/2017/04/historia-da-fracao.html. Acesso em: 03 dez. 2022

3º MOMENTO

Dinâmica bolinho de argila

Tempo de duração: 3 a 4 horas-aula

Materiais necessários: Argila, fio de nylon, papel pardo, régua e atividades apêndice C

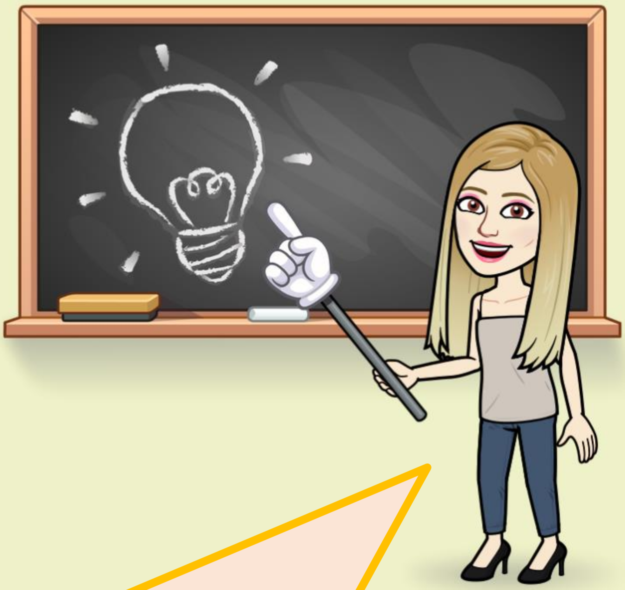
O objetivo dessa atividade é trabalhar a fração como parte de um todo, bem como a sua representação numérica e desenho geométrico. E, de forma intuitiva, trabalhar o significado, a comparação e a equivalência.

Inicialmente, deve-se distribuir para a turma: um pedaço de papel pardo (para cobrir a mesa, evitando sujeira), um pedaço de argila, um pedaço de fio de nylon (para cortar a argila, podendo ser efetuado também com uma régua) e o questionário conforme o apêndice C.

Os alunos devem fazer um bolinho de argila em formato retangular ou circular e ir acompanhando o questionário a partir das instruções do professor. As questões que envolvem a representação geométrica devem ser desenhadas conforme o bolinho feito: desenho retangular ou circular.

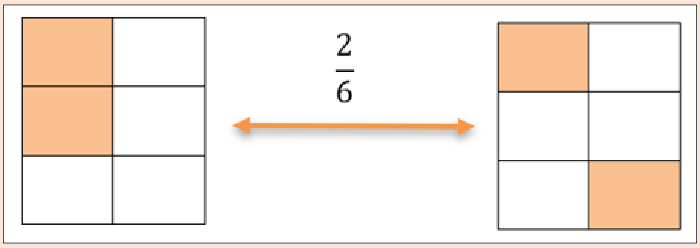
Eii Professor,

Responda as questões do questionário no quadro junto com os alunos. Conduza-os a partir de perguntas no decorrer da atividade.



A argila é uma sugestão, mas você pode adaptar com massinha de modelar, massa de biscuit, ou cerâmica fria. Lembre-se: é apenas um pedacinho por estudante!

Aproveite para questioná-los sobre as figuras geométricas, se podemos considerar quaisquer partes do todo ou se é necessário ser em ordem, conforme a imagem:



Para finalizar a aula, você pode, se possível, levar um bolo de verdade e solicitar ajuda aos alunos para descobrir como cortar o bolo para que cada um coma a mesma quantidade. Eles podem desenhar no quadro, escrever a fração e ajudar a cortar o bolo conforme o desenho feito. Isso faz com que visualizem ainda mais a fração no cotidiano e permaneçam ativos no processo de aprendizagem.

Nessa dinâmica, foram ressaltadas as diversas formas de representar uma quantidade. A representação semiótica facilita a construção cognitiva do aluno a partir de mais de um tipo de representação do mesmo objeto, tornando a aprendizagem significativa. Escrever em formas diferentes é importante para os alunos assimilarem mais facilmente o conteúdo trabalhado.

Apêndice C

Questionário dinâmica bolinho de argila

1) Suponha que dois professores vão comer o bolo inteiro, sendo que eles precisam comer a mesma quantidade. Para isso, o que é preciso fazer?

- Usando o fio de nylon, parta o bolo, dividindo-o em duas partes iguais.

a) Como podemos representar cada uma dessas partes na forma esquemática?

b) Como ficaria essa representação na forma numérica?

2) Você é capaz de encontrar outra maneira de partir o bolo em duas partes iguais?

a) Como ficaria essa representação na forma esquemática?

b) Como ficaria essa representação na forma numérica?

3) Onde há mais bolo, nas duas partes juntas ou no bolo inteiro?

4) Em quantas metades ou em quantas partes iguais você partiu o bolo?

5) Representando na forma esquemática e numérica, faça a ilustração do bolo.

a) Dividido em duas partes iguais:

b) Metade do bolo:

6) Tem o mesmo sentido dizer: um bolo inteiro ou dois meios bolos? Justifique.

7) De quantos meios bolos você precisa para ter um bolo inteiro?

8) Se tomarmos cada metade do bolo e dividirmos pela metade como ficaria?

a) Quantas partes ficam?

b) Represente essas partes na forma esquemática e numérica.

c) Represente cada uma dessas partes na forma esquemática e numérica.

d) Se pegarmos três quartos, teremos um bolo inteiro?

e) Represente três quartos na forma esquemática e numérica.

f) Para termos um bolo inteiro, quantos quartos de bolo são necessários?

9) Reconstrua o bolo. Agora divida-o em três partes iguais, considerando que três pessoas vão comer a mesma quantidade de bolo.

a) O bolo inteiro possui quantos terços?

b) Represente na forma esquemática e numérica.

c) Dividindo essas três partes pela metade, quantas partes vão ficar?

d) Represente essa divisão na forma esquemática e numérica.

e) Em quantas partes ou sextos você dividiu o bolo?

f) Represente na forma esquemática e numérica cada uma das partes.

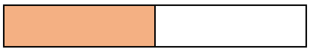
g) Se pegarmos três sextos de bolo, teremos um bolo inteiro?

h) Represente três sextos de bolo na forma esquemática e numérica.

i) Três sextos representam que parte do bolo?

GABARITO

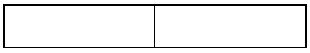
1) Dividir em partes iguais

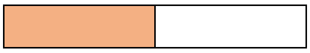
a)  b) $\frac{1}{2}$ um meio

2) a) Estimule respostas dos alunos b) $\frac{1}{2}$ um meio

3) É a mesma quantidade. As duas partes juntas representam o bolo inteiro

4) Em duas

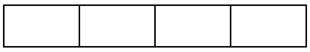
5) a)  Um bolo inteiro

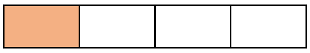
b)  $\frac{1}{2}$ um meio

6) Sim, pois se referem a mesma quantidade

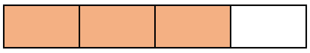
7) Dois meio bolos / duas metades

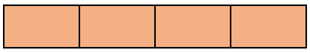
8) a) Quatro partes

b)  $\frac{4}{4}$ quatro quartos

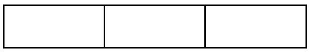
c)  $\frac{1}{4}$ um quarto

d) Não

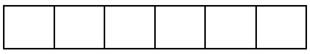
e)  $\frac{3}{4}$ três quartos

f) Quatro quartos / $\frac{4}{4}$ / 

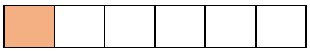
9) a) Três terços

b)  $\frac{3}{3}$ três terços

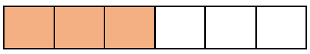
c) Seis partes

d)  $\frac{6}{6}$ seis sextos

e) Seis

f)  $\frac{1}{6}$ um sexto

g) Não

h)  $\frac{3}{6}$ três sextos i) Metade do bolo

4º MOMENTO

Dinâmica folha de papel sulfite

Tempo de duração: 5 horas-aula

Materiais necessários: folhas de papel sulfite (ou A4 branca) e atividades apêndice D

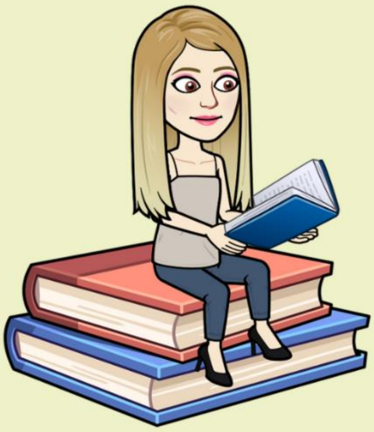
O objetivo dessa atividade é trabalhar a fração como parte de um todo, a representação numérica e o desenho geométrico, além de, intuitivamente, trabalhar o significado, a comparação e a equivalência da fração a partir de recortes de folhas de papel sulfite.

Para isso o professor deve, inicialmente, conversar com a turma sobre a necessidade de possuir uma unidade de referência para uma quantidade ao trabalhar com frações, enfatizando que, na dinâmica proposta, a unidade de referência é uma folha de papel sulfite inteira.

Para realizar a dinâmica, as orientações elencadas na sequência devem ser seguidas.

1 Cada aluno deve receber 5 folhas de papel sulfite.

2 Uma folha de papel é a folha de referência. Escrever o número 1 no centro. Para os procedimentos a seguir, a unidade de referência será essa folha inteira.

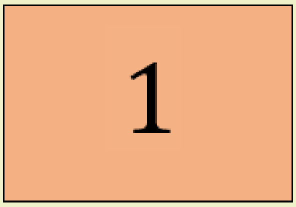


3 Pegar outra folha, no sentido horizontal, e dobrar em duas partes iguais (de um lado para o outro).
- Cortar a folha na dobra, cuidando para que ambas tenham o mesmo tamanho.
- Registrar, em cada uma das partes obtidas, a fração que cada parte da folha representa.

4 Pegar a terceira folha e dividi-la em 4 partes iguais: Repetir o passo anterior e dobrar novamente no sentido do comprimento – (metade da metade) para obter a quarta parte.
- Cortar a folha na dobra, cuidando para que ambas tenham o mesmo tamanho.
- Registrar, em cada uma das partes obtidas, a fração que cada parte da folha representa.

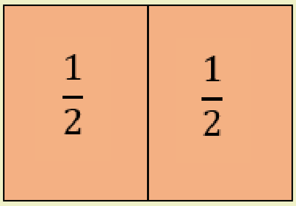
5 Pegar a quarta folha e dividi-la em 8 partes iguais. Semelhante à etapa anterior, mas dobrar uma vez a mais, ficando com 8 partes iguais.
- Cortar a folha na dobra, cuidando para que ambas tenham o mesmo tamanho.
- Registrar, em cada uma das partes obtidas, a fração que cada parte da folha representa.

Professor, é recomendado que você vá realizando essas etapas junto com os alunos, orientando-os em cada processo. Para auxiliar a representação semiótica, peça a eles que, a cada etapa, realizem os registros no caderno, a partir de desenhos e frações, utilizando, de forma intuitiva, a adição e a multiplicação de frações. Para as anotações nos cadernos, você deverá questioná-los em cada etapa:



A folha de papel sulfite é a unidade de referência.

- Quantos $\frac{1}{2}$ precisamos para representar 1 inteiro? (2)
- Qual a operação matemática que utilizamos para juntar? (Adição)
- Qual operação simplifica o processo de juntar parcelas iguais? (Multiplicação)
- Então, escrever $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ é igual a escrever $\frac{1}{2}$ vezes quanto? (vezes 2)



Cada uma das partes é a metade da folha, ou seja, é um meio da folha de papel sulfite.

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$ folha de papel sulfite inteira ou $2\ x\ \frac{1}{2} = 1$

- Quantos $\frac{1}{4}$ precisamos para representar 1 inteiro? (4)

- Então, escrever $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$ é igual a escrever $\frac{1}{4}$ vezes quanto? (vezes 4)

$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

Cada uma das partes é a quarta parte da folha, ou seja, é um quarto da folha de papel sulfite.

$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=1$ folha de papel sulfite inteira ou $4\,x\,\frac{1}{4}=1$

- Quantos $\frac{1}{8}$ precisamos para representar 1 inteiro? (8)

- Então, escrever $\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}$ é igual a escrever $\frac{1}{8}$ vezes quanto? (vezes 8)

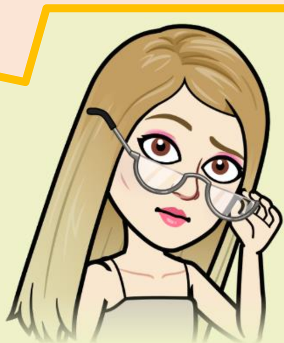
$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$
$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$

Cada uma das partes é a oitava parte da folha, ou seja, é um oitavo da folha de papel sulfite.

$\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=1$ folha de papel sulfite inteira ou $8\,x\,\frac{1}{8}=1$

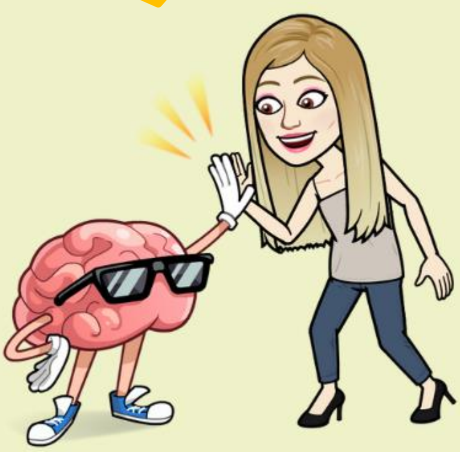
Vamos ver mais alguns questionamentos que podem ser feitos.

- Quantos $\frac{1}{4}$ precisamos para representar $\frac{1}{2}$?
- Quantos $\frac{1}{8}$ precisamos para representar $\frac{1}{2}$?
- Quantos $\frac{1}{8}$ precisamos para representar $\frac{1}{4}$?
- Quantos $\frac{1}{8}$ precisamos para representar $\frac{3}{4}$?



Após concluídas as etapas, a turma deverá realizar os exercícios que constam no apêndice D para identificar a compreensão de fração como parte de um todo, bem como a comparação dos tamanhos dos recortes envolvidos, verificando, assim, se houve ligações entre o que os aprendizes já possuíam em sua estrutura cognitiva e as novas informações aprendidas. Essa identificação da fração como parte de um todo é relevante para que, nas próximas aulas, novas ancoragens sejam construídas; portanto, os últimos dois exercícios poderão ser respondidos em casa pelos alunos para entregar posteriormente, se o professor julgar necessário, para fins de avaliar a compreensão da atividade proposta. Caso identifique dificuldades, retome o conceito da fração.

Professor, caso achar mais viável, ao invés de entregar as folhas para os alunos, construa um material maior para ser exposto no quadro e vá mostrando aos alunos as comparações e efetuando os questionamentos.



Apêndice D

Exercícios dinâmica folha de papel sulfite

1) Compare utilizando o material criado:
a) Quantos meios da folha equivalem à folha inteira? ______________________________
b) Quantos quartos da folha equivalem à folha inteira? ____________________________
c) Quantos quartos da folha equivalem à meia folha? ______________________________
d) Quantos oitavos da folha equivalem à folha inteira? ____________________________
e) Quantos oitavos da folha equivalem à meia folha? ______________________________
f) Quantos oitavos equivalem a um quarto de folha? ______________________________

2) Divida e pinte o retângulo a seguir conforme a quantidade indicada pela fração:

a. $\frac{1}{2}$	b. $\frac{3}{4}$	c. $\frac{2}{8}$
d. $\frac{3}{8}$	e. $\frac{4}{8}$	f. $\frac{7}{8}$

3) Marque a parte da pizza que cada aluno vai comer, tomando como referência a pizza inteira.

 $\frac{1}{2}$ de uma pizza				
 1 pizza				
 a quarta parte da pizza				

4) Compare as frações abaixo utilizando os recortes feitos na dinâmica e os símbolos: >, < ou =.

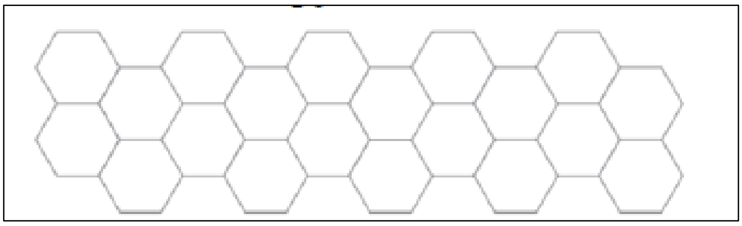
a) $\frac{1}{2}$ – – – – $\frac{2}{8}$　　b) $\frac{1}{2}$ – – – – $\frac{3}{4}$　　c) $\frac{1}{2}$ – – – – $\frac{4}{8}$　　d) $\frac{5}{8}$ – – – – $\frac{3}{8}$

e) $\frac{1}{8}----\frac{4}{4}$ f) $\frac{6}{8}----\frac{3}{4}$ g) $\frac{1}{2}----\frac{2}{4}----\frac{4}{8}$

h) $\frac{3}{4}----\frac{3}{8}$ i) $\frac{4}{4}----1\ folha\ inteira$ j) $\frac{8}{8}----1\ folha\ inteira$

<u>RESOLVA PARA ENTREGAR</u>

1) Veja a figura a seguir. Pinte $\frac{1}{5}$ de vermelho e $\frac{1}{10}$ de azul.



a) Quantos hexágonos você pintou de vermelho?

____

b) Quantos hexágonos você pintou de azul?

____

c) Explique o que você pensou para resolver essa questão:

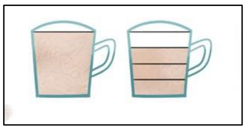
____

____

____

____

2) Veja as xícaras a seguir.



a) Indique a fração que representa a quantidade de cada xícara.

____

____

b) Escreva na forma de adição de frações a quantidade total das duas xícaras. Após, explique de que forma você resolveu essa questão.

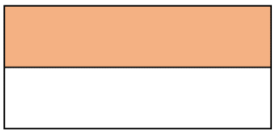
____

____

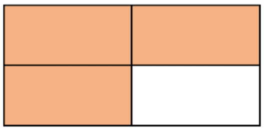
GABARITO

1) a) Dois meios c) Dois quartos e) Quatro oitavos
b) Quatro quartos d) Oito oitavos f) Dois oitavos

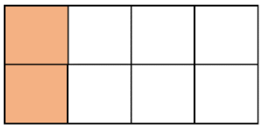
2) a)



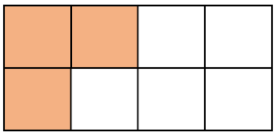
b)



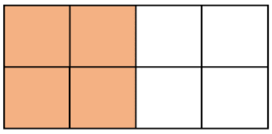
c)

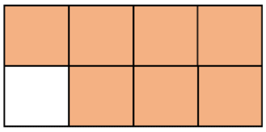


d)

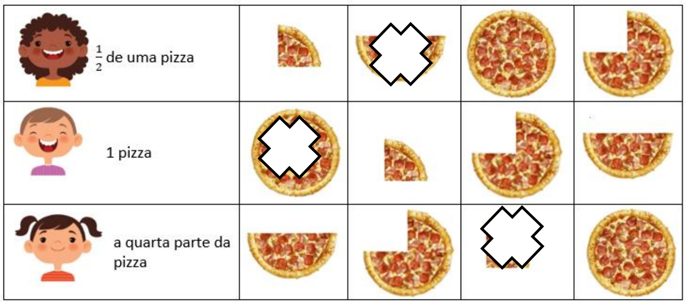


e) f)





3)



4) a) $\frac{1}{2} > \frac{2}{8}$ b) $\frac{1}{2} < \frac{3}{4}$ c) $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$ d) $\frac{5}{8} > \frac{3}{8}$ e) $\frac{1}{8} < \frac{4}{4}$ f) $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ g) $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$

h) $\frac{3}{4} > \frac{3}{8}$ i) $\frac{4}{4} = 1\ folha\ inteira$ j) $\frac{8}{8} = 1\ folha\ inteira$

RESOLVA PARA ENTREGAR

1) a) 4 hexágonosb) 2 hexágonos
   c) Resposta pessoal. O ideal é que o estudante perceba que: a cada 5 hexágonos pinta-se 1; e a cada 10 hexágonos pinta-se 1.

2) a) Primeira xícara: 1 inteiro; Segunda xícara $\frac{3}{4}$
   b) $1 + \frac{3}{4}$ ou $\frac{1}{1} + \frac{3}{4}$ ou $\frac{4}{4} + \frac{3}{4}$. Justificativa pessoal.

5º MOMENTO

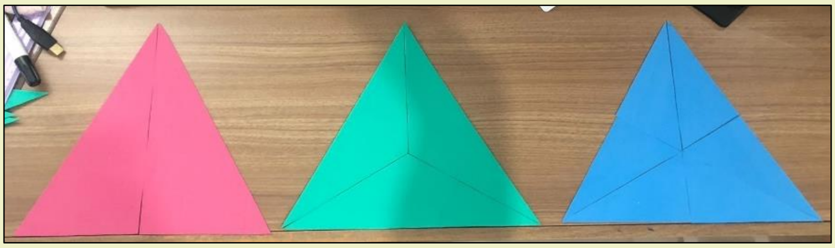
Dinâmica composição e decomposição de triângulos

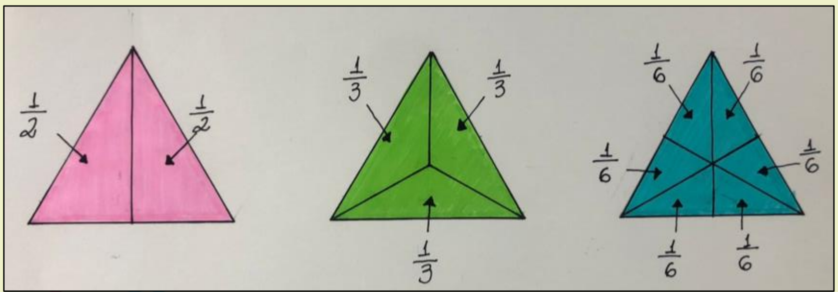
Tempo de duração: 4 horas-aula

Materiais necessários: kits de triângulos equiláteros (apêndice E)

Essa dinâmica tem a intencionalidade de trabalhar de forma intuitiva a equivalência de frações para que mais adiante seja possível contextualizá-la através da composição e decomposição de triângulos.

Cada kit é formado por 3 triângulos equiláteros, de cores diferentes e separados de seguinte forma: 1 triângulo repartido em duas partes iguais, 1 triângulo repartido em 3 partes iguais e um triângulo repartido em seis partes iguais. Esses triângulos inteiros precisam ser do mesmo tamanho, conforme ilustrado no exemplo a seguir:





Indica-se fazer esse material utilizando EVA para ser mais fácil de manipular.

Professor, confeccione esse material com antecedência! Os modelos de triângulos constam no apêndice abaixo.

Monte a quantidade de kits conforme a necessidade da sua turma.

Indica-se fazer grupos com 4 ou 5 integrantes no máximo!

Para continuar a explicação, serão utilizadas as cores rosa, verde e azul, conforme o exemplo. Mas fique à vontade para construir com as cores que desejar.

A turma deve ser separada em grupos e cada grupo deverá receber um kit de triângulos. Em cada etapa realizada, o grupo deverá: desenhar os triângulos no caderno; identificar a fração que repesenta cada parte; colorir de acordo com as peças e escrever o triângulo inteiro na forma de adição de frações. A atividade pode ser dividida em 5 etapas.

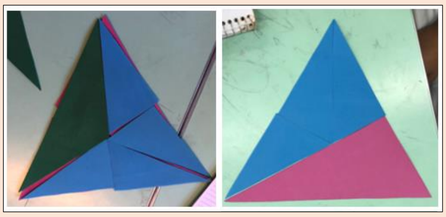
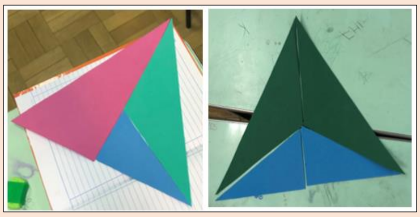
Primeira etapa:

O grupo deverá realizar e montar cada um dos triângulos inteiros, cada um com sua cor e registrar.

Segunda etapa:

O grupo deverá montar novos triângulos inteiros usando cores diferentes e registrar.

Professor, estimule ao máximo os seus alunos nessa etapa. Converse com eles sobre a possibilidade de várias formas estarem corretas pelo fato de que representam um triângulo inteiro.

Terceira etapa:

Utilizando apenas as peças de cores azuis e verdes, os grupos deverão montar um triângulo que represente a metade do triângulo equilátero. Do modo como foi feito anteriormente, devem registrar no caderno o desenho, identificar a fração que representa cada parte e a escrita aditiva das frações que representa essa metade.

Quarta etapa:

Os grupos deverão construir um triângulo equivalente a um terço do triângulo equilátero, mas não serão ditas quais cores eles podem utilizar. Em seguida, devem efetuar os registros.

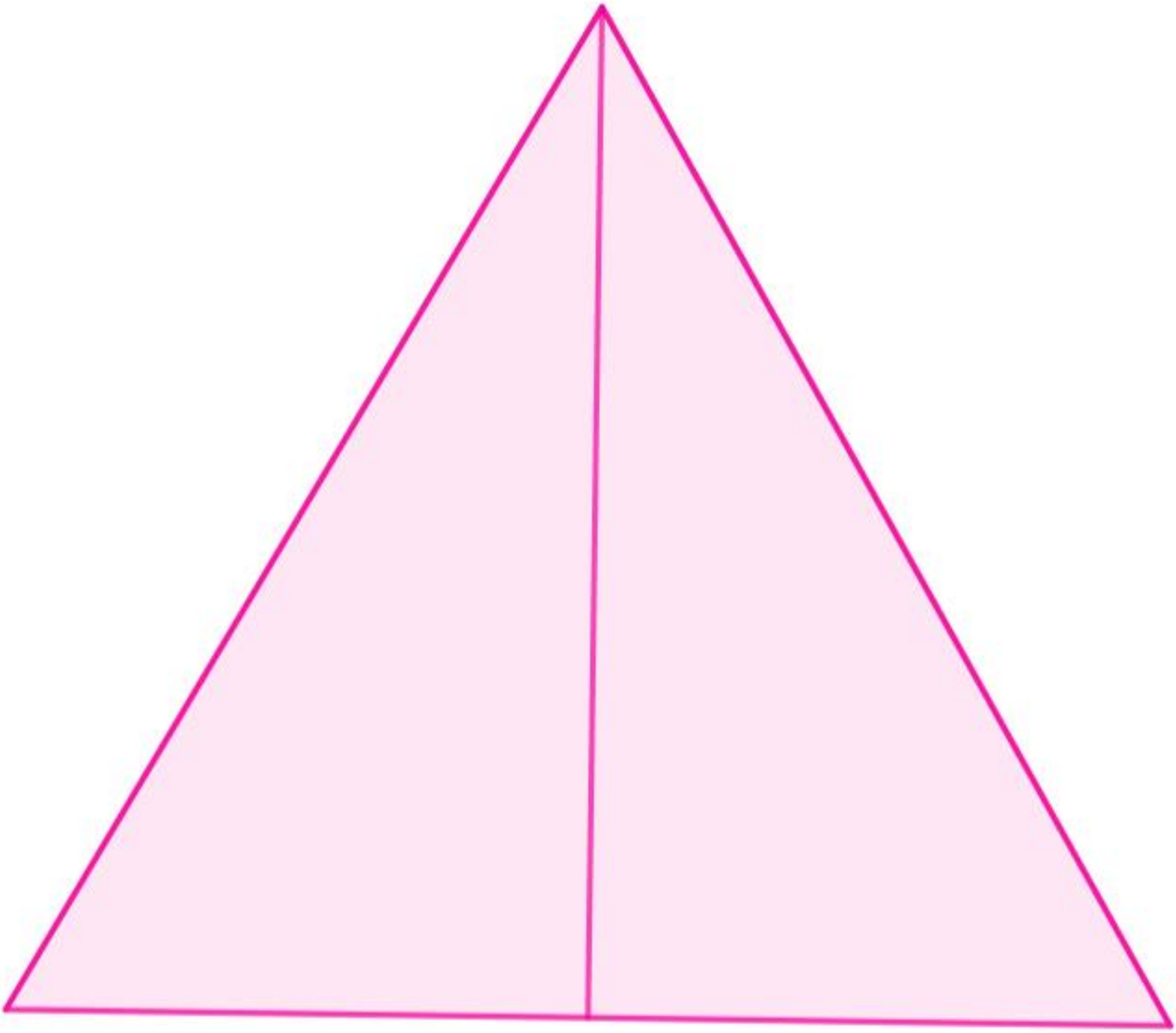
Através de uma argumentação sobre a observação dos desafios, o professor deve questionar a turma sobre por que não se pode utilizar as peças rosas para a construção dessa última etapa. Espera-se, a partir das ancoragens com os subsunçores, que os alunos compreendam que as peças rosas equivalem a mais que um terço do triângulo e, por isso, não poderiam ser usadas; a possibilidade seria utilizar duas peças azuis ou utilizar uma única peça verde.

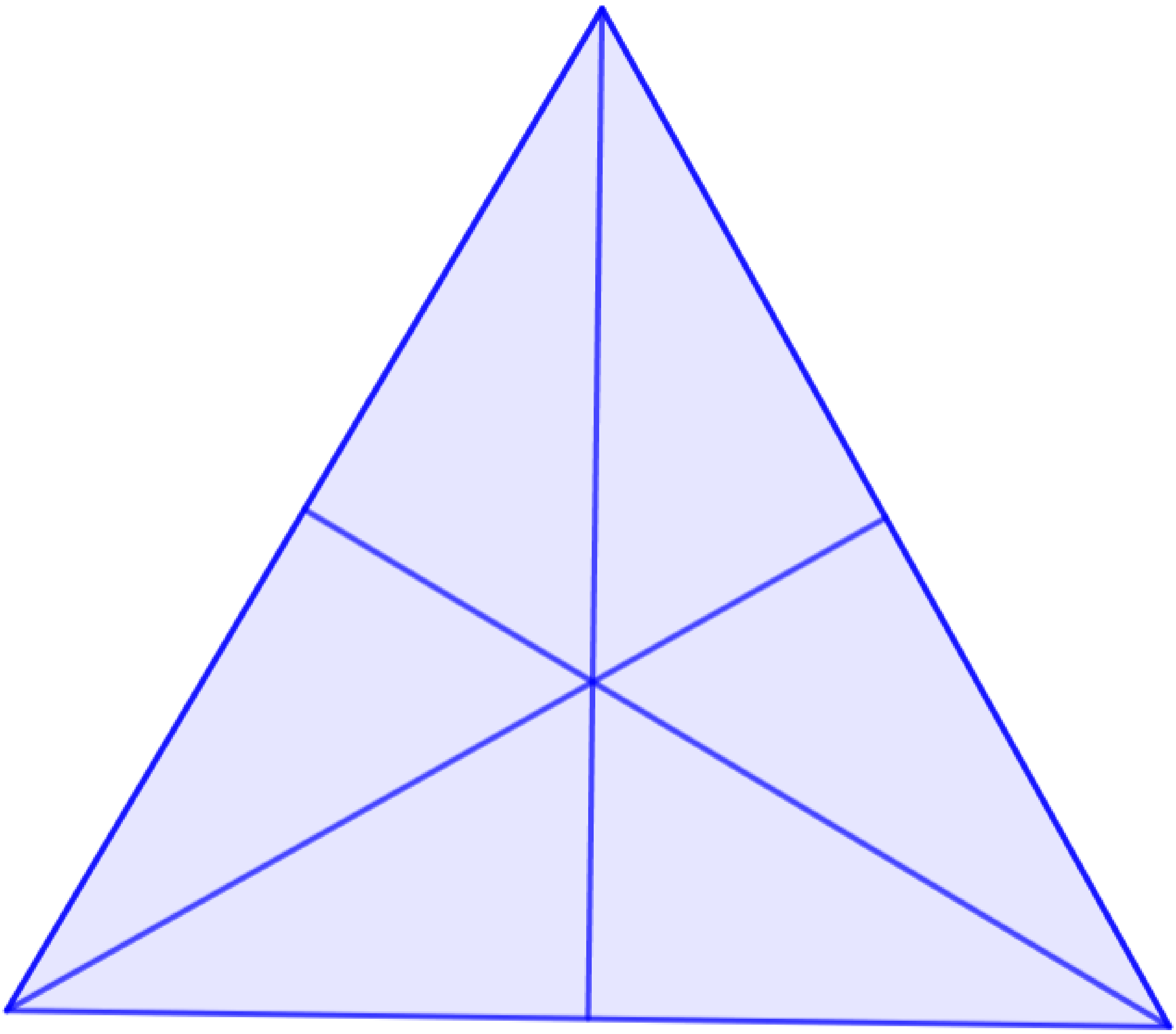
Quinta etapa:

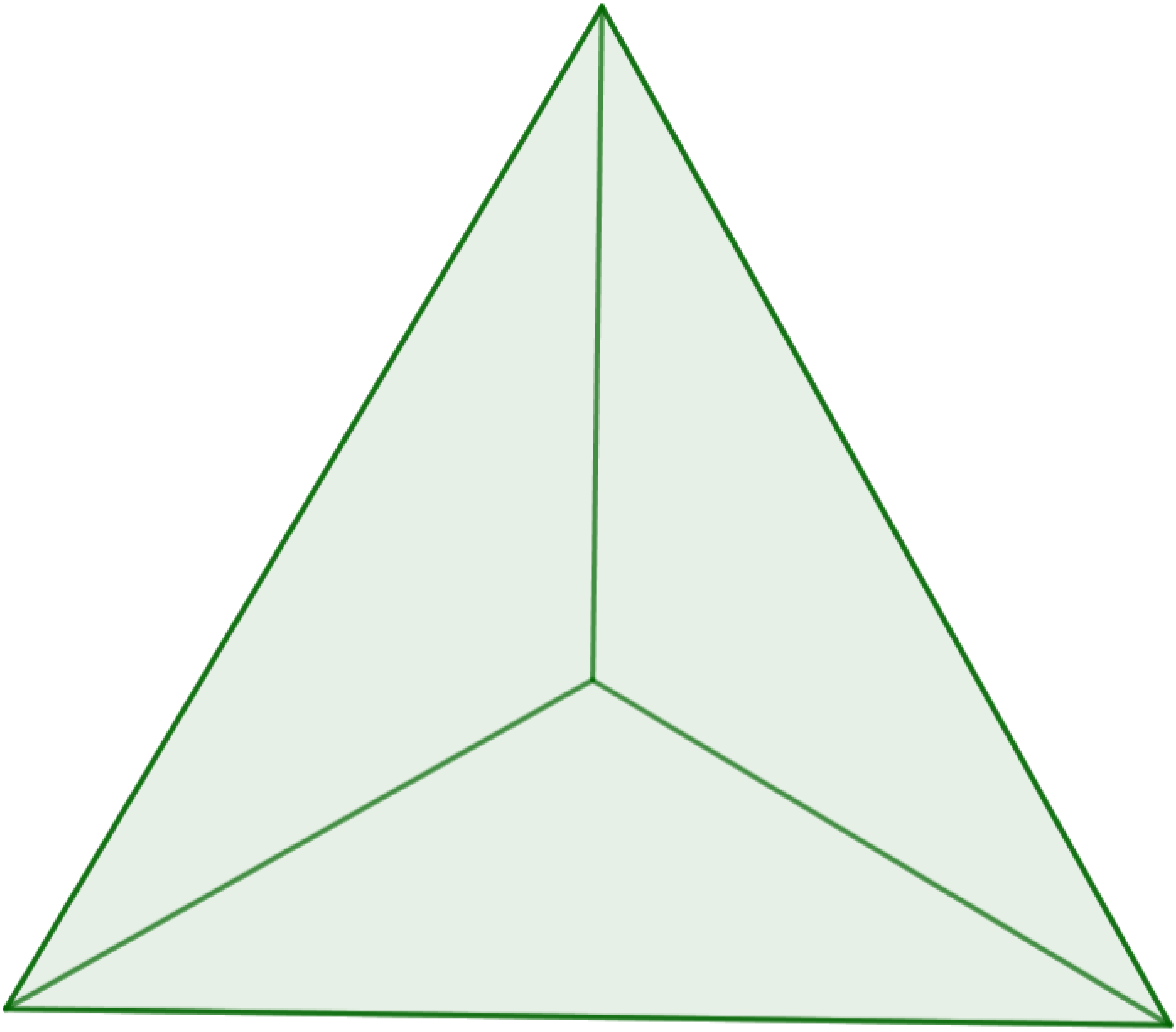
Por fim, cada grupo deverá realizar um relatório para ser entregue, envolvendo os registros de cada uma das etapas anteriores.

Professor, analise os relatórios entregues pelos alunos. Verifique se há inconsistências, tanto nas escritas quanto nos desenhos e, se necessário, retome os conceitos trabalhados até aqui.

KIT de Triângulos







6º MOMENTO

Conceito, nomenclatura e leitura das frações

Tempo de duração: 5 horas-aula

Materiais necessários: atividades apêndices F e G

Esse momento tem como objetivo formalizar o que foi trabalhado nas aulas anteriores. A contextualização é importante para a etapa da diferenciação progressiva, fazendo com que o aluno consiga fazer ainda mais ligações.

Inicialmente, o docente deverá questionar a turma sobre o que é uma fração, sendo que esses conceitos poderão ser anotados no quadro. Após essa breve interação, deve-se contextualizar a fração como parte de um todo.

A fração é uma divisão de um inteiro em partes iguais. Assim, na fração $\frac{1}{2}$, o número 1, que está na parte superior da fração, chama-se numerador, e o número 2, que está na parte inferior da fração, chama-se denominador. O número 2 indica a quantidade de partes em que o inteiro foi dividido, e o número 1 a quantidade de partes consideradas.

A fração $\frac{1}{2}$ também pode ser representada por desenhos geométricos.

Professor, evidencie com a turma a importância de utilizar a nomenclatura correta da Matemática.

Cada uma das nomenclaturas – numerador e denominador – possuem regras de leitura que devem ser seguidas. No apêndice F, consta um quadro que deverá ser entregue aos alunos contendo as respectivas regras.

Na sequência, deverá ser mostrado para a turma que as frações também podem estar presentes em situações problemas, conforme o quadro a seguir, que poderá ser transcrito no quadro.

Situação Problema

Em uma olimpíada de matemática, inscreveram-se 250 alunos. O prêmio para os 50 melhores é uma excursão. Gabriela, Alexandre, Ricardo, Luciana, Maurício, Leonardo, Paulo, Renato, Pedro, Priscila e Jussara reuniram-se na casa de Gabriela para estudar. Gabriela possui muitos livros. Das 7 prateleiras de sua estante, 3 estão repletas de livros de matemática e as outras estão com livros de outras matérias.

a) Do grupo que vai se reunir para estudar na casa da Gabriela, qual é a fração representada pelos meninos? $\frac{7}{11}$

b) Qual é a fração representada pelas meninas? $\frac{4}{11}$

c) Do total de alunos que vão participar da olimpíada, que fração é representada pelos alunos que vão ganhar a excursão? $\frac{50}{250}$

d) Qual é a fração representada pelos alunos que não vão ganhar a excursão? $\frac{200}{250}$

e) Que fração é representada pelas prateleiras da estante de Gabriela que não estão com livros de Matemática? $\frac{3}{7}$

Após a explicação, os alunos poderão realizar os exercícios do apêndice G.

Professor, em uma dessas atividades será necessário calcular $\frac{1}{4}\ de\ 20$. Pela multiplicação de frações, o algoritmo indica que devemos multiplicar o numerador pelo número natural e manter o denominador, simplificando se possível, logo, tem-se:

$$1\ x\ 20 = 20$$
$$\frac{20}{4} = \frac{10}{2} = 5$$

PORÉM..... você deverá ensinar aos seus alunos o cálculo através dos conhecimentos prévios construídos até esse momento, isto é, através do conceito da fração. Ainda não trabalharemos com a multiplicação, ok?

Então, 20 seria a parte inteira que deverá ser dividida em 4 partes, sendo considerada apenas uma dessas partes, assim, 20 ÷ 4 = 5. Uma das partes equivale a 5, logo, $\frac{1}{4}\ de\ 20 = 5$. Esse procedimento poderá mostrar se as dinâmicas realizadas até esse momento estão gerando indícios de uma aprendizagem significativa, visto que os estudantes conseguirão aplicar o conceito de fração em uma situação diferente das trabalhadas até então.

Também constam no apêndice duas atividades para serem entregues caso o professor desejar avaliar como está a aprendizagem da turma, verificando se existe alguma dificuldade ou dúvida para ser retomada.

Leitura das frações

A primeira coisa que devemos considerar é que o denominador deve indicar em quantas partes a unidade será dividida. Vamos dar um nome a cada uma dessas partes. Se, por exemplo, a unidade é dividida em duas partes iguais, cada uma dessas partes será chamada de *meio*; se for dividido em três, *terços*; se em quatro, *quartos*, e assim por diante.

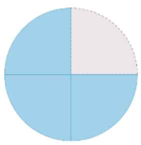
Partes que a unidade é dividida	Nome de cada uma das partes
2	*Meios*
3	*Terços*
4	*Quartos*
5	*Quintos*
6	*Sextos*
7	*Sétimos*
8	*Oitavos*
9	*Nonos*
10	*Décimos*
11	*Onze avos*
12	*Doze avos*
⋮	⋮

A tabela ao lado mostra os nomes que recebem as partes quando uma unidade é dividida. A partir do onze, acrescentamos a palavra avos depois do número: *onze avos*, *doze avos*, *treze avos*, e assim sucessivamente.

Dessa forma, **quando você ler uma fração, primeiro menciona o numerador, em seguida a quantidade de partes de onde está pegando**. Por exemplo, a fração que lemos como *sete nonos,* significa que pegamos sete partes depois de dividir a unidade em nove.

É importante reconhecer que quando dizemos as frações, estamos fazendo a mesma coisa que contar qualquer outro tipo de objetos.

Na imagem a seguir, quantas bolas existem? Qual expressão representa a fração do círculo abaixo?



Quando identificamos que se trata do mesmo tipo de objetos, é mais fácil contar e responder que existem *quatro bolas*. No caso das frações, acontece a mesma coisa, basta notar que as partes são *quartos* e, depois disso, podemos contar e dizer facilmente que são três, *três quartos*.

Disponível em: https://edu.gcfglobal.org/pt/numeros-fracionarios/como-ler-as-fracoes/1/. Acesso em: 02 fev. 2023.

Exercícios aplicações das frações

3) Observe a foto ao lado e responda:
a) Que fração representa o total de pessoas nessa foto?
b) Que fração representa o número de meninos nessa foto?
c) Que fração representa o número de meninas nessa foto?

4) Lucas tem 3 anos. A idade de Lucas é igual a $\frac{3}{5}$ da idade de sua prima. Quantos anos tem a prima de Lucas?

5) Ricardo ficou doente e precisou faltar algumas aulas. Ele sabe que não pode faltar mais de $\frac{1}{4}$ das aulas dadas. Se a classe de Ricardo tiver 180 aulas de Matemática durante o ano, qual é o número máximo de faltas que ele poderá ter nessa disciplina?

6) Alexandro leu 10 páginas de uma revista e Maurício leu 28 páginas de um livro. Desse modo, Alexandre leu $\frac{2}{5}$ da revista e Maurício leu $\frac{4}{5}$. Quantas páginas tem a revista e o livro?

7) Sabe-se que $\frac{2}{7}$ de um número é 14.

a) Quanto é $\frac{1}{7}$ desse número?
b) Qual é o número?

6) Como devem ser lidas estas frações?
a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{4}{7}$ c) $\frac{11}{50}$ d) $\frac{9}{1000}$ e) $\frac{5}{12}$ f) $\frac{7}{13}$

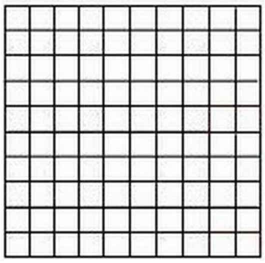
7) Que fração está indicada em cada item?
a) quatrocentos e vinte e três milésimos
b) dois décimos
c) sete vinte avos
d) três centésimos
e) três quintos

8) Calcule quanto é:

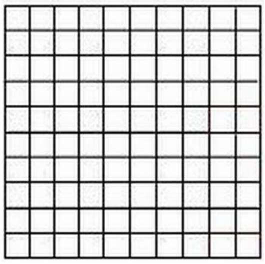
a) $\frac{1}{4}$ de 20 b) $\frac{1}{5}$ de 30 c) $\frac{1}{3}$ de 24 d) $\frac{5}{7}$ de 14 e) $\frac{3}{4}$ de 24 f) $\frac{2}{5}$ de 20

9) Nas grades a seguir, pinte a fração equivalente a:

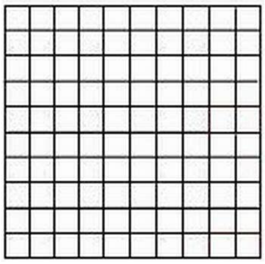
a) $\frac{1}{2}$



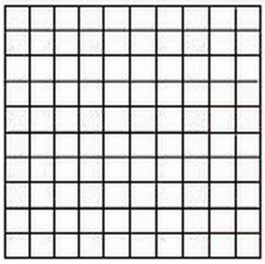
b) $\frac{1}{4}$



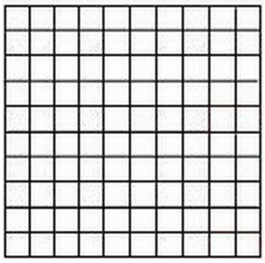
c) $\frac{1}{100}$



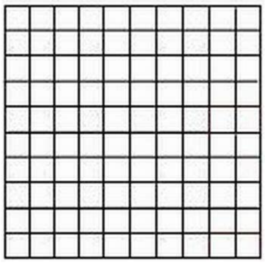
d) $\frac{25}{50}$



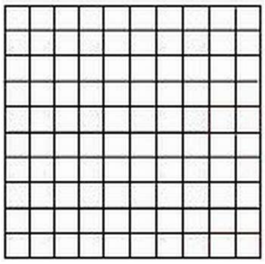
e) $\frac{25}{100}$



f) $\frac{2}{50}$



g) $\frac{4}{100}$



10) Que fração representa:

a) 8 horas de um dia?

b) 2 dias da semana?

c) 5 meses de um ano?

11) Represente, através de desenhos, as frações da questão anterior.

RESOLVA PARA ENTREGAR

1) Você deve descobrir qual é o número abaixo. Explique como você pensou para resolver essa situação e faça um desenho representando cada uma das letras.

a) $\frac{1}{3}$ dele é 5.

DESENHO:

b) $\frac{4}{5}$ dele é 28

DESENHO:

2) Na questão 8 da lista anterior, você calculou quanto era $\frac{1}{4}$ de 20 e $\frac{3}{4}$ de 24. Explique quais os resultados e como você fez para resolver.

GABARITO

1) a) $\frac{9}{9}$ b) $\frac{5}{9}$ c) $\frac{4}{9}$

2) 5 anos.

3) 45 faltas.

4) A revista possui 25 páginas e o livro 35 páginas.

5) a) 7

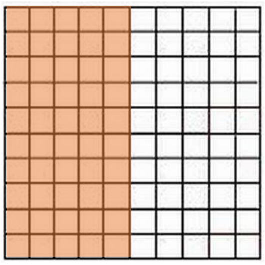
   b) 49

6) a) Um sexto
   b) Quatro sétimos
   c) Onze cinquenta avos
   d) Nove milésimos / nove mil avos
   e) Cinco doze avos
   f) Sete treze avos

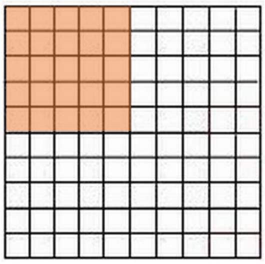
7) a) $\frac{423}{1000}$ b) $\frac{2}{10}$ c) $\frac{7}{20}$ d) $\frac{3}{100}$ e) $\frac{3}{5}$

8) a) 5 b) 6 c) 8 d) 10 e) 18 f) 8

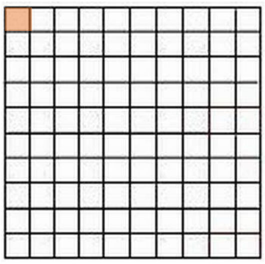
9) a)



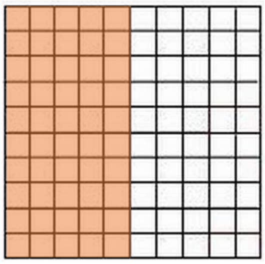
b)



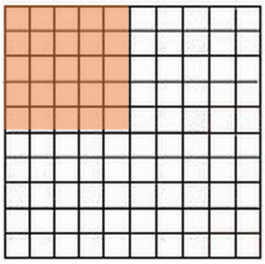
c)



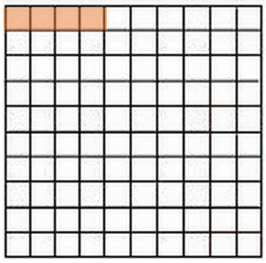
d)



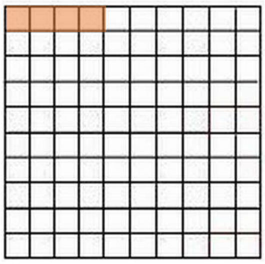
e)



f)



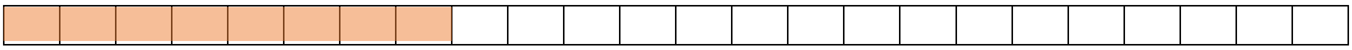
g)



10) a) $\frac{8}{24}$ b) $\frac{2}{7}$ c) $\frac{5}{12}$

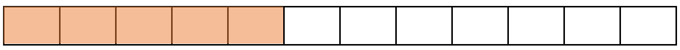
11)

a)



b)

c)



RESOLVA PARA ENTREGAR

1) a) 15 b) 35

2) Resposta pessoal.

7º MOMENTO

Frações equivalentes – Dinâmica Cuisenaire

Tempo de duração: 5 horas-aula

Materiais necessários: escala cuisenaire e atividades apêndice H

Para dar início às frações equivalentes, indica-se usar a escala cuisenaire. Esse material é formado por peças em que cada cor possui um tamanho.

A dinâmica consistirá em responder alguns questionários utilizando o material como base. A cada questão, os alunos deverão efetuar o registro no caderno, tanto das barras coloridas, quanto da representação numérica e escrita. No apêndice H constam as questões que deverão ser respondidas com apoio do docente.

A partir disso, pode-se contextualizar a fração equivalente. No apêndice H, também constam as questões que os alunos deverão realizar sozinhos.

Professor, as questões e gabaritos dos apêndices foram feitas conforme as cores do material utilizado na aplicação. Refaça as questões de acordo com as cores do cuisenaire que você utilizará.

Caso você não tenha material suficiente para todos os alunos, você pode, se possível, acessar a escala no formato on-line através do QR code:

ou do site:
https://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/principal/fundamental/cuisenaire/cuisenaire.htm

Outra opção é utilizar esse material elaborado em EVA.

Questionários escala cuisenaire

Responder com o apoio do professor

1. Pegue a barrinha laranja, a qual representa a unidade de referência, e responda: quantas barrinhas vermelhas são necessárias para formar uma barra de mesmo tamanho que a barra laranja?
2. Agora, quantas beges são necessárias para formar uma barra do mesmo tamanho que a barra laranja?
3. Quantas pecinhas verde-claras são necessárias para formar uma barra do mesmo tamanho que a barra azul?
4. Que parte da unidade de referência – nesse caso, a barra laranja – representa a barrinha amarela?
5. Que parte da unidade de referência – nesse caso, a barra laranja – representa a barrinha bege?
6. Que parte a barrinha verde representa em relação à barra verde escuro?
7. Quantas barras vermelhas são necessárias para termos a barra marrom?
8. Quantas barras beges precisamos para ter uma barra preta?
9. De que formas podemos montar a barra laranja?

Responder de forma individual

1) Se a barra laranja representa a unidade de referência, qual a cor da barra que representa $\frac{1}{2}$?

2) Se a barra lilás representa a unidade de referência, qual a cor da barra que representa $\frac{1}{2}$?

3) Se a barra lilás representa a unidade de referência, qual a cor da barra que representa $\frac{1}{4}$?

4) Se a barra marrom representa a unidade de referência, qual a cor da barra que representa $\frac{1}{2}$?

5) Mudando a unidade de referência para a barra verde-escura, qual a cor da barra que representa $\frac{1}{3}$?

6) Se a barra azul representa a unidade de referência, qual a cor da barra que representa $\frac{1}{9}$?

7) Se a barra verde-escura representa a unidade de referência, qual a cor da barra que representa $\frac{2}{3}$ dela?

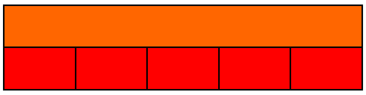
8) Se a barra laranja representa a unidade de referência, qual a cor da barra que representa $\frac{4}{5}$ dela?

9) Que fração representa a barra bege em relação a todas as outras barras?

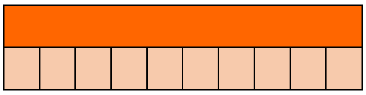
GABARITO

COM APOIO DO PROFESSOR

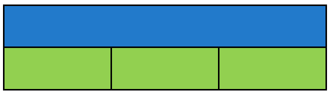
1) 5



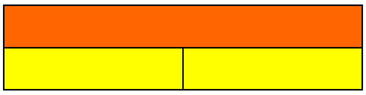
2) 10



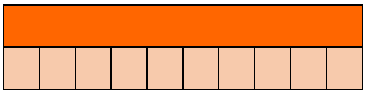
3) 3



4) $\frac{1}{2}$ um meio

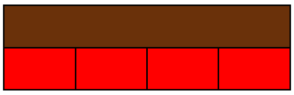


5) $\frac{1}{10}$ décimo

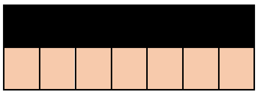


6) $\frac{1}{2}$ um meio

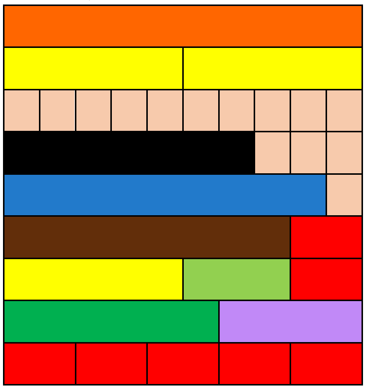
7) 4 barras



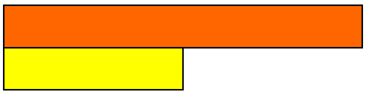
8) 7 barras

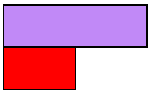


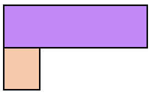
9) Várias possibilidades, estimule os estudantes.
Alguns exemplos:

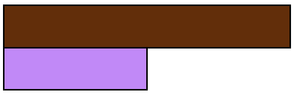


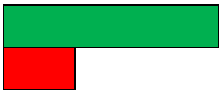
INDIVIDUAL

1) Amarela 

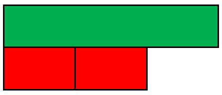
2) Vermelha 

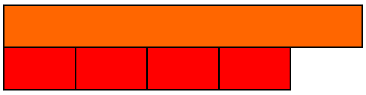
3) Bege 

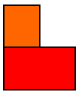
4) Lilás 

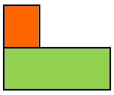
5) Vermelha 

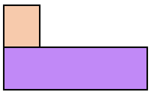
6) Bege 

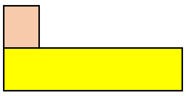
7) Vermelha 

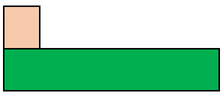
8) Vermelha 

9) $\frac{1}{2}$ um meio 

$\frac{1}{3}$ um terço 

$\frac{1}{4}$ um quarto 

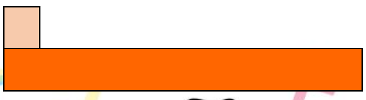
$\frac{1}{5}$ um quinto 

$\frac{1}{6}$ um sexto 

$\frac{1}{7}$ um sétimo 

$\frac{1}{8}$ um oitavo 

$\frac{1}{9}$ um nono 

$\frac{1}{10}$ um décimo 

8º MOMENTO

Tabela de frações equivalentes

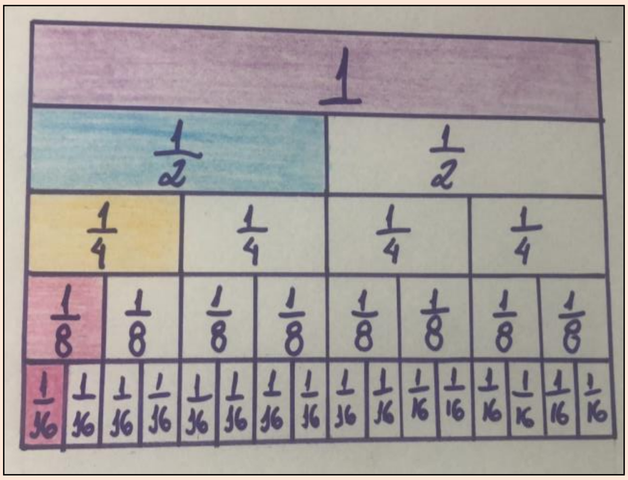
Tempo de duração: 5 horas-aula

Materiais necessários: 1 folha de ofício por aluno, régua e atividades apêndice I

Para construir uma tabela de frações equivalentes, será utilizada como referência a dinâmica da folha de papel sulfite. Cada aluno deverá receber 1 folha de ofício branca, na qual deverão desenhar 5 retângulos contendo 16 centímetros de comprimento e 2 centímetros de largura, um abaixo do outro.

O primeiro retângulo corresponde à folha de sulfite inteira; logo, deverão escrever neste retângulo o número 1 e colorir. Para o segundo retângulo, os alunos deverão ser questionados em quantas partes ficou dividida a folha quando foi efetuado o primeiro recorte, sendo orientados a fazerem a divisão do segundo retângulo em duas partes, escrevendo a fração que representa cada uma dessas partes e colorir apenas uma delas. E, assim, sucessivamente até as duas próximas etapas.

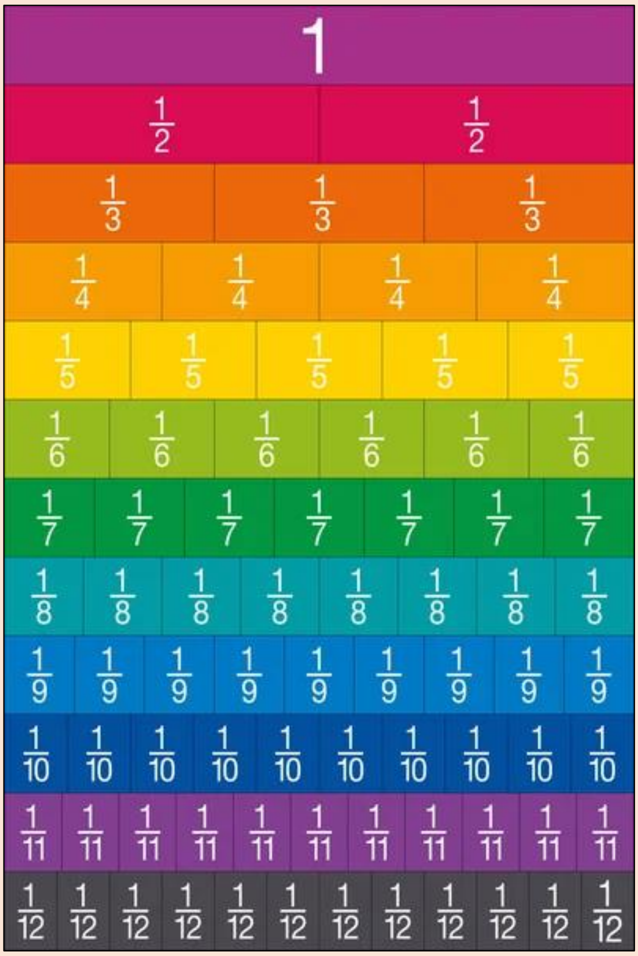
Professor, o registro na folha deve ficar da seguinte maneira para que os alunos visualizem as equivalências:



Após a realização da tabela, o professor poderá conversar com a turma sobre as equivalências que apareceram na atividade, podendo elencar no quadro:

- $1 = \frac{2}{2} = \frac{4}{4} = \frac{8}{8} = \frac{16}{16}$
- $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8} = \frac{8}{16}$
- $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{12}{16}$
- $\frac{7}{8} = \frac{14}{16}$

Professor, para que fique claro que a construção dessa tabela foi apenas um exemplo, você pode entregar para os seus alunos uma tabela de equivalência mais completa (está disponível no anexo para impressão) e explicar mais equivalências a partir dela.



É importante que a equivalência também apareça dessa forma:

$$\frac{8}{16} = \frac{4}{8} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

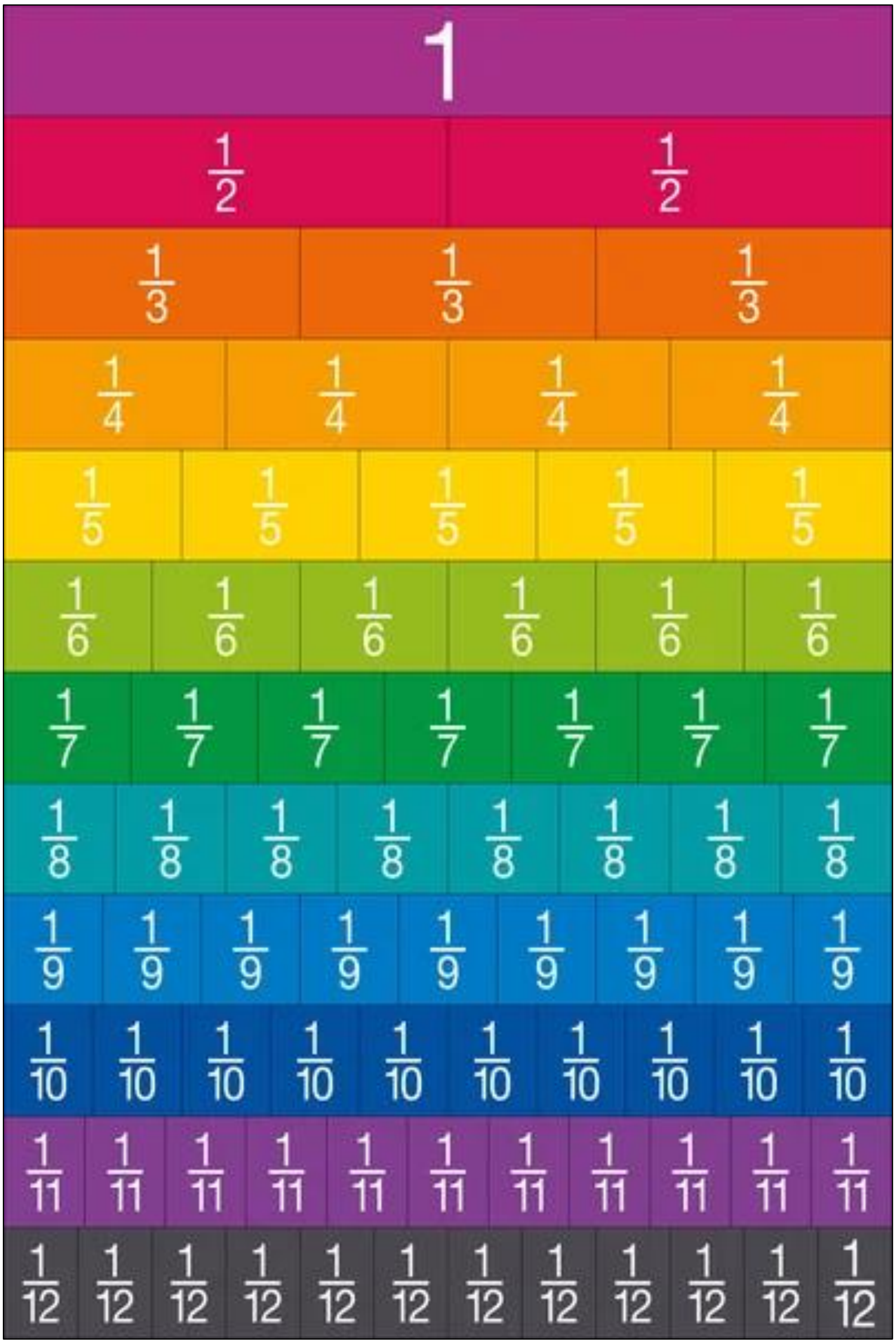
para que, a partir do diálogo, os alunos percebam que se trata de uma "queda", explicando, assim, o processo de simplificação e fração irredutível.

Para finalizar o momento, a turma fará duas atividades do apêndice I.

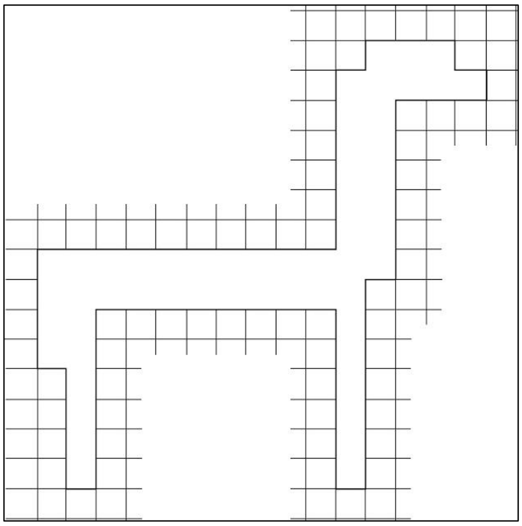
<u>Primeira</u>: atividade da girafa utilizando a escala cuisenaire.

<u>Segunda:</u> algumas contextualizações e exercícios.

Frações equivalentes



Atividade girafa - escala cuisenaire



1) Siga a imagem ao lado e, com o material de cuisenaire, desenhe essa figura sobre a classe. Após, faça esse desenho em seu caderno e pinte cada espaço com a cor equivalente à peça utilizada. (Lembre-se de usar os tamanhos corretos das peças.)

Por último, escreva no formato de adição de frações a quantidade equivalente às pinturas realizadas.

(Imagem disponível em: https://sites.google.com/site/janainapromatematica/escala-cuisenaire-i. Acesso em: 11 fev. 2023)

2) Um estudante disse que $\frac{3}{4}$ e $\frac{5}{6}$ são do mesmo tamanho porque ambas têm uma parte faltando. Você concorda? Explique utilizando figuras para esclarecer seu raciocínio.

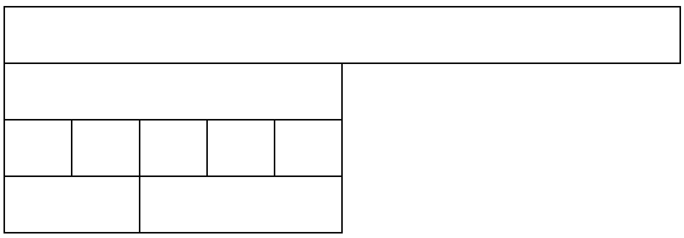
3) Cerca de quão grande é $\frac{4}{5}$ do retângulo abaixo? Mostre colorindo o retângulo.

4) Qual fração é maior: $\frac{2}{3}$ ou $\frac{3}{2}$? Use palavras e figuras para explicar sua resposta.

Contextualizações e exercícios

<u>Frações equivalentes</u>

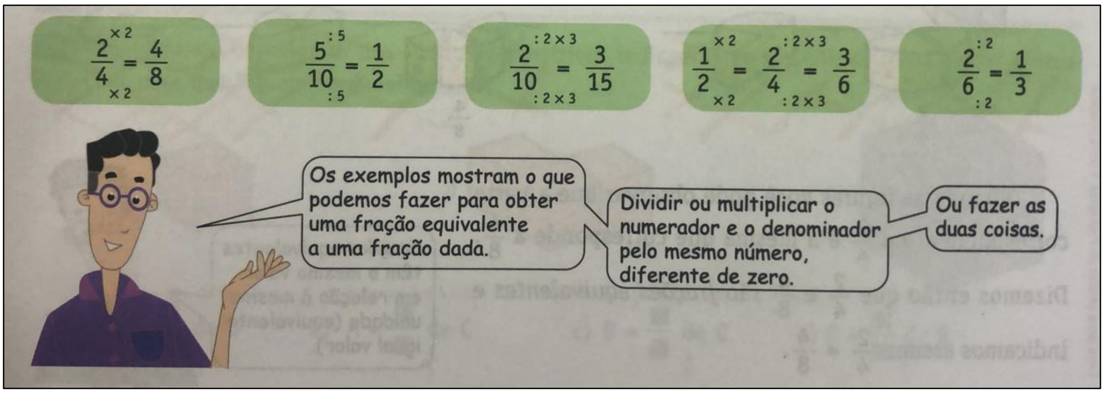
Considerando a região retangular formada pela peça laranja como um inteiro, cada peça retangular amarela do cuisenaire representa qual parte do inteiro? E 1 peça verde e 1 peça vermelha, juntas, representam qual parte do inteiro? E 5 peças beges, juntas, representam qual parte do inteiro? Pinte as peças abaixo.



Vamos dividir a unidade de referência, que é a peça laranja, em 2 partes iguais e pintar 1 delas de azul claro. A parte pintada representa $\frac{1}{2}$ do inteiro. Compare a parte representada pela fração $\frac{5}{10}$ com a parte representada pela fração $\frac{1}{2}$. O que podemos concluir? ____.

Portanto, as frações $\frac{1}{2}$ e $\frac{5}{10}$ são chamadas de ____.

Observe o que acontece com as frações equivalentes nos casos a seguir:



Agora, realize as atividades a seguir.

1) Escreva:

a) Mais uma fração equivalente a $\frac{2}{4}$ e a $\frac{4}{8}$.

b) A fração de denominador 10, que também é equivalente a $\frac{2}{4}$.

c) A fração de numerador 10, equivalente a $\frac{2}{4}$.

2) Analise estas situações:

Pedro gastou $\frac{2}{10}$ de 30 reais

Cláudio gastou $\frac{1}{6}$ de 30 reais

Laura gastou $\frac{3}{15}$ de 30 reais

Calcule quanto gastou cada um e depois responda: dessas três frações, quais são equivalentes?

3) Substitua o * pelo número que está faltando.

a) $\frac{3}{7} = \frac{21}{*}$ b) $\frac{18}{20} = \frac{*}{10}$ c) $\frac{6}{9} = \frac{2}{*} = \frac{*}{15}$

Simplificação de frações

Quando dividimos o numerador e o denominador de uma fração pelo mesmo número, diferente de zero, dizemos que foi feita a simplificação da fração, pois a fração obtida é equivalente a ela, porém mais simples. Veja estes exemplos:

$\frac{10}{14} \overset{:2}{=} \frac{5}{7}$

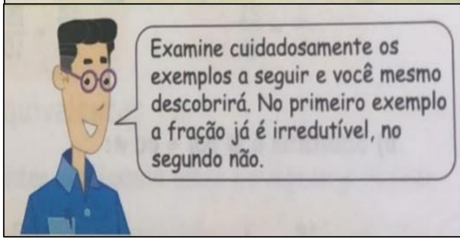
$\frac{12}{30} \overset{:2}{=} \frac{6}{15} \overset{:3}{=} \frac{2}{5}$

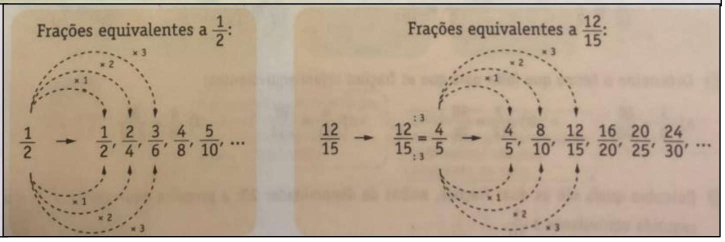
$\frac{100}{125} \overset{:5}{=} \frac{20}{25} \overset{:5}{=} \frac{4}{5}$

$\frac{7}{21} \overset{:7}{=} \frac{1}{3}$

$\frac{24}{40} \overset{:2}{=} \frac{12}{20} \overset{:2}{=} \frac{6}{10} \overset{:2}{=} \frac{3}{5}$

A fração $\frac{4}{9}$ não pode ser simplificada, porque não podemos dividir 4 e 9 pelo mesmo número e obter uma fração mais simples do que ela. Nesse caso, dizemos que $\frac{4}{9}$ é uma fração *irredutível*.





1) Simplifique até chegar em uma fração irredutível:
   a) $\frac{21}{28}$ b) $\frac{16}{25}$ c) $\frac{9}{45}$ d) $\frac{108}{144}$ e) $\frac{16}{32}$ f) $\frac{18}{32}$ g) $\frac{72}{240}$

2) Quando simplificamos uma fração, seu valor aumenta, diminui ou fica o mesmo?

3) Sabendo que o 6º ano A tem 14 meninos e 21 meninas, determine:
a) a fração da classe que os meninos representam;
b) a fração da classe que as meninas representam;

4) Um caminhoneiro já percorreu 200 km e ainda faltam 40 km para completar um percurso. Que fração do percurso ele já percorreu?

5) Segundo a notícia do jornal ao lado, qual é a fração irredutível que deve aparecer onde está o quadrado preto?

6) Analise a discussão entre Pedro e Gabriel.

Pedro: *"$\frac{4}{32}$ é equivalente a $\frac{10}{80}$ porque o 4 cabe 8 vezes no 32 e o 10 cabe 8 vezes no 80. Então, podemos dizer que cada numerador cabe a mesma quantidade de vezes em seu numerador".*

Gabriel: *"$\frac{4}{32}$ não é equivalente a $\frac{10}{80}$ porque não há nenhum número natural que multiplicado por 4 dê 10, então não existe uma fração equivalente a $\frac{4}{32}$ com numerador 10."*

O que você pensa sobre os argumentos de Pedro e Gabriel? As frações $\frac{4}{32}$ e $\frac{10}{80}$ são equivalentes?

7) Indique, em cada caso, se as frações são equivalentes ou não.
   a) $\frac{7}{8}$ e $\frac{42}{40}$ b) $\frac{12}{8}$ e $\frac{108}{45}$ c) $\frac{34}{8}$ e $\frac{102}{24}$ d) $\frac{24}{7}$ e $\frac{121}{35}$
   e) $\frac{6}{10}$ e $\frac{9}{15}$ f) $\frac{21}{6}$ e $\frac{625}{186}$ g) $\frac{32}{6}$ e $\frac{112}{18}$ h) $\frac{4}{6}$ e $\frac{35}{40}$

GABARITO

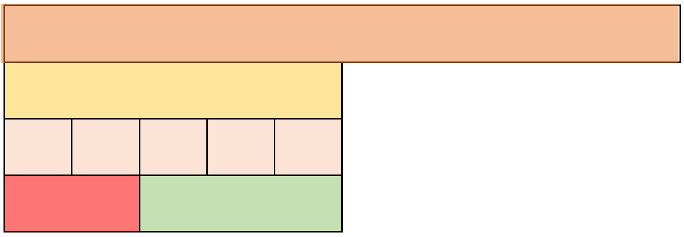
i. Resposta pessoal.
ii. Resposta pessoal.
iii.

iv. $\frac{2}{3}$ é maior. Justificativa pessoal.

Contextualizações e exercícios

Frações equivalentes

Considerando a região retangular formada pela peça laranja como um inteiro, cada peça retangular amarela do cuisenaire representa qual parte do inteiro? E 1 peça verde e 1 peça vermelha, juntas, representam qual parte do inteiro? E 5 peças beges, juntas, representam qual parte do inteiro? Pinte as peças abaixo.



Vamos dividir a unidade de referência, que é a peça laranja, em 2 partes iguais e pintar 1 delas de azul claro. A parte pintada representa $\frac{1}{2}$ do inteiro. Compare a parte representada pela fração $\frac{5}{10}$ com a parte representada pela fração $\frac{1}{2}$. O que podemos concluir? Que são iguais.

Portanto, as frações $\frac{1}{2}$ e $\frac{5}{10}$ são chamadas de Frações equivalentes.

Observe o que acontece com as frações equivalentes nos casos a seguir:

1) a) Várias possibilidades
   b) $\frac{5}{10}$
   c) $\frac{10}{20}$

2) Pedro gastou R$6,00. Cláudio gastou R$5,00. Laura gastou R$6,00. São equivalentes as frações $\frac{2}{10}$ e $\frac{3}{15}$

3) a) $\frac{21}{49}$ b) $\frac{9}{10}$ c) $\frac{2}{3}$ e $\frac{10}{15}$

Simplificação de frações

1) a) $\frac{3}{4}$ b) $\frac{16}{25}$ c) $\frac{1}{5}$ d) $\frac{3}{4}$ e) $\frac{1}{2}$ f) $\frac{9}{16}$ g) $\frac{3}{10}$

2) Quando simplificamos, apesar de alterar os valores, as frações ficam com o mesmo valor.

3) a) $\frac{14}{35}$ b) $\frac{21}{35}$

4) $\frac{200}{240}$ ou $\frac{5}{6}$

5) $\frac{7}{8}$

6) As frações são equivalentes. Justificativa pessoal.

7) a) Sim b) Não c) Sim d) Não e) Sim f) Não g) Não h) Não

9º MOMENTO

Comparação de frações

Tempo de duração: 3 horas-aula

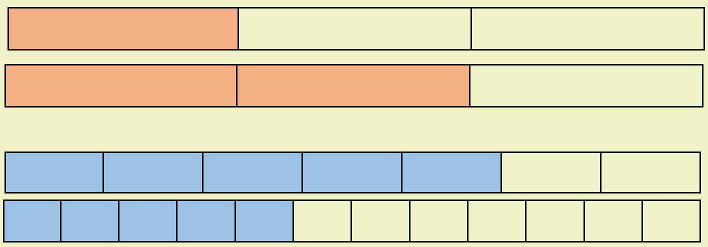
Materiais necessários: atividades apêndice J

Neste encontro, o objetivo será trabalhar com os alunos sobre a comparação das frações e relacioná-las com situações problemas. Os estudantes já tiveram contato com essas comparações na dinâmica da folha de papel sulfite e, portanto, possuem conhecimentos prévios para verificar casos em aplicações e continuar a enriquecer a capacidade cognitiva.

Sendo assim, o professor deve colocar duas frações no quadro para serem feitas as comparações de representações semióticas através dos desenhos e da forma numérica, como a seguir.

$\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{3}$

$\frac{5}{7}$ e $\frac{5}{12}$



Professor! Você deve deixar claro para os estudantes que para comparar frações através do desenho, os inteiros devem ser do mesmo tamanho, apenas divididos em partes diferentes.

Na sequência, você deve instruir os estudantes a realizarem as atividades conforme o apêndice J. Se necessário, realize as primeiras questões com eles e ressalte a comparação através do desenho geométrico.

Caso a turma demonstre dificuldade, retome o conceito da fração, frisando o inteiro dividido em partes iguais.

Atividades comparação de frações

1) Neste bimestre, a professora de Português pediu que os alunos lessem um livro. Sérgio leu $\frac{2}{7}$ do livro em 6 horas. Bárbara gastou 3 horas para ler $\frac{3}{5}$ do mesmo livro.

a) Quem leu mais páginas do livro?
b) Mantendo esse ritmo, quantas horas Sérgio ainda vai demorar para ler todo o livro?
c) Quantas horas Bárbara precisa para concluir a leitura?

2) Mariana e Viviane combinaram ir de bicicleta de Uberlândia até Uberaba, mas não aguentaram e pararam no caminho. Mariana percorreu $\frac{7}{10}$ da estrada e Viviane percorreu $\frac{9}{11}$. Qual delas chegou mais perto do destino?

3) Utilize os símbolos: <, > ou = nas sentenças a seguir e faça os desenhos correspondentes:

a) $\frac{1}{2}$ $\quad$ $\frac{1}{3}$ b) $\frac{2}{5}$ $\quad$ $\frac{2}{7}$ c) $\frac{1}{4}$ $\quad$ $\frac{2}{5}$

4) Tenho dois cintos iguais, um azul e um roxo. No cinto azul, farei um corte $\frac{3}{8}$ de seu comprimento e $\frac{3}{5}$ do roxo. Qual dos dois cintos ficará mais comprido?

5) Várias crianças abriram uma caixa de chocolates, repartiram e comeram alguns. Observe as informações do quadro e responda:

NOME	QUANTIDADE DE CHOCOLATE
Alberto	$\frac{1}{2}$
Vitor	$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$
João Pedro	$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$
Gustavo	$\frac{3}{4}$
Maria Clara	$\frac{3}{6}$

1. Quais crianças comeram a mesma quantidade?
2. Quem comeu mais?

6) O time de basquete de futebol masculino da escola de Ricardo está na foto ao lado. Cada jogador vai receber uma fração para colocar na camiseta. A fração maior fica com o jogador mais alto, a menor para o mais baixo.

$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{7}{15}$

Coloque as frações em ordem crescente e descubra para qual jogador ela irá.

7) No campeonato, o time da escola de Ricardo ganhou $\frac{5}{8}$ dos jogos que disputou, e o time de uma outra escola ganhou $\frac{7}{16}$ do mesmo total de jogos. Qual dos dois times obteve melhor classificação?

GABARITO

1) a) Bárbara
   b) 15 horas
   c) 2 horas

2) Viviane.

3) a) $\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$ b) $\frac{2}{5} > \frac{2}{7}$ c) $\frac{1}{4} < \frac{2}{5}$

4) O cinto azul ficará maior pois o corte será menor.

5) a) Alberto e Maria – Vítor, João Pedro e Gustavo.

   b) Vítor, João Pedro e Gustavo.

6) $\frac{7}{15}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{5}{6}$

7) O time de Ricardo

10º MOMENTO

Tipos de frações

Tempo de duração: 4 horas-aula

Material necessário: atividades apêndice K

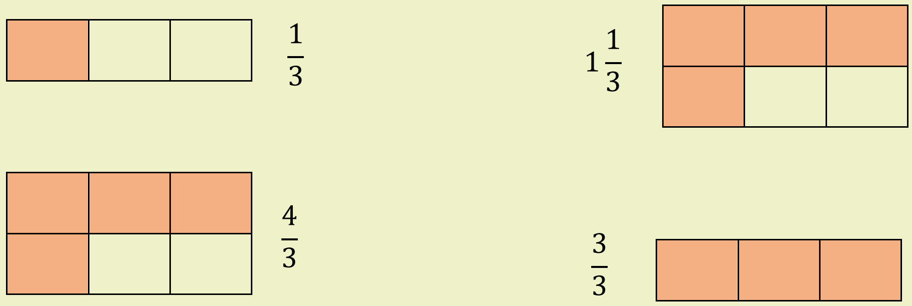
Neste momento, deve-se nomear os tipos existentes de frações, fazendo com que os alunos efetuem as ligações do que já aprenderam nos momentos anteriores com os nomes apresentados.

Professor, coloque no quadro os nomes: fração aparente, fração própria, fração imprópria e número misto. Questione aos seus estudantes:

- Existem todos esses tipos de frações?
- O que vocês acham que significam esses nomes?
- Vocês acham que uma fração pode possuir o numerador maior que o denominador?

A partir das respostas da turma você pode ir colocando no quadro os comentários que surgiram, partindo assim, do que eles já conhecem para conceitualizar os tipos de frações.

A partir desse diálogo inicial, efetue os seguintes desenhos no quadro para que, com ajuda dos alunos, classifique cada uma delas como aparente, própria, imprópria e número misto.



O ideal é que você faça os desenhos com os inteiros do mesmo tamanho para que os alunos realmente vejam a diferença entre os tipos de frações.

Espera-se que eles notem que existem dois desenhos iguais e escritos de formas diferentes. Caso não visualizem, você pode questioná-los sobre isso. Esse é o momento de mostrar que um número misto pode ser transformado em fração imprópria e vice-versa.

Com as representações geométricas, ficará fácil para os alunos identificarem cada tipo de fração, podendo então conceituá-las.

Após um diálogo com a turma, no apêndice K, constam exercícios referentes a esses conceitos.

Professor, para tornar essa transformação de número misto para fração imprópria (e vice-versa) mais visível, você pode utilizar o exemplo do filme Harry Potter e a Pedra Filosofal, em que a plataforma de acesso é um número misto.

No último exercício do apêndice K, consta a tarefa de uma receita. A ideia é que os alunos levem uma receita que contenha frações nos ingredientes e represente na forma numérica e em desenho essas quantidades.

Dica 1

Peça aos seus alunos, se possível, para além da receita, levarem também a comida para compartilhar com a turma.

Dica 2

Faça um painel para expor as receitas entregues pelos alunos.

Atividades tipos de frações

1) Identifique as frações apresentadas na sequência como próprias, impróprias ou aparentes, fazendo o desenho de cada uma delas:

a) $\frac{3}{7}$ b) $\frac{4}{3}$ c) $\frac{2}{8}$ d) $\frac{15}{10}$ e) $\frac{3}{3}$ f) $\frac{10}{5}$ g) $\frac{7}{7}$ h) $\frac{10}{3}$ i) $\frac{5}{2}$

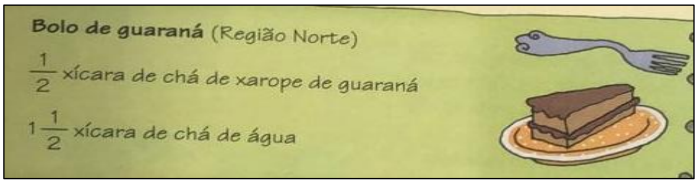
2) Transforme os números mistos em frações impróprias:

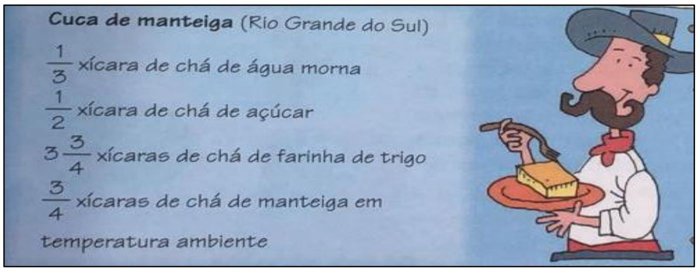
a) $3\frac{1}{4}$ b) $5\frac{1}{3}$ c) $1\frac{3}{5}$ d) $2\frac{4}{5}$ e) $8\frac{1}{3}$ f) $9\frac{1}{5}$

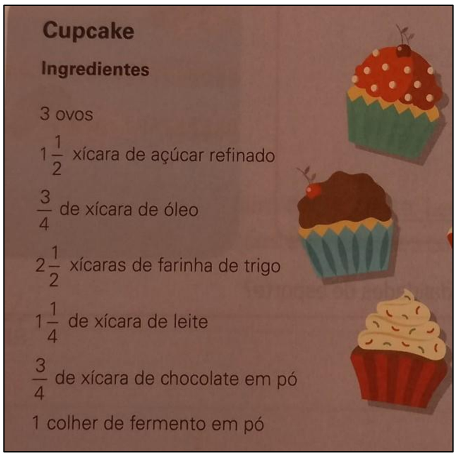
3)Transforme as frações impróprias em números mistos:

a) $\frac{9}{5}$ b) $\frac{8}{3}$ c) $\frac{15}{13}$ d) $\frac{12}{5}$ e) $\frac{9}{4}$ f) $\frac{18}{11}$

4) Na imagem seguinte, pode-se visualizar algumas receitas com uma breve história:







a) Coloque em forma decrescente os números racionais que aparecem na forma mista.
b) Quais números racionais estão representados por frações menores que 1 inteiro?
c) Compare a quantidade de xarope de guaraná do bolo com a quantidade de açúcar da cuca. O que podemos concluir?
d) Em qual das receitas aparece o maior número racional? Qual é ele?
e) Traga para a próxima aula uma receita que sua família gosta de fazer, represente as medidas dos ingredientes com números racionais e faça os desenhos correspondentes.

GABARITO

1) a) $\frac{3}{7}$ Própria b) $\frac{4}{3}$ Imprópria c) $\frac{2}{8}$ Própria d) $\frac{15}{10}$ Imprópria e) $\frac{3}{3}$ Aparente
f) $\frac{10}{5}$ Imprópria g) $\frac{7}{7}$ Aparente h) $\frac{10}{3}$ Imprópria i) $\frac{5}{2}$ Imprópria

2) a) $\frac{13}{4}$ b) $\frac{16}{3}$ c) $\frac{8}{5}$ d) $\frac{14}{5}$ e) $\frac{25}{3}$ f) $\frac{46}{5}$

3) a) $1\frac{4}{5}$ b) $2\frac{2}{3}$ c) $1\frac{2}{13}$ d) $2\frac{2}{5}$ e) $2\frac{1}{4}$ f) $1\frac{7}{11}$

4) a) $3\frac{3}{4}$, $2\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{4}$

b) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{4}$

c) São iguais.

d) Na cuca de manteiga. $3\frac{3}{4}$

11º MOMENTO

Frações na reta numérica

Tempo de duração: 3 horas-aula

Materiais necessários: folhas A4, régua e atividades apêndice L

Inicialmente, para cada aluno, deverá ser entregue metade de uma folha A4, preferencialmente branca, (cortada na horizontal). Os alunos deverão desenhar, a partir das orientações do professor, uma reta de 27 centímetros. Após, deverão fazer uma flecha em cada ponta, indicando que está sendo feito apenas um pedaço da reta numérica, marcando o zero no início para, depois, fazer uma marcação a cada 5 centímetros, registrando os números na reta desta maneira: 0, 1, 2, 3, 4 e 5.

Professor, no quadro, faça uma reta semelhante à realizada pelos alunos, porém, em uma escala maior, para que eles possam acompanhar o passo a passo da tarefa. Ressalte a eles que as distâncias entre um número e outro na reta numérica precisam ser iguais.

A cada fração que será localizada na reta numérica deverão ser feitos também os desenhos geométricos, associando, assim, o número fracionário, o desenho e a reta numérica.

Professor, escolha as frações para serem localizadas na reta com cuidado para que não caia em dízimas periódicas. Pegue frações simples, no máximo 5 inteiros. Além do desenho, mostre aos seus alunos como subdividir a reta numérica, para que aprendam a localizar uma fração sem a utilização do desenho.

Algumas sugestões são:

$$\frac{1}{5}, \frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{3}, \frac{7}{3}, \frac{10}{2}, \frac{8}{5}, \frac{7}{2}, \frac{18}{4}, \frac{12}{3}, \frac{15}{3}$$

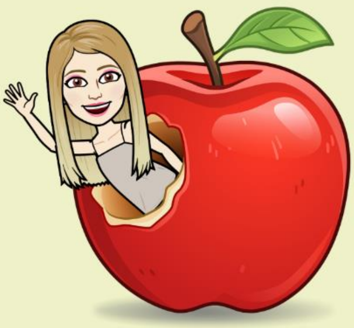
Importante mostrar essa localização através dos desenhos geométricos e da subdivisão da unidade.

Ao localizar as frações, lembre-se de questionar os alunos, por exemplo:

- A fração $\frac{1}{2}$, onde vocês acham que vai? Pode ser depois do um?
- Por que precisa ser antes do 1?
- E a fração $\frac{2}{2}$? Onde podemos colocar?

E assim por diante, buscando sempre relacionar o que eles já conhecem com o novo.

Lembre-se de reforçar que para localizar as frações na reta numérica através do desenho, os inteiros das frações precisam ser do mesmo tamanho.

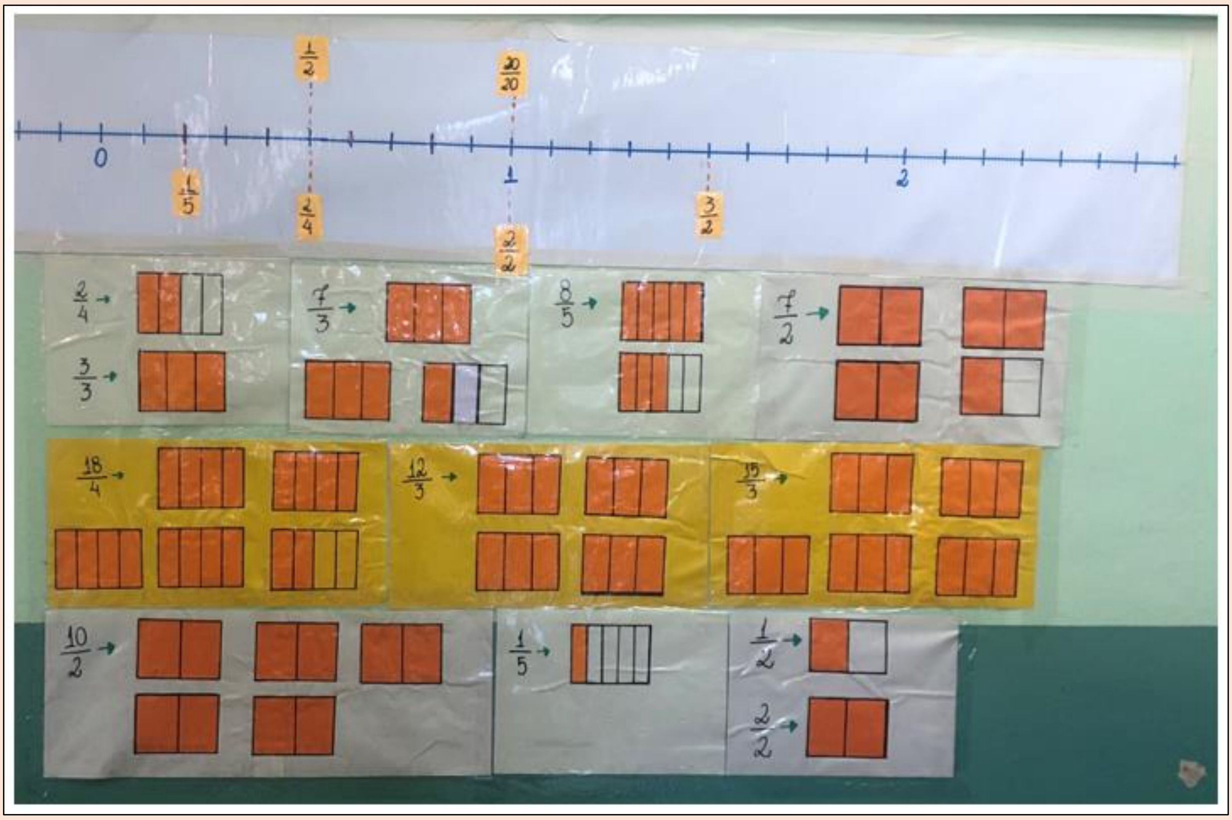


Outro detalhe que não pode ser esquecido, é que, nessa etapa, os alunos perceberão que uma representação fracionária pode possuir uma quantidade inteira, ou seja, pode também ser representada como um número natural.

Após a turma concluir as localizações das frações na reta numérica e as anotações, todos devem colar a sua atividade no caderno para realizar as atividades do apêndice L.

Outra dica para esse momento é produzir um material para deixar exposto na sala de aula, tanto a reta numérica quanto os desenhos das frações realizadas como exemplo.

Você ainda pode utilizar como um recurso para pedir aos alunos que localizem as frações. O material pode ser produzido da seguinte maneira:

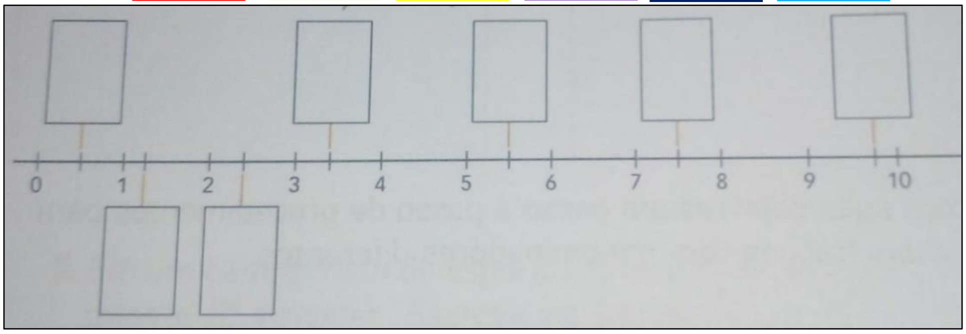


Atividade frações na reta numérica

Nesta atividade você deverá:

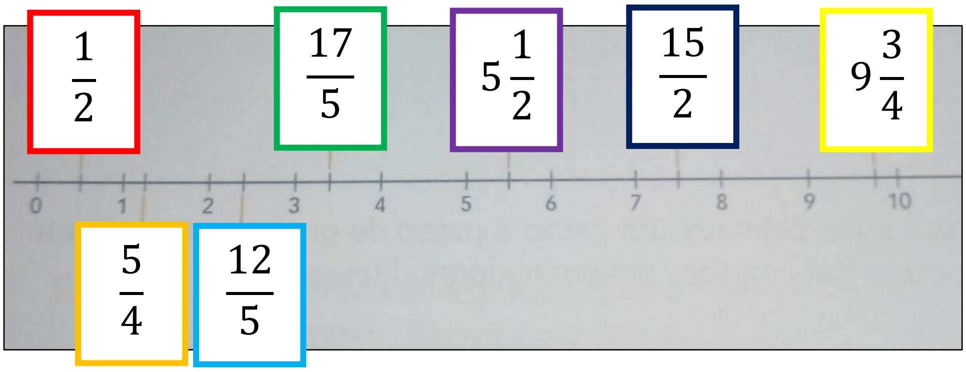
- Localizar cada uma das frações na reta numérica.
- Escrever as frações por extenso.
- Encontrar uma fração equivalente.
- Fazer um desenho que represente essa fração.

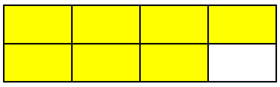
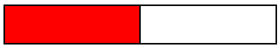
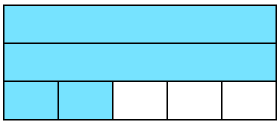
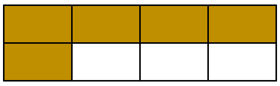
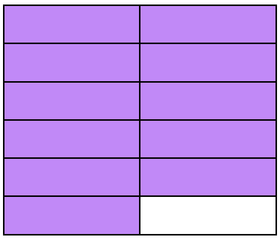
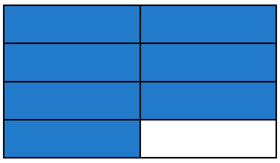
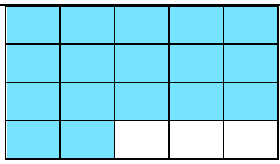
$\frac{17}{5}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{5}{4}$ $9\frac{3}{4}$ $5\frac{1}{2}$ $\frac{15}{2}$ $\frac{12}{5}$



$1\frac{3}{4}$ ESCRITA: FRAÇÃO EQUIVALENTE: DESENHO:	$\frac{1}{2}$ ESCRITA: FRAÇÃO EQUIVALENTE: DESENHO:
$\frac{12}{5}$ ESCRITA: FRAÇÃO EQUIVALENTE: DESENHO:	$\frac{5}{4}$ ESCRITA: FRAÇÃO EQUIVALENTE: DESENHO:
$5\frac{1}{2}$ ESCRITA: FRAÇÃO EQUIVALENTE: DESENHO:	$\frac{7}{2}$ ESCRITA: FRAÇÃO EQUIVALENTE: DESENHO:
$\frac{17}{5}$ ESCRITA: FRAÇÃO EQUIVALENTE: DESENHO:	

GABARITO



$1\frac{3}{4}$	ESCRITA: **um inteiro e três quartos** FRAÇÃO EQUIVALENTE: DESENHO: 	$\frac{1}{2}$	ESCRITA: **um meio** FRAÇÃO EQUIVALENTE: DESENHO: 
$\frac{12}{5}$	ESCRITA: **doze quintos** FRAÇÃO EQUIVALENTE: DESENHO: 	$\frac{5}{4}$	ESCRITA: **cinco quartos** FRAÇÃO EQUIVALENTE: DESENHO: 
$5\frac{1}{2}$	ESCRITA: **cinco inteiros e um meio** FRAÇÃO EQUIVALENTE: DESENHO: 	$\frac{7}{2}$	ESCRITA: **sete meios** FRAÇÃO EQUIVALENTE: DESENHO: 
$\frac{17}{5}$	ESCRITA: **dezessete quintos** FRAÇÃO EQUIVALENTE:		DESENHO: 

12º MOMENTO

Adição e subtração de frações – denominadores iguais e diferentes

Tempo de duração: 7 horas-aula

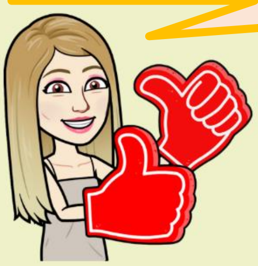
Material necessário: atividades apêndice M

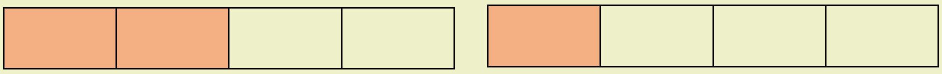
A ideia desse momento é trabalhar a adição e a subtração dos números fracionários, com denominadores iguais e diferentes, sendo de forma expositiva e com exercícios, conforme apêndice M. Os alunos já trabalharam de forma intuitiva a adição e a subtração de números fracionários com denominadores iguais nas aulas anteriores, então, a partir de algumas exemplificações que o professor efetuar no quadro, considerando também os desenhos, espera-se que os alunos compreendam de forma clara e fácil o procedimento.

Professor, resgate os exemplos que foram feitos de forma intuitiva na dinâmica da folha de papel sulfite e demonstre mais alguns casos no quadro, efetuando alguns desenhos.

Questione, a partir da atividade da folha sulfite, qual característica eles observam para poder adicionar as frações. Espera-se que vejam que o denominador é igual.

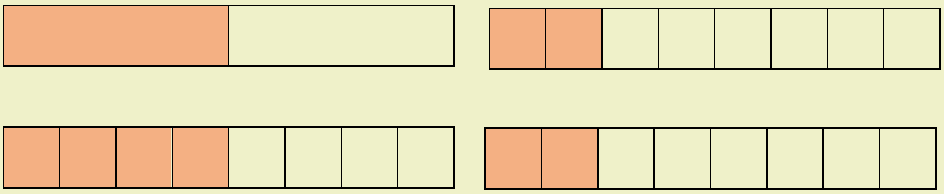
Assim, efetue alguns exemplos com desenhos, conforme exemplificado abaixo.





$$\frac{2}{4}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$$

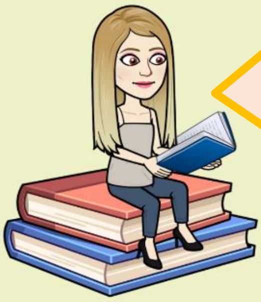
Lembre-se de demonstrar casos em que os denominadores são diferentes. Questione os alunos sobre como podemos efetuar a soma quando os denominadores são diferentes. Espera-se que lembrem que podemos fazer a transformação em fração equivalente. Mostre esse procedimento através do desenho também.



$$\frac{1}{2}+\frac{2}{8}$$

$$\frac{4}{8}+\frac{2}{8}=\frac{5}{8}$$

O professor poderá conduzir algumas interações, conforme achar necessário, para que os alunos percebam que basta transformar as frações em frações equivalentes. Como os alunos já viram a adição de forma intuitiva, é necessário apenas conduzi-los e contextualizar as operações.



Se achar necessário, passe alguns exercícios extras. Você também pode adaptar a explicação utilizando a escala cuisenaire. Acesse o Qr code e confira:

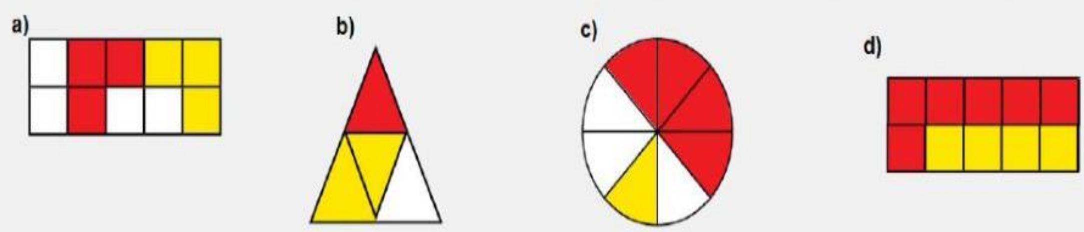
Atividades adição e subtração de frações

1) Resolva as operações a seguir:

a) $\frac{4}{7} + \frac{2}{7}$ b) $\frac{8}{5} - \frac{3}{5}$ c) $\frac{3}{10} + \frac{1}{4}$ d) $\frac{4}{5} - \frac{2}{3}$

e) $\frac{5}{8} - \frac{1}{4}$ f) $1\frac{1}{4} + 2\frac{1}{6}$ g) $1\frac{3}{10} - \frac{8}{9}$ h) $\frac{3}{25} + \frac{2}{5}$ i) $\frac{5}{8} - \frac{3}{8} - \frac{1}{8}$

2) Efetue a adição das partes pintadas de vermelho e amarelo representadas em cada uma das figuras.



___ + ___ = ___ ___ + ___ = ___ ___ + ___ = ___ ___ + ___ = ___

Continue realizando as operações de adição e subtração:

a) $\frac{3}{19} + \frac{2}{19} =$ ___ e) $\frac{2}{7} + \frac{1}{7} =$ ___ i) $\frac{7}{9} - \frac{1}{9} =$ ___

b) $\frac{4}{5} - \frac{1}{5} =$ ___ f) $\frac{7}{5} - \frac{4}{5} =$ ___ j) $\frac{1}{5} + \frac{2}{5} =$ ___

.

c) $\frac{7}{18} + \frac{5}{18} =$ ___ g) $\frac{1}{6} + \frac{5}{6} - \frac{1}{6} =$ ___ k) $\frac{9}{5} - \frac{6}{5} =$ ___

d) $\frac{3}{2} - \frac{2}{2} =$ ___ h) $\frac{1}{1} + \frac{9}{9} =$ ___ l) $\frac{8}{7} - \frac{5}{7} =$ ___

3) Efetue as operações abaixo e desenhe para conferir o cálculo:

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} =$ ____ + ____ = ____

b) $\frac{2}{6} - \frac{1}{15} =$ ____ − ____ = ____

c) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} =$ ____ + ____ = ____

d) $\frac{5}{6} - \frac{3}{10} =$ ____ − ____ = ____

e) $\frac{3}{8} + \frac{7}{10} =$ ____ + ____ = ____

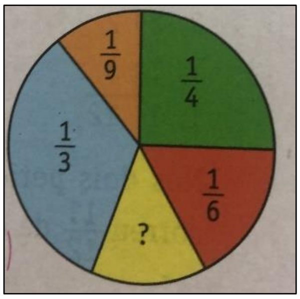
f) $\frac{3}{8} + \frac{1}{6} =$ ____ + ____ = ____

4) Roberta iniciou uma viagem com $\frac{5}{6}$ do tanque de gasolina abastecido e gastou durante essa viagem o equivalente a $\frac{1}{2}$ do tanque. A gasolina que sobrou equivale a que fração do tanque?

5) Pela manhã, um caminhoneiro percorreu $\frac{2}{3}$ de uma distância e, à tarde, $\frac{1}{4}$. Que fração da distância ele percorreu nos dois períodos?

6) Gilberto plantou $\frac{1}{4}$ de sua horta com tomates, $\frac{1}{5}$ com cenouras e o restante com verduras. Que fração representa a parte da horta que foi plantada com verduras?

7) Examine a figura a seguir e responda:



a) Que fração corresponde às partes verde e vermelha juntas?
b) Que fração representa a diferença entre a parte azul e a laranja?
c) Que fração representa a quantidade que a parte vermelha tem a menos do que a azul?
d) Que fração representa a parte amarela?

Apêndice M

GABARITO

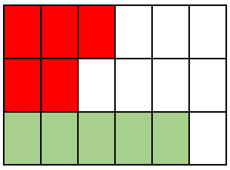
1) a) $\frac{6}{7}$ b) $\frac{5}{5}$ c) $\frac{11}{20}$ d) $\frac{2}{15}$ e) $\frac{3}{8}$ f) $\frac{41}{12}$ g) $\frac{37}{90}$ h) $\frac{13}{25}$ i) $\frac{1}{8}$

2) a) $\frac{3}{10}+\frac{3}{10}=\frac{6}{10}$ b) $\frac{1}{4}+\frac{2}{4}=\frac{3}{4}$ c) $\frac{4}{8}+\frac{1}{8}=\frac{5}{8}$ d) $\frac{6}{10}+\frac{4}{10}=\frac{10}{10}$

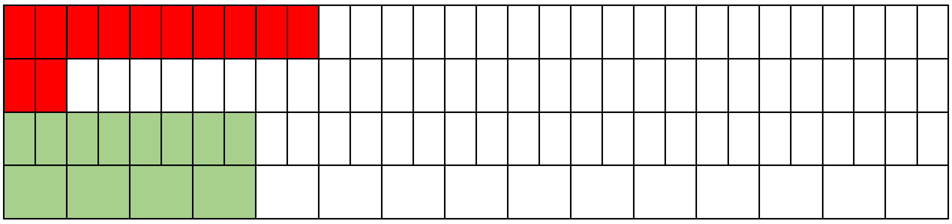
Continue realizando as operações de adição e subtração:

a) $\frac{5}{19}$ b) $\frac{3}{5}$ c) $\frac{12}{18}$ d) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{3}{7}$ f) $\frac{3}{5}$ g) $\frac{5}{6}$ h) 2 i) $\frac{6}{9}$ j) $\frac{3}{5}$ k) $\frac{3}{5}$ l) $\frac{3}{7}$

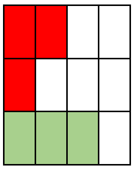
3) a) $\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\frac{5}{6}$



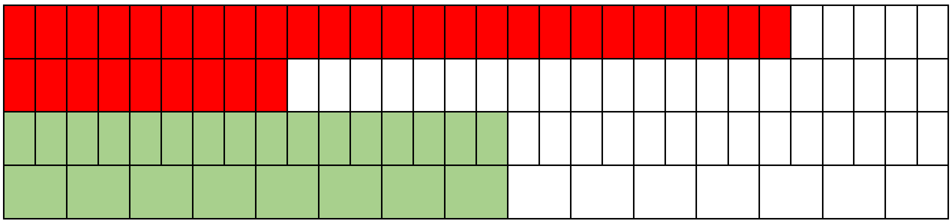
b) $\frac{10}{30}-\frac{2}{30}=\frac{8}{30}=\frac{4}{15}$



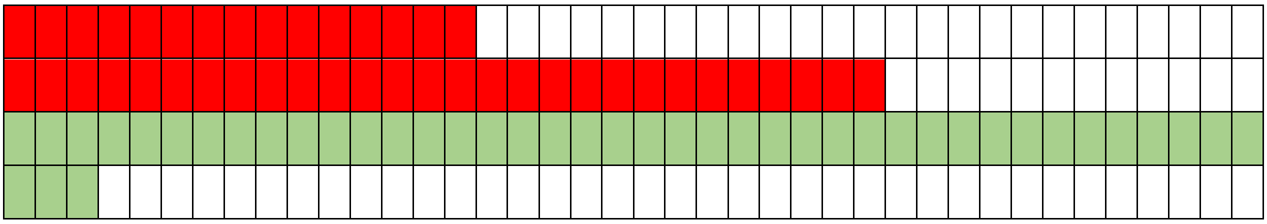
c) $\frac{2}{4}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$



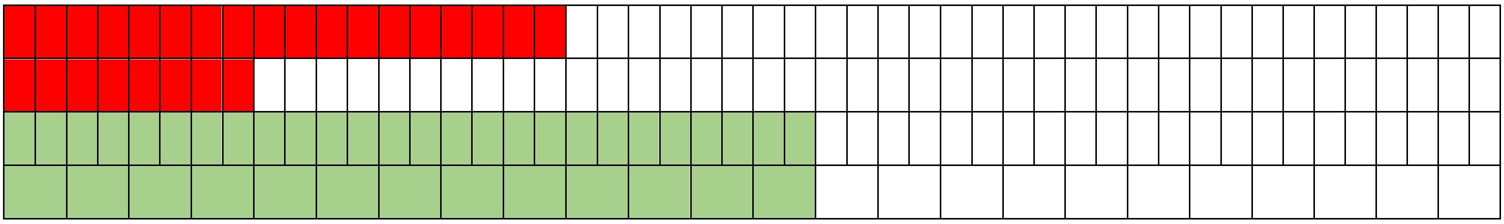
d) $\frac{25}{30}-\frac{9}{30}=\frac{16}{30}=\frac{8}{15}$



e) $\frac{15}{40} + \frac{28}{40} = \frac{43}{40}$



f) $\frac{18}{48} + \frac{8}{48} = \frac{26}{48} = \frac{13}{24}$



4) $\frac{2}{6}$

5) $\frac{11}{12}$

6) $\frac{11}{20}$

7) a) $\frac{5}{12}$ b) $\frac{2}{9}$ c) $\frac{1}{6}$ d) $\frac{9}{36}$

13º MOMENTO

Multiplicação e divisão de frações

Tempo de duração: 4 horas-aula

Materiais necessários: discos de EVA cortados para serem usados lembrando uma pizza e atividades apêndice N

No primeiro momento, os alunos devem ser relembrados pelo professor que a multiplicação é uma operação ligada à adição de parcelas iguais; sendo assim, a multiplicação de frações acontece da mesma forma. Multiplica-se a quantidade de parcelas iguais, ou seja, o número natural pela fração, da mesma forma que foi feita a escrita da dinâmica da folha de papel sulfite. Do mesmo modo, quando se tem a multiplicação de uma fração por outra fração, continua-se com a mesma regra, multiplicando numerador com numerador e denominador com denominador.

Professor, resgate os exemplos que foram feitos de forma intuitiva na dinâmica da folha de papel sulfite e demonstre mais alguns casos no quadro, efetuando alguns desenhos.

Questione os alunos, a partir desses exemplos, o que eles percebem, o que está acontecendo em cada caso, para que notem o padrão.

Neste momento, deve ser salientado com a turma que a multiplicação não é usada apenas quando queremos somar um número de parcela iguais, mas também quando queremos encontrar um valor referente a outro, por exemplo: quanto é $\frac{3}{4}\,de\,20$. Retomando a atividade feita em aulas anteriores, agora não é mais necessário dividir o número 20 por 4 e depois considerar 3 dessas partes, basta multiplicar 3 por 20 e depois dividir por 4 para simplificar.

Para explicar a divisão, inicialmente deve ser contextualizada a fração inversa a partir de algumas multiplicações que podem ser expostas no quadro, nas quais o resultado deve ser sempre o número 1. O professor poderá questionar aos alunos se eles percebem algum padrão ou o que está acontecendo, a fim de que percebam que as frações estão ao contrário, ou seja, são frações inversas.

Professor, utilize uns 4 exemplos simples para explicar a fração inversa, como por exemplo:

$\frac{2}{5}\ x\ \frac{5}{2}$ $\quad$ $\frac{3}{4}\ x\ \frac{4}{3}$ $\quad$ $\frac{1}{5}\ x\ 5$ $\quad$ $\frac{2}{4}\ x\ \frac{4}{2}$

Aproveite para explorar uma fração multiplicada por um número natural.

Para explicar a divisão de frações, o professor pode utilizar uma pizza feita em EVA para simular a seguinte situação-problema que deverá ser escrita no quadro:

Dona Ângela separou metade da pizza para repartir igualmente entre seus três sobrinhos. Sendo assim, metade da pizza foi dividida em 3 pedaços: $\frac{1}{2} : 3$. Que fração do inteiro cada sobrinho comeu?

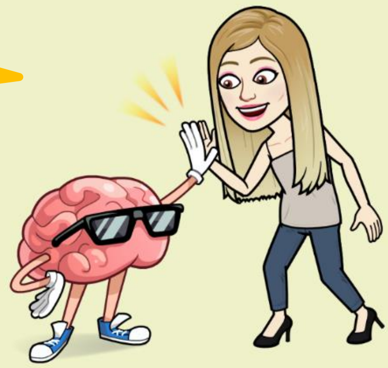
Com a ajuda dessa imagem, o professor deverá explicar, a partir de questionamentos, que Dona Ângela separou metade da pizza para repartir igualmente entre seus três sobrinhos. Sendo assim, metade da pizza foi dividida em 3 pedaços: $\frac{1}{2} : 3$. Comparando com a pizza inteira, cada um desses 3 pedaços equivale a $\frac{1}{6}$, logo, $\frac{1}{2} : 3 = \frac{1}{6}$.

Neste momento, o professor poderá explicar essa operação com os fatores invertidos, ou seja, $3 : \frac{1}{2}$.

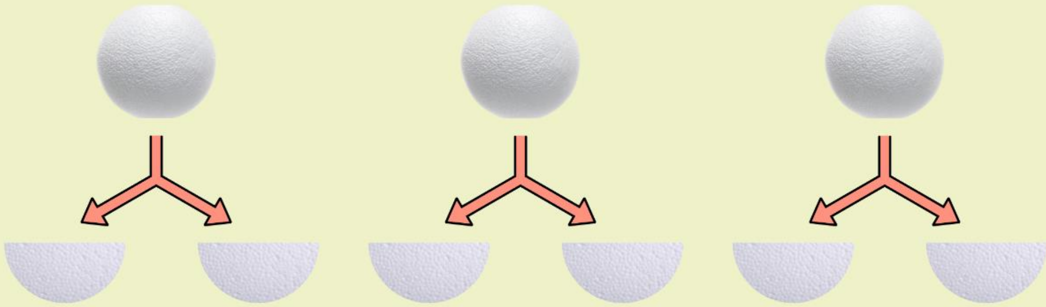
Professor, você pode desenhar uma pizza em EVA para simular essa questão.

Faça um círculo e divida pela metade, cole no quadro e, a cada etapa dos questionamentos, vá demonstrando no desenho para que os alunos visualizem.

Uma dica para essa situação é utilizar bolas de isopor e dividi-las ao meio, solicitando aos alunos com quantas partes vamos ficar.



Utilizando as bolas de isopor como exemplo, teremos:



Após um diálogo com a turma, espera-se que os alunos, a partir de seus conhecimentos e da contagem dos pedaços, digam a resposta correta, logo, $3 : \frac{1}{2} = 6$.

Em seguida, o professor poderá explicar o algoritmo da divisão, em que, no primeiro exemplo dado, basta apenas fazer a fração inversa do número 3, que é $\frac{1}{3}$; assim, para efetuar a divisão das frações por um número natural ou de uma fração por outra fração, basta copiarmos a primeira fração e a multiplicarmos pela fração inversa do valor da segunda fração.

Para finalizar, no apêndice N, constam atividades sobre essas duas operações.

Professor, se achar necessário, passe alguns exercícios extras.

Atividades multiplicação e divisão de frações

1) Efetue as multiplicações a seguir e simplifique quando possível:

b) $2 \cdot \frac{3}{7}$ b) $3 \cdot \frac{2}{5}$ c) $2\frac{3}{7} \cdot 5$ d) $\frac{6}{35} \cdot \frac{7}{30}$ e) $\frac{4}{7} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{7}{6}$

2) Efetue as divisões a seguir e simplifique quando possível:

$a)$ $\frac{3}{8} : \frac{2}{5}$ b) $\frac{1}{4} : \frac{3}{2}$ c) $\frac{3}{8} : \frac{9}{2}$ d) $4 : \frac{3}{5}$ e) $\frac{3}{4} : 2$

3) Qual é o inverso de $\frac{6}{35}$?

4) Como é o inverso de $\frac{9}{25}$ escrito na forma mista?

5) Em uma classe, $\frac{3}{4}$ dos alunos são meninas e $\frac{1}{5}$ das meninas são loiras. Que fração do total da classe as meninas loiras representam?

6) O Sr. Francisco tem um terreno. Ele quer usar $\frac{1}{5}$ desse terreno para plantar flores e quer que $\frac{2}{3}$ da parte com flores tenham rosas. Que parte do terreno deverá ser plantada com rosas?

7) Mara separou $\frac{3}{4}$ de uma quantia e comprou 2 cadernos iguais. A que fração da quantia total corresponde o preço de cada caderno?

8) Se $\frac{75}{2}$ litros de leite vão ser repartidos igualmente em 4 baldes, quanto vai ficar em cada balde?

9) Se $\frac{75}{2}$ litros de leite vão ser repartidos igualmente em garrafas de $\frac{4}{5}$ litros, quantas garrafas serão necessárias?

10) Com a venda de doces, dona Carminha conseguiu ganhar R$1.600,00 neste mês. Com metade desse dinheiro ela comprou alimentos e com $\frac{1}{4}$ o material escolar de Luciana. Com $\frac{3}{8}$ do que sobrou ela comprou um vestido e o restante guardou na poupança.

a) Quanto ela gastou em alimentos?
b) Quanto custou o material de Luciana?
c) Qual é o preço do vestido?
d) Quanto foi guardado na poupança?

GABARITO

1) a) $\frac{6}{7}$ b) $\frac{6}{5}$ c) $\frac{85}{7}$ d) $\frac{1}{25}$ e) 1

2) a) $\frac{15}{16}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{1}{12}$ d) $\frac{20}{3}$ e) $\frac{3}{8}$

3) $\frac{35}{6}$

4) $2\frac{7}{9}$

5) $\frac{3}{20}$

6) $\frac{2}{15}$

7) $\frac{3}{8}$

8) $\frac{75}{8}$ = 9 baldes cheios + $\frac{3}{8}$ de litro

9) $\frac{375}{8}$ = 46 garrafas cheias + $\frac{7}{8}$ de garrafa

10) a) R$800,00
   b) R$400,00
   c) R$150,00
   d) R$250,00

14º MOMENTO

O que vimos até aqui

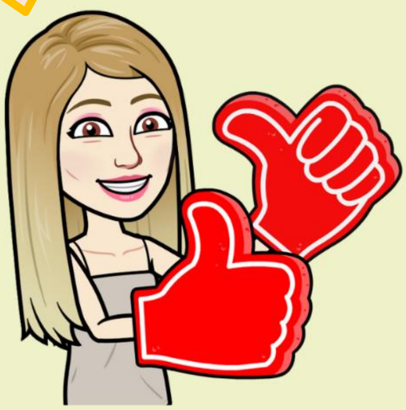
Tempo de duração: 2 horas-aula

Material necessário: atividades apêndice O

Professor, neste momento, se achar necessário, realize uma avaliação de todos os conceitos que foram trabalhados até aqui.

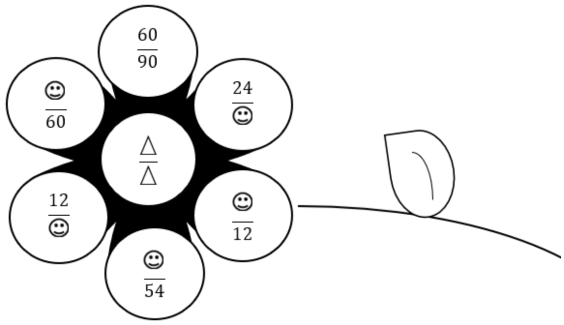
No apêndice O constam alguns exercícios gerais para avaliar a aprendizagem dos alunos.

Se preferir, utilize também como exercícios de reforço, para serem utilizados durante a aula.



Questionário geral sobre as frações

1) Na flor ao lado, substitua os ☺ por números naturais, de modo que as frações sejam equivalentes. Substitua os △ pela fração irredutível equivalente às demais.



2) Somando as frações, descubra:

a) Qual time ganhará o cabo de guerra: o time de camiseta branca ou o time de camiseta amarela?
b) Qual a pontuação de cada time?

3) Depois de percorrer 156 quilômetros de uma estrada, seu Gustavo parou para abastecer. Ele gastou R$60,00, quantia equivalente a $\frac{3}{17}$ do dinheiro que levava. No posto, um mapa indicava que ele havia percorrido, até então, $\frac{12}{19}$ da viagem planejada.

a) De quantos quilômetros era a viagem completa que seu Gustavo planejou?
b) Depois da parada para abastecer, quanto sobrou em dinheiro para seu Gustavo prosseguir a viagem?

4) Seja a fração $\frac{8}{20}$.

a) Em quantas partes o inteiro foi dividido?
b) Quantas partes desse inteiro foram consideradas?
c) Faça um desenho que represente essa fração.
d) Encontre uma fração equivalente.
e) Simplifique até encontrar a fração irredutível.

5) Na classe de Marcelo, $\frac{2}{5}$ dos alunos preferem ler romances, $\frac{4}{15}$ preferem ler livros de aventura e o restante dos alunos, revistas em quadrinhos. Qual grupo tem mais alunos?

6) Fernando tem uma tira retangular de cartolina branca. Ele dividiu essa tira em 9 partes iguais, pintou 5 dessas partes de laranja e 2 dessas partes de roxo. A parte colorida da tira representa qual fração da tira inteira? Faça o desenho para comprovar sua resposta.

7) Fernando tem outra tira retangular que está dividida em 9 partes iguais. Nessa tira, 5 partes iguais já foram coloridas de amarelo e, dessa parte colorida, ele eliminou 2 partes. Nessas condições, a parte colorida que restou representa qual fração da tira inicial? Faça o desenho para comprovar sua resposta.

8) Um fazendeiro semeia $\frac{2}{7}$ de sua fazenda com milho e $\frac{1}{5}$ com soja. Qual é a fração que representa o total semeado? Qual fração da fazenda ainda não foi semeada?

9) Um atleta decide treinar correndo numa determinada pista de corrida. No primeiro dia, corre $\frac{3}{4}$ da pista, no segundo $\frac{4}{2}$ e no terceiro dia $\frac{7}{8}$.

a) Em qual dos dias ele correu mais? Desenhe para comprovar sua resposta.

b) Considerando os três dias, quantas voltas inteiras ele deu na pista?

10) Efetue as operações a seguir:

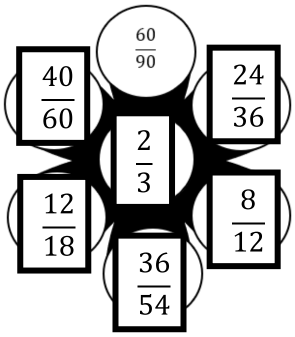
a) $\frac{4}{9} - \frac{1}{6}$ b) $\frac{4}{5} : 2$ c) $\frac{2}{5} : \frac{3}{7}$ d) $8 \cdot \frac{3}{4}$ e) $\frac{5}{7} \cdot 3$

e) $\frac{1}{8} + \frac{5}{8}$ g) $\frac{3}{2} + \frac{1}{22}$ h) $\frac{1}{4} - \frac{2}{9}$ i) $2\frac{1}{2} - 1\frac{3}{4}$

11) Complete a tabela a seguir:

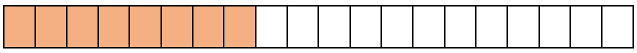
REPRESENTAÇÃO GEOMÉTRICA	NÚMERO DE PARTES EM QUE O INTEIRO FOI DIVIDIDO	NÚMERO DE PARTES CONSIDERADAS	FRAÇÃO QUE REPRESENTA AS PARTES CONSIDERADAS DO INTEIRO	FRAÇÃO EQUIVALENTE À FRAÇÃO ENCONTRADA	FRAÇÃO IRREDUTÍVEL À FRAÇÃO ENCONTRADA	CLASSIFICAÇÃO QUANTO AO TIPO DE FRAÇÃO	LEITURA DA FRAÇÃO
							
							
							
							
							

GABARITO

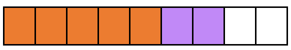
1) 

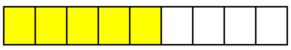
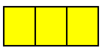
2) a) Branca
   b) Branca 11 e amarela 2

3) a) 247 km
   b) R$280,00

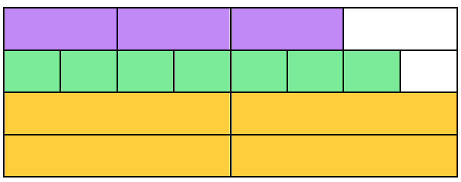
4) a) 20 partes
   b) 8 partes
   c) 
   d) Várias possibilidades
   e) $\frac{2}{5}$

5) Quem lê romances.

6) $\frac{7}{9}$ 

7) 
 $\frac{3}{9}$

8) Semeado $\frac{17}{35}$. Não semeado $\frac{18}{35}$

9) a)  $\frac{4}{2}$ no segundo dia

   b) 3 voltas completas

10) a) $\frac{5}{18}$ b) $\frac{2}{5}$ c) $\frac{14}{15}$ d) 6 e) $\frac{15}{7}$ f) $\frac{3}{4}$ g) $\frac{17}{11}$ h) $\frac{1}{36}$ i) $\frac{3}{4}$

11)

REPRESENTAÇÃO GEOMÉTRICA	NÚMERO DE PARTES EM QUE O INTEIRO FOI DIVIDIDO	NÚMERO DE PARTES CONSIDERADAS	FRAÇÃO QUE REPRESENTA AS PARTES CONSIDERADAS DO INTEIRO	FRAÇÃO EQUIVALENTE À FRAÇÃO ENCONTRADA	FRAÇÃO IRREDUTÍVEL À FRAÇÃO ENCONTRADA	CLASSIFICAÇÃO QUANTO AO TIPO DE FRAÇÃO	LEITURA DA FRAÇÃO
	10	4	$\frac{4}{10}$		$\frac{2}{5}$	Própria	Quatro décimos
	8	5	$\frac{5}{8}$		$\frac{5}{8}$	Própria	Cinco oitavos
	5	3	$\frac{3}{5}$		$\frac{3}{5}$	Própria	Três quintos
	5	2	$\frac{4}{5}$		$\frac{4}{5}$	Imprópria	Quatro quintos
	3	2	$\frac{4}{3}$		$\frac{4}{3}$	Imprópria	Quatro terços

15º MOMENTO

Relação fração e porcentagem

Tempo de duração: 7 horas-aula

Materiais necessários: atividades apêndice P e Q

Neste momento deve ser feita a relação entre a representação fracionária e a porcentagem. Para isso, o professor poderá questionar a turma sobre promoções, para ser possível identificar o que eles já conhecem sobre o assunto.

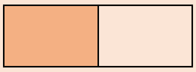
Professor, questione os alunos sobre o que quer dizer ter um desconto de 50% em uma compra, por exemplo:

Se uma calça custa R$120,00 e possui 50% de desconto, quanto essa calça custou?

Espera-se que os alunos respondam que 50% do desconto significa metade do valor, isto é, R$60,00

Vá questionando os alunos conforme fluir sua aula.

A partir das falas dos alunos, represente 50% (metade) através de uma representação geométrica.



Agora, questione aos alunos:

- Sobre o que já estudamos, existe mais alguma possibilidade de representar a metade de uma quantidade?

Espera-se que lembrem da fração, assim, desenhe a fração e questione o que eles percebem em relação aos desenhos, para que notem que são iguais. Continue a questionar:

- Então podemos dizer que a fração $\frac{1}{2}$ e 50% representam a mesma quantidade?

Professor, é interessante questionar os alunos sobre o que eles acham que é a porcentagem e em quais ocasiões podemos observá-la.

No início dessa sequência didática, os alunos relataram alguns casos; agora, explore esses exemplos e faça um diálogo com a turma.

Oriente-os que a porcentagem pode aparecer em cálculos e representar quantidades não inteiras, que é o caso quando a bateria do celular está em 75%.

Após esse diálogo, o professor poderá questionar os alunos sobre como representar 100% em forma de fração, podendo utilizar o exemplo do download de um jogo, deixando claro que isso está associado a um inteiro. É importante representar também na forma de desenho geométrico.

Professor, se desejar, exemplifique também o caso da bateria do celular quando está em 100% e exemplos associando a porcentagem com a fração de denominador cem, a fração irredutível equivalente e a representação geométrica.

Agora, é necessário fazer a contextualização para que os alunos registrem no caderno o que é a porcentagem e a correspondência com as frações de denominadores 100 ou equivalentes, um tipo de representação dos números racionais. Essa contextualização também é importante para que os alunos compreendam o que é a porcentagem, sabendo diferenciar progressivamente.

Na sequência, a porcentagem deve ser associada a situações, por exemplo, a quantidade de água no nosso sangue, para que eles se familiarizem com essa nova representação do número racional. A seguir constam alguns exemplos que poderão ser descritos no quadro e explanados um a um.

Exemplo 1) A porcentagem de água em nosso sangue é de 83%.
83 em 100 ou $\frac{83}{100}$ ou seja, 83% – oitenta e três por cento.
Isso significa que, se tivéssemos 100 litros de sangue, 83 litros seriam de água.

$$\frac{83}{100} = 83\%$$

Exemplo 2) Quando pagamos juros de 6% nas compras a prazo, significa que a cada R$100,00 pagos haverá um acréscimo de R$6,00, ou seja, 6 em 100 ou $\frac{6}{100}$ ou 6%.

$$\frac{6}{100} = 6\%$$

Exemplo 3) De cada 5 alunos da escola, 3 são meninas. Quanto por cento dos alunos são meninas?
As meninas representam $\frac{3}{5}$ dos alunos da escola. Basta transformarmos essa fração em uma fração equivalente de denominador 100, logo, $\frac{3}{5} = \frac{60}{100}$ = 60%. De cada 100 alunos da escola, 60 são meninas. Dizemos que 60 % é a taxa percentual de meninas no total de alunos da escola.

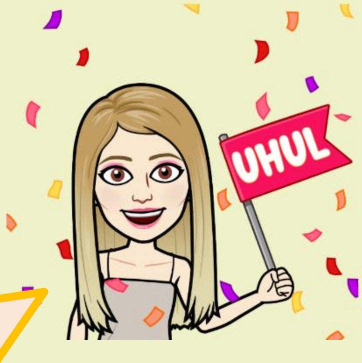
Exemplo 4) A classe de Joana está organizando uma excursão. Nela, irão 80% dos alunos da classe. Se a classe tem 35 alunos, quantos alunos dessa classe vão participar da excursão?
Precisamos calcular 80% de 35. Já vimos que 80% = $\frac{80}{100} = \frac{4}{5}$. Então, calcular 80% de 35 é o mesmo que calcular $\frac{4}{5}$ de 35. $\frac{4}{5}$ de 35 = 28, pois 35 : 5 = 7 e 4 x 7 = 35.

Professor, NÃO SE ESQUEÇA: faça desenhos divididos em partes iguais, para representar a mesma quantidade em fração, porcentagem e em desenho geométrico, explorando e ampliando as representações semióticas.

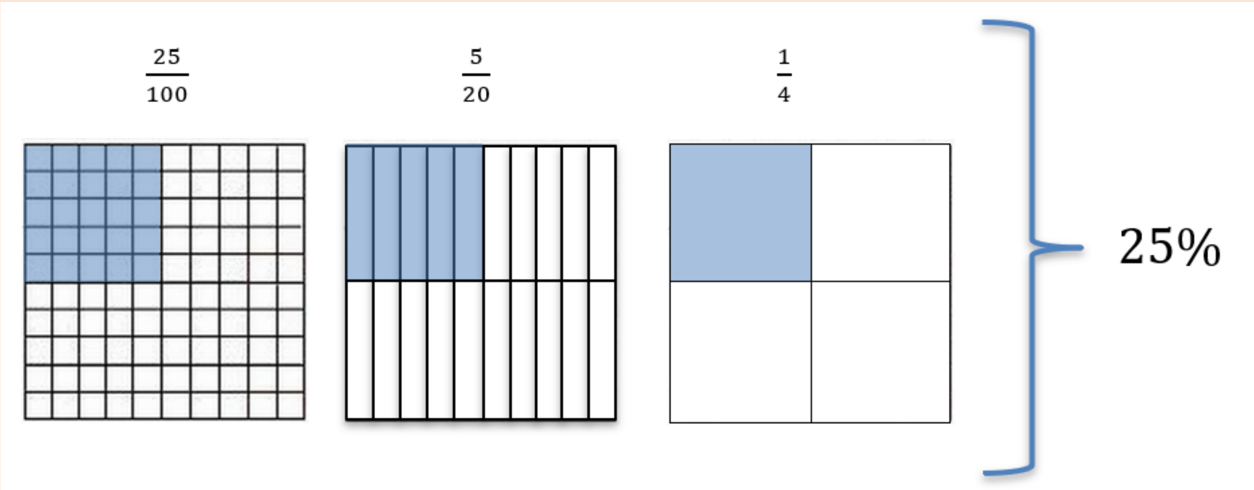
No apêndice P constam alguns exercícios envolvendo a porcentagem, a fração e também a transformação em desenhos geométricos. As situações-problemas apresentadas envolvem o cálculo de multiplicação e divisão da porcentagem, no caso, com as representações fracionárias desses percentuais.

Neste encontro, também se inicia o processo de reconciliação integradora, em que os conceitos até então trabalhados de forma separada foram reconciliados, excluindo essas diferenças conceituais, integrando-as, para que os alunos percebam que se trata do mesmo valor, apenas representado de forma diferente, integrando os significados.

Professor, caso seja necessário, no apêndice Q, constam atividades para representar a mesma quantidade e reforçar a transição de um tipo de representação para outra, auxiliando para que os alunos compreendam melhor que podem representar uma mesma quantidade de formas diferentes.



Professor, na correção dos exercícios, deixe bem claro aos alunos que as representações geométricas também podem ser equivalentes. Por exemplo, para representar 25%, podemos escrever: $25\% = \frac{25}{100} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$ e, para fazer o desenho, podemos fazer qualquer uma dessas frações, pois, como são equivalentes, representam a mesma parte do todo, isto é, a mesma quantidade. Então demonstre aos alunos esses desenhos, conforme esta ilustração:



Apêndice P

Atividades sobre porcentagem

1) Represente as frações em forma de porcentagem e escreva como se leem estes números:

a) $\frac{5}{100}$ b) $\frac{20}{100}$ c) $\frac{80}{100}$ d) $\frac{50}{100}$

2) Escreva a fração correspondente de denominador 100:

a) 10% b) 2% c) 60% d) 100%

3) Escreva a fração que representa a porcentagem e faça a simplificação:

a) 40% b) 25% c) 50% d) 73%

4) Transforme as frações a seguir em frações equivalentes de denominador 100 e diga qual é a porcentagem:

a) $\frac{4}{5}$ b) $\frac{2}{10}$ c) $\frac{3}{25}$ d) $\frac{21}{300}$

5) Nos seguintes desenhos, escreva a fração e a porcentagem que representam a parte pintada de cada figura:

6) Complete as sentenças:

a) A metade de uma quantia é o mesmo que _______% dela.

b) 25% de uma quantia é o mesmo que ___________ dessa quantia.

c) A décima parte de um valor corresponde a _____ % desse valor.

d) $\frac{1}{5}$ de um valor é o mesmo que _____ % desse valor.

7) Por meio de uma tabela, represente as quantidades utilizadas na questão anterior na sua forma de fração, percentual e desenho.

8) Quanto é 45% de 60? E quanto é 75% de R$168,00?

9) Uma loja dá desconto de 10% nas compras à vista. Uma pessoa comprou um computador que custava R$3.320,00 pagando à vista.

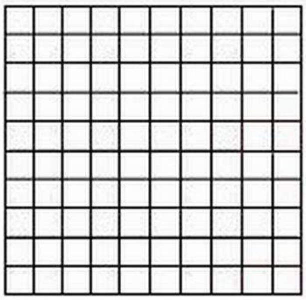
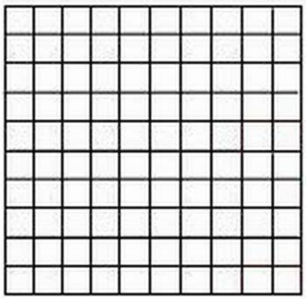
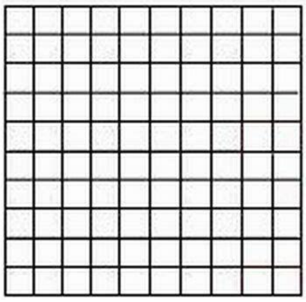
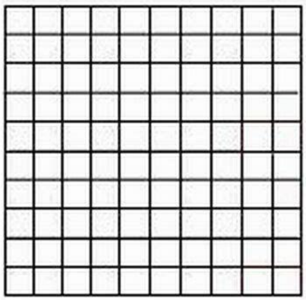
a) Qual foi o valor do desconto?

b) Qual foi o valor pago pelo computador, nessas condições?

10) Um celular custa R$1.260,00 à vista. Se for vendido em três prestações, terá um acréscimo de 5%. Qual será o valor de cada prestação?

11) Nas malhas quadriculadas a seguir, pinte a porcentagem e diga que fração ela representa (quando possível, simplifique até encontrar a fração irredutível):

a) 50% b) 75% c) 27% d) 80%

12) José tinha R$40,00 e gastou 15%. Com quanto ele ficou?

13) Complete cada item:

a) Quem tem R$60,00 e gasta 50%, gasta R$______

b) Desconto de 10% em um objeto que custa R$90,00, é um desconto de R$____

c) Em um cinema com 200 poltronas, 10% estão vazias, então ____ poltronas estão ocupadas.

14) Calcule:

a) 70% de 80

b) 44% de 1200

c) 8% de 125

GABARITO

1) a) 5% cinco porcento b) 20% vinte porcento

c) 80% oitenta porcento d) 50% cinquenta porcento

2) a) $\frac{10}{100}$ b) $\frac{2}{100}$ c) $\frac{60}{100}$ d) $\frac{100}{100}$

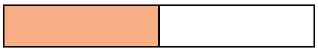
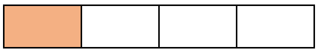
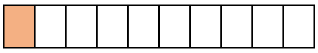
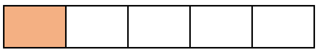
3) a) $\frac{40}{100} = \frac{2}{5}$ b) $\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$ c) $\frac{50}{100} = \frac{1}{2}$ d) $\frac{73}{100}$

4) a) $\frac{80}{100} = 80\%$ b) $\frac{20}{100} = 20\%$ c) $\frac{12}{100} = 12\%$ d) $\frac{7}{100} = 7\%$

5) a) $\frac{4}{10} = \frac{40}{100} = 40\%$ b) $\frac{6}{10} = \frac{60}{100} = 60\%$ c) $\frac{1}{10} = \frac{10}{100} = 10\%$ d) $\frac{9}{10} = \frac{90}{100} = 90\%$

6) a) 50% b) $\frac{1}{4}$ c) 10% d) 20%

7)

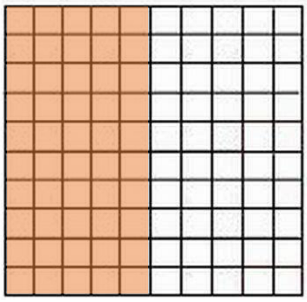
50%	$\frac{1}{2}$	
25%	$\frac{1}{4}$	
10%	$\frac{1}{10}$	
20%	$\frac{1}{5}$	

8) 27 e 126

9) a) R$332,00
b) R$2.988,00

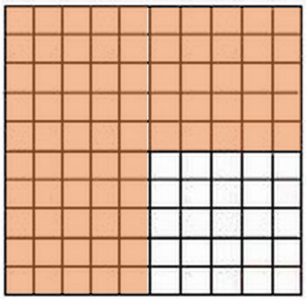
10) R$441,00

11) a)



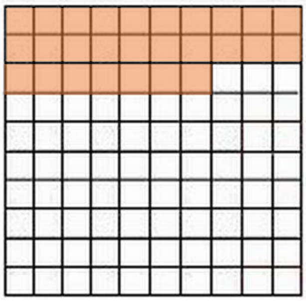
$\frac{50}{100} = \frac{1}{2}$

b)



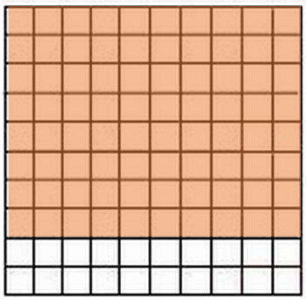
$\frac{75}{100} = \frac{3}{4}$

c)



$\frac{27}{100}$

d)



$\frac{80}{100} = \frac{4}{5}$

12) R$34,00

13) a) R$30,00
b) R$9,00
c) 180

14) a) 56 b) 528 c) 10

Atividades transição fração, porcentagem e desenho

1) Transforme estas frações em porcentagem:

a) $\frac{27}{100}$ b) $\frac{15}{100}$ c) $\frac{72}{100}$ d) $\frac{81}{100}$ e) $\frac{47}{100}$

f) $\frac{50}{100}$ g) $\frac{13}{100}$ h) $\frac{2}{100}$ i) $\frac{16}{100}$ j) $\frac{5}{100}$

2) Transforme as porcentagens a seguir em frações com denominador 100:

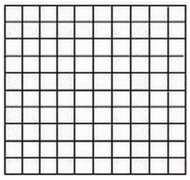
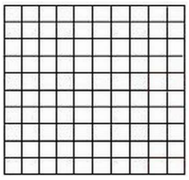
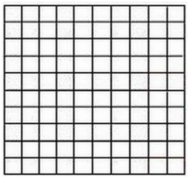
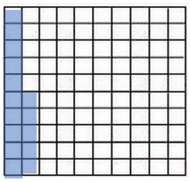
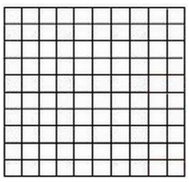
a) 23% b) 58% c) 17% d) 43%

e) 8% f) 100% g) 75% h) 20%

3) Transforme as frações abaixo em frações equivalentes com denominador 100, diga a porcentagem e faça um desenho.

a) $\frac{1}{10}$ b) $\frac{1}{5}$ c) $\frac{3}{5}$ d) $\frac{15}{20}$ e) $\frac{2}{25}$

4) Complete a tabela:

Fração com denominador 100	Fração irredutível	Porcentagem	Desenho
$\frac{100}{100}$	1	100%	
		50%	
	$\frac{3}{4}$		
			
		80%	

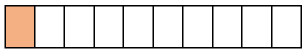
Apêndice Q

GABARITO

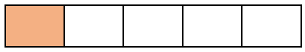
1) a) 27% b) 15% c) 72% d) 81% e) 47% f) 50% g) 13% h) 2% i) 16% j) 5%

2) a) $\frac{23}{100}$ b) $\frac{58}{100}$ c) $\frac{17}{100}$ d) $\frac{43}{100}$ e) $\frac{8}{100}$ f) $\frac{100}{100}$ g) $\frac{75}{100}$ h) $\frac{20}{100}$

3) a) $\frac{1}{10} = \frac{10}{100} = 10\%$

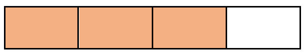


b) $\frac{1}{5} = \frac{20}{100} = 20\%$

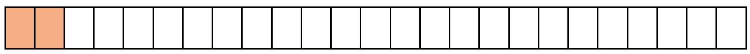


c) $\frac{3}{5} = \frac{60}{100} = 60\%$

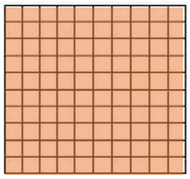
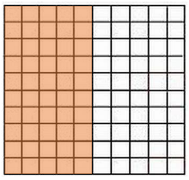
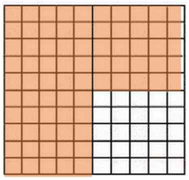
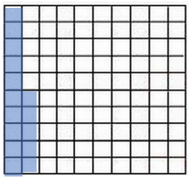
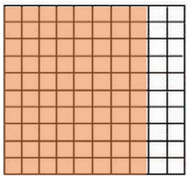
d) $\frac{15}{20} = \frac{75}{100} = 75\%$



e) $\frac{2}{25} = \frac{8}{100} = 8\%$



4)

Fração com denominador 100	Fração irredutível	Porcentagem	Desenho
$\frac{100}{100}$	1	100%	
$\frac{50}{100}$	$\frac{1}{2}$	50%	
$\frac{75}{100}$	$\frac{3}{4}$	75%	
$\frac{15}{100}$	$\frac{3}{20}$	15%	
$\frac{80}{100}$	$\frac{4}{5}$	80%	

16º MOMENTO

Introdução aos números decimais e a relação com as frações

Tempo de duração: 5 horas-aula

Materiais necessários: material dourado e atividades apêndices R, S e T

A introdução aos números decimais é apenas a compreensão e representação, sem explorar as operações.

Professor, questione os alunos para identificar os conhecimentos prévios sobre os números decimais.

- O que vocês acham que é um número decimal? (números com vírgula)

- Qual a função da vírgula?

Se desejar, coloque alguns exemplos no quadro. É de extrema importância que os alunos compreendam a função da vírgula: separar a parte inteira da parte não inteira.

Como os alunos já viram a leitura dos números através do quadro posicional quando estudaram os números naturais, é essencial retomar as relações entre as ordens e classes. Como a base do sistema numérico é decimal, isto é, de base 10, então, a cada 10 unidades formam 1 dezena, 10 dezenas formam 1 centena e assim por diante. Da mesma forma, acontecerá com as ordens à direita do quadro posicional.

* 10 unidades = 1 dezena
* 10 dezenas = 1 centena
* 10 centenas = 1 unidade de milhar

* 10 milésimos = 1 centésimo
* 10 centésimos = 1 décimo
* 10 décimos = 1 unidade

Em seguida, utilizando o material dourado, pode-se visualizar melhor essas situações, em que: o bloco é a unidade de referência; a placa é o décimo do bloco; a tira é o centésimo do bloco; e o quadradinho é o milésimo do bloco.

Os seguintes questionamentos poderão ser feitos aos alunos e expostos no quadro para que respondam utilizando o material dourado:

1) Quantos quadradinhos formam a tira? **(10)**
2) Quantas tiras formam a placa? **(10)**
3) Se cada tira possui____quadradinhos, quantos quadradinhos formam a placa? **(10) e (100)**
4) Quantas placas formam o bloco? **(10)**
5) Quantas tiras formam o bloco? **(100)**
6) Quantos quadradinhos formam o bloco? **(1000)**

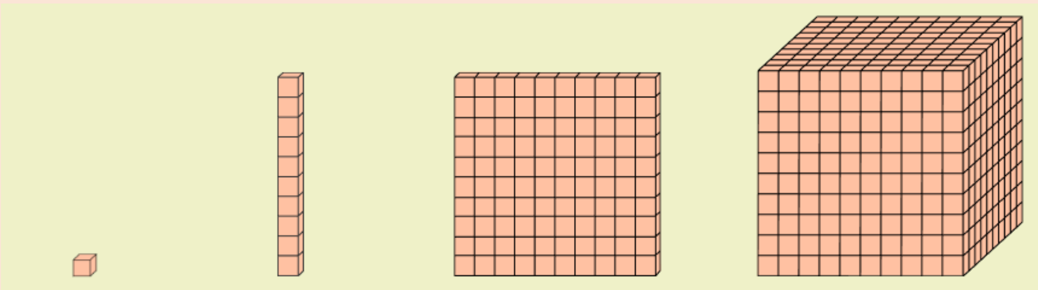
Relacionando essas quantidades utilizando as frações, considerando o bloco como unidade de referência, que fração representa:

a) um bloco? $\frac{1}{1} = 1 \; inteiro$
b) um quadradinho em relação ao bloco? $\frac{1}{1000}$
c) uma tira em relação ao bloco? $\frac{1}{100}$
d) uma placa em relação ao bloco? $\frac{1}{10}$
e) um quadradinho em relação a tira? $\frac{1}{10}$
f) um quadradinho em relação a placa? $\frac{1}{100}$
g) três placas em relação ao bloco? $\frac{3}{10}$
h) cinco tiras em relação à placa? $\frac{5}{10}$

Em seguida, no apêndice R, constam três atividades para realizar ainda utilizando o material dourado.

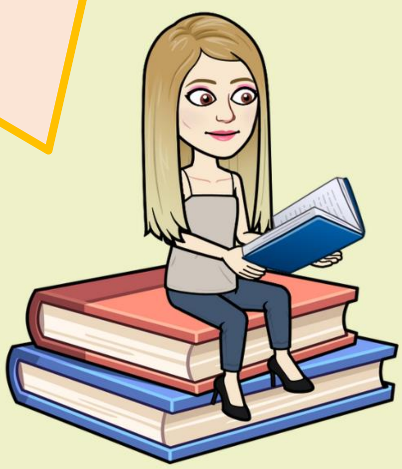
Professor, preencha as atividades do apêndice R junto com os alunos. Na sequência, entregue para eles a atividade do apêndice S, o qual você também responderá junto com eles, porém, ao invés de utilizar o material dourado, utilizará um material de colagem, que, nesse caso, substitui o desenho geométrico.

Para impressão, você pode utilizar moldes da internet, ou conforme esses modelos, anexados junto ao apêndice S:



Lembre-se de destacar com eles que podemos utilizar a equivalência na hora de colar o material dourado, isto é, se pedir 20 placas, podem ser colados 2 blocos.

Tenha pelo menos um material dourado real para mostrar as relações aos estudantes.



Essas atividades buscam a compreensão do valor posicional dos números decimais, bem como das frações no quadro posicional, fazendo com que o aluno perceba a equivalência da fração e do número decimal, visto que a leitura de ambos é a mesma. Exemplo:

$\frac{25}{100} = 0{,}25 = vinte\ e\ cinco\ centésimos$

Após o preenchimento do apêndice S, pode-se contextualizar o número decimal, para que os alunos diferenciem progressivamente esse conceito, assim como mostrar as transformações possíveis de número decimal para fração e de fração para número decimal.

<u>As transformações de número decimal para uma fração</u>: escreve-se a fração cujo numerador é o número decimal sem vírgula e o denominador é o algarismo 1, seguido de tantos zeros quantas forem as casas decimais do numeral dado. Assim: $0{,}097 = \frac{97}{1000}$.

<u>As transformações de fração para número decimal</u>: basta escrever o numerador da fração com tantas ordens (ou casas) quantos forem os zeros do denominador. Desse modo, trabalhando com as operações de frações já conhecidas, tem-se:

- $\frac{81}{10\,000}$ representa 81 décimos de milésimos ou seja: $\frac{81}{10\,000} = 0{,}0081$.
- $\frac{4287}{1000} = \frac{400+287}{1000} = \frac{4000}{1000} + \frac{287}{1000} = 4 + \frac{287}{1000}$, ou seja, $\frac{4287}{1000}$ equivalem a 4 inteiros e 287 milésimos.

Professor, explique com clareza aos seus alunos que eles podem fazer a transformação a partir da leitura da fração, pois a localização no quadro posicional termina na classe em que se efetua a fala. Por exemplo:

$\frac{50}{100}$ lê-se cinquenta centésimos

QUADRO POSICIONAL (ORDENS E CLASSES)						
PARTE INTEIRA				PARTE NÃO INTEIRA (DECIMAL)		
CENTENA	DEZENA	UNIDADE	,	DÉCIMOS	CENTÉSIMOS	MILÉSIMOS
C	D	U	,	d	c	m
		0	,	5	0	

Assim, eles podem escolher em transformar a partir da leitura ou da regra explicada anteriormente. A ideia é facilitar a aprendizagem, pois, a partir das compreensões das representações dos números racionais, os alunos poderão escolher qual a forma mais fácil para aplicar.

Neste momento, os alunos deverão realizar as atividades do apêndice T para praticar as transformações e localizações no quadro posicional. As atividades podem ser escritas no quadro ou impressas.

Apêndice R

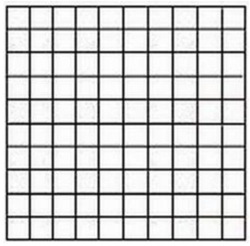
Atividades relacionando números decimais e material dourado I

1) Considerando a tira como a unidade inteira, qual fração do inteiro o quadradinho representa?

____

QUADRO POSICIONAL (ORDENS E CLASSES)						
PARTE INTEIRA				PARTE NÃO INTEIRA (DECIMAL)		
CENTENA	DEZENA	UNIDADE	,	DÉCIMOS	CENTÉSIMOS	MILÉSIMOS
C	D	U	,	d	c	m

Vamos representar no quadro posicional.
- Quantas unidades inteiras nós temos?
- Quantos décimos nós temos?



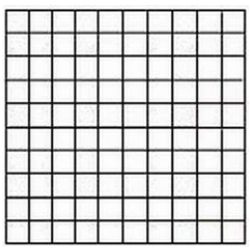
Logo, podemos concluir que,__=________=____________=

2) Considerando a placa como a unidade inteira, Qual fração do inteiro o quadradinho representa?

____

QUADRO POSICIONAL (ORDENS E CLASSES)						
PARTE INTEIRA				PARTE NÃO INTEIRA (DECIMAL)		
CENTENA	DEZENA	UNIDADE	,	DÉCIMOS	CENTÉSIMOS	MILÉSIMOS
C	D	U	,	d	c	m

Vamos representar no quadro posicional.
- Quantas unidades inteiras nós temos?
- Quantos décimos nós temos?
- Quantos centésimos nós temos?



Logo, podemos concluir que,__=________=____________=

3) Considerando o bloco como a unidade inteira, qual fração do inteiro o quadradinho representa?

____

QUADRO POSICIONAL (ORDENS E CLASSES)						
PARTE INTEIRA				PARTE NÃO INTEIRA (DECIMAL)		
CENTENA	DEZENA	UNIDADE	,	DÉCIMOS	CENTÉSIMOS	MILÉSIMOS
C	D	U	,	d	c	m

Vamos representar no quadro posicional.
- Quantas unidades inteiras nós temos?
- Quantos décimos nós temos?
- Quantos centésimos nós temos?
- Quantos milésimos nós temos?

Logo, podemos concluir que,__=________= ________________

GABARITO

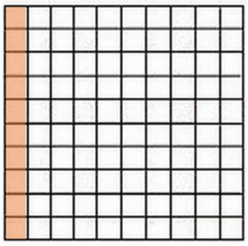
1) Considerando a tira como a unidade inteira, qual fração do inteiro o quadradinho representa?

$$\frac{1}{10}$$

QUADRO POSICIONAL (ORDENS E CLASSES)						
PARTE INTEIRA				PARTE NÃO INTEIRA (DECIMAL)		
CENTENA	DEZENA	UNIDADE	,	DÉCIMOS	CENTÉSIMOS	MILÉSIMOS
C	D	U	,	d	c	m
		0	,	1		

Vamos representar no quadro posicional.

- Quantas unidades inteiras nós temos? **Nenhuma (zero)**
- Quantos décimos nós temos? **Um décimo**



Logo, podemos concluir que, $\frac{1}{10}$ = $\mathbf{0,1}$= **um décimo** =

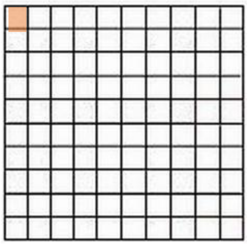
2) Considerando a placa como a unidade inteira, Qual fração do inteiro o quadradinho representa?

$$\frac{1}{100}$$

QUADRO POSICIONAL (ORDENS E CLASSES)						
PARTE INTEIRA				PARTE NÃO INTEIRA (DECIMAL)		
CENTENA	DEZENA	UNIDADE	,	DÉCIMOS	CENTÉSIMOS	MILÉSIMOS
C	D	U	,	d	c	m
		0	,	0	1	

Vamos representar no quadro posicional.

- Quantas unidades inteiras nós temos? **Nenhuma (zero)**
- Quantos décimos nós temos? **Nenhum (zero)**
- Quantos centésimos nós temos? **Um centésimo**



Logo, podemos concluir que, $\frac{1}{100}$ = $\mathbf{0,01}$= **um centésimo** =

3) Considerando o bloco como a unidade inteira, qual fração do inteiro o quadradinho representa?

$$\frac{1}{1000}$$

QUADRO POSICIONAL (ORDENS E CLASSES)						
PARTE INTEIRA				PARTE NÃO INTEIRA (DECIMAL)		
CENTENA	DEZENA	UNIDADE	,	DÉCIMOS	CENTÉSIMOS	MILÉSIMOS
C	D	U	,	d	c	m
		0	,	0	0	1

Vamos representar no quadro posicional.

- Quantas unidades inteiras nós temos? **Nenhuma (zero)**
- Quantos décimos nós temos? **Nenhum (zero)**
- Quantos centésimos nós temos? **Nenhum (zero)**
- Quantos milésimos nós temos? **Um milésimo**

Logo, podemos concluir que, $\frac{1}{1000}$ = $\mathbf{0,001}$= **um centésimo**

Atividades relacionando números decimais e material dourado II

Considere, em todas as questões a seguir, que a unidade de referência é o bloco.

1) Represente: 2 placas, 7 tiras e 4 quadradinhos

Cole o material dourado	Fração	Número decimal
		D U , d c m

2) Represente: 2 blocos e 4 placas

Cole o material dourado	Fração	Número decimal
		D U , d c m

3) Represente: 1 placa e 8 tiras

Cole o material dourado	Fração	Número decimal
		D U , d c m

4) Represente: 10 placas

Cole o material dourado	Fração	Número decimal
		D U , d c m

5) Represente: 7 placas e 5 tiras

Cole o material dourado	Fração	Número decimal
		D U , d c m

6) Represente: 5 placas

Cole o material dourado	Fração	Número decimal

D	U	,	d	c	m

7) Represente: 8 placas

Cole o material dourado	Fração	Número decimal

D	U	,	d	c	m

8) Represente: 1 bloco e 5 placas

Cole o material dourado	Fração	Número decimal

D	U	,	d	c	m

9) Represente: 1 placa, 2 tiras e 9 quadradinhos

Cole o material dourado	Fração	Número decimal

D	U	,	d	c	m

10) Representa: 10 placas, 9 tiras e 8 quadradinhos

Cole o material dourado	Fração	Número decimal

D	U	,	d	c	m

11) Represente: 20 placas

Cole o material dourado	Fração	Número decimal

D	U	,	d	c	m

GABARITO

1) $\frac{274}{1000} = 0{,}274$

2) $\frac{24}{10} = 2{,}4$

3) $\frac{18}{100} = 0{,}18$

4) $\frac{10}{10} = 1{,}0$

5) $\frac{75}{100} = 0{,}75$

6) $\frac{5}{10} = 0{,}5$

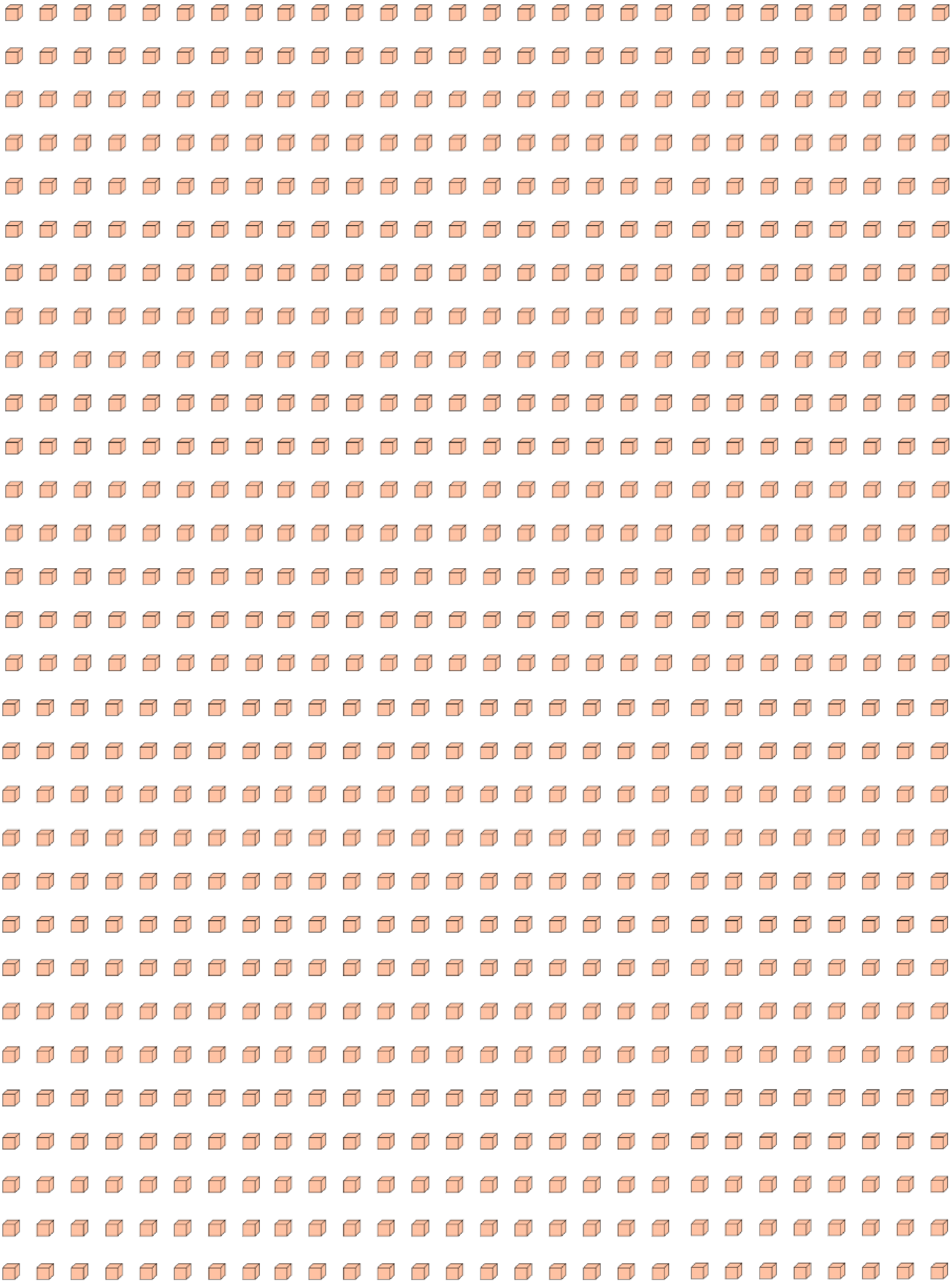
7) $\frac{8}{10} = 0{,}8$

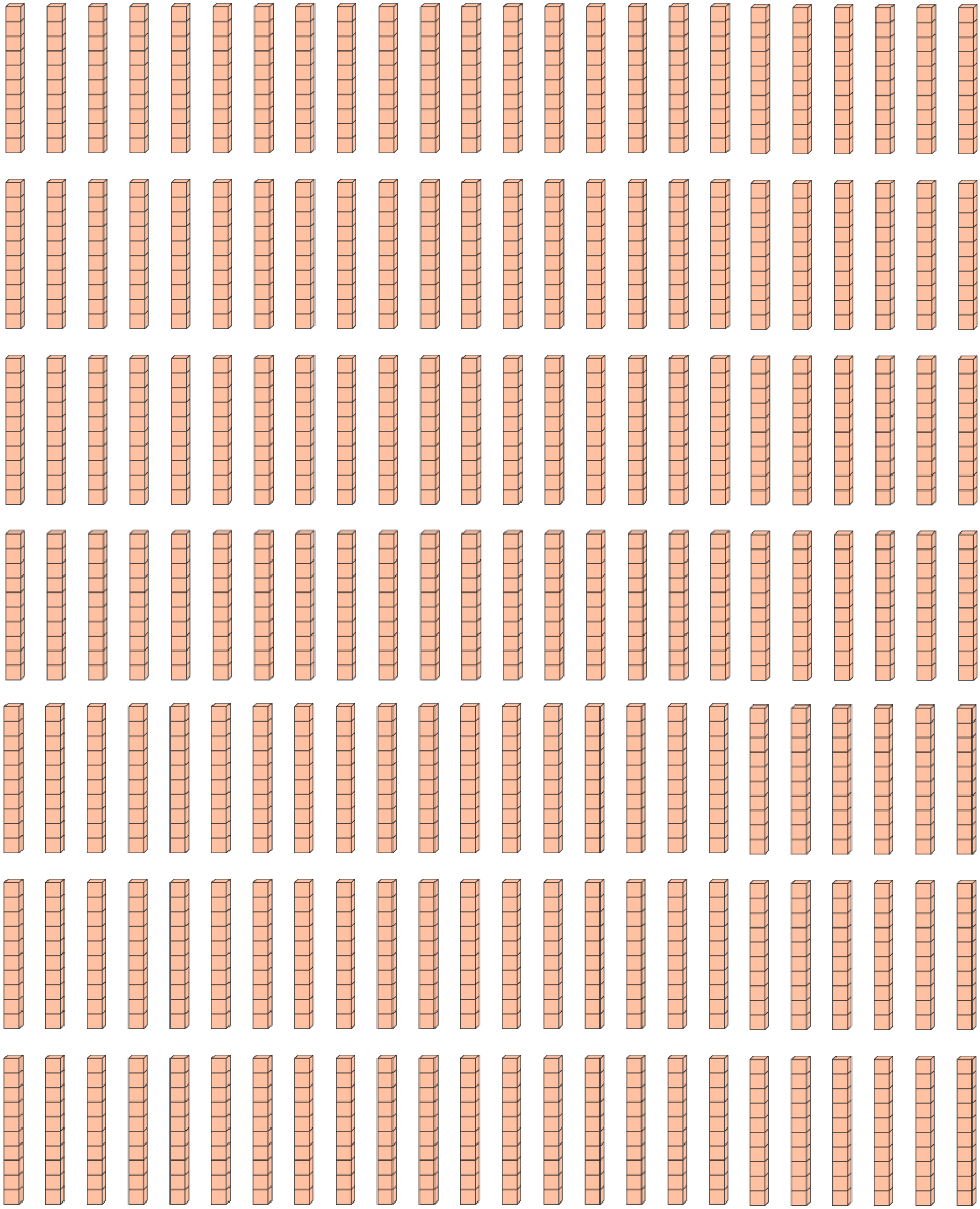
8) $\frac{15}{10} = 1{,}5$

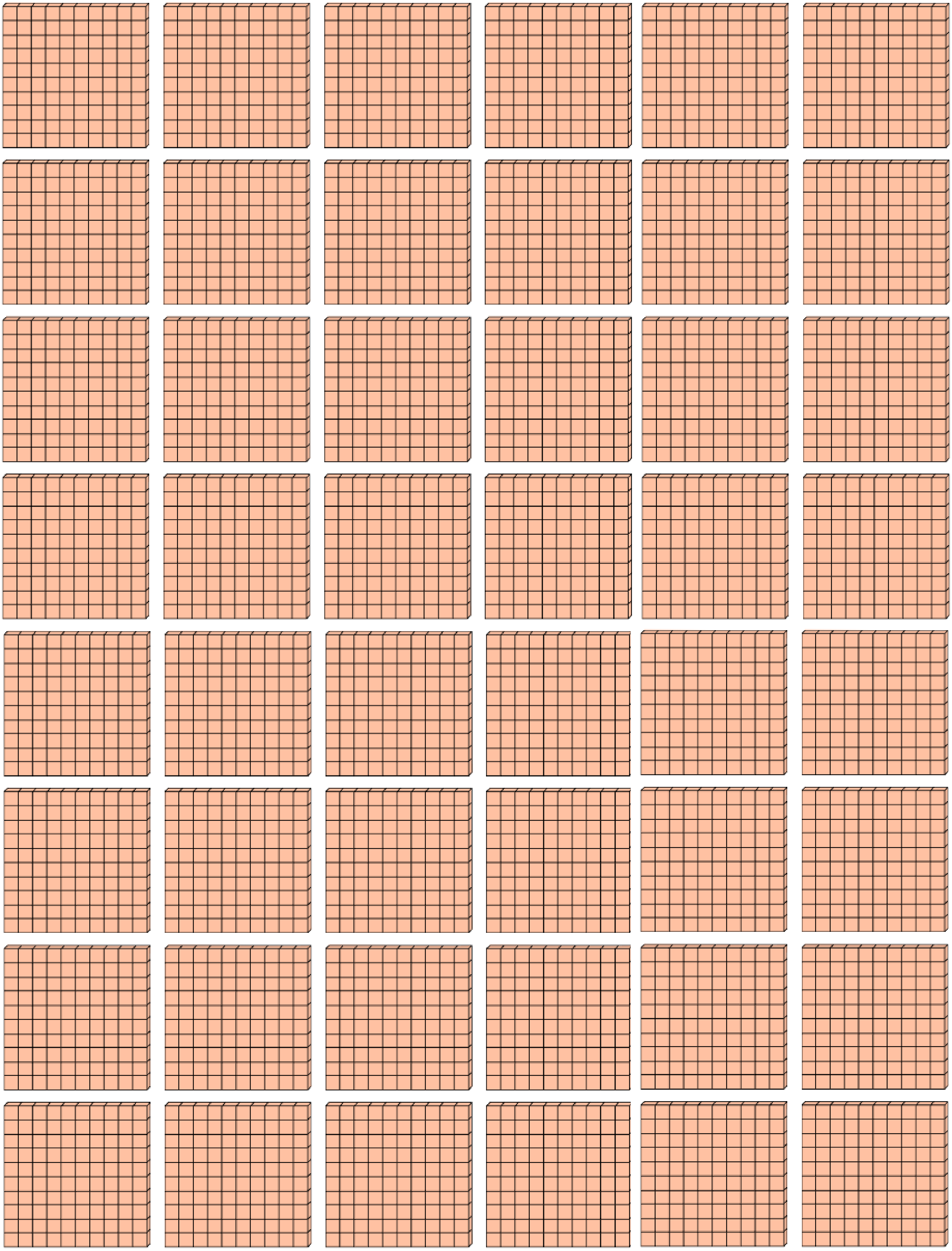
9) $\frac{129}{1000} = 0{,}129$

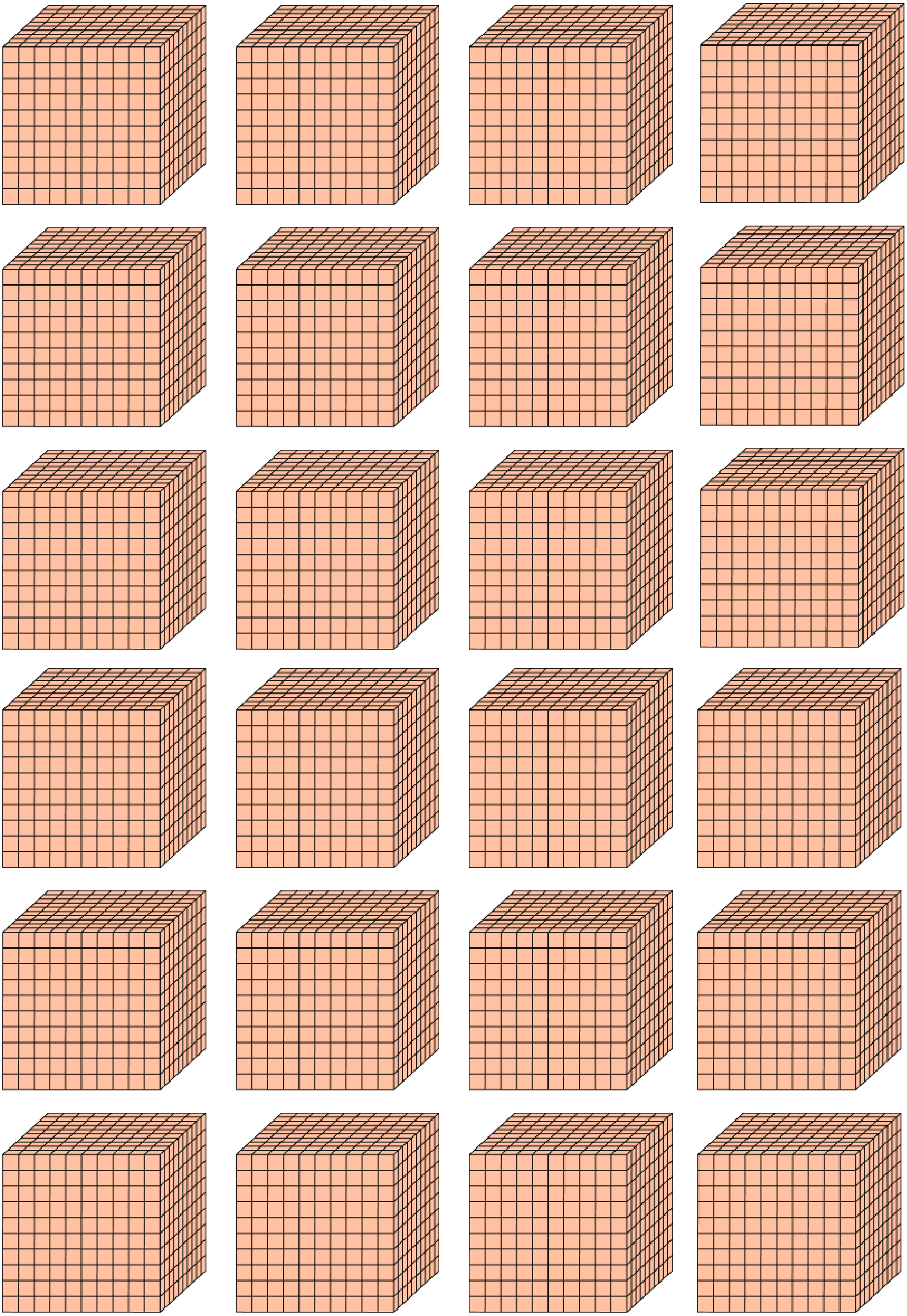
10) $\frac{1098}{1000} = 1{,}098$

11) $\frac{20}{10} = 2{,}0$









Atividades de transformações decimais

1) Transforme as frações decimais em numerais decimais:

a) $\frac{428}{100}$ b) $\frac{4}{10}$ c) $\frac{50}{100}$ d) $\frac{47}{1000}$

2) Transforma as frações abaixo em frações decimais, e após em números decimais:

a) $\frac{3}{4}$ b) $\frac{9}{50}$ c) $\frac{41}{20}$ d) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{4}{5}$

3) Determine as frações decimais equivalentes aos números decimais a seguir e escreva como se lê:

a) 0,841 b) 2,65 c) 0,8 d) 0,08 e)1,008 f) 3,5

4) O número 0,723 lê-se: setecentos e vinte e três milésimos. Como é esse número escrito na forma de fração?

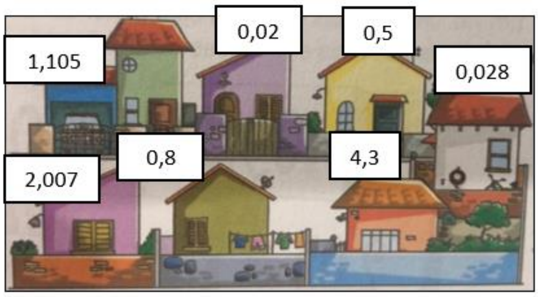
5) Como é a fração $\frac{131}{1000}$ escrita na forma decimal? Como se lê esse número?

6) Utilizando o quadro ao lado, represente:

a) Cento e vinte e cinco milésimos
b) Trinta e cinco centésimos
c) Um inteiro e um décimo
d) Um inteiro e vinte e dois centésimos
e) Oito décimos
f) Oito centésimos
g) Oito milésimos
h) Cento e doze milésimos
i) Doze décimos
j) Dezenove centésimos
k) Um inteiro e seis milésimos
l) Cinquenta e dois centésimos

QUADRO POSICIONAL (ORDENS E CLASSES)						
PARTE INTEIRA				PARTE NÃO INTEIRA (DECIMAL)		
CENTENA	DEZENA	UNIDADE	,	DÉCIMOS	CENTÉSIMOS	MILÉSIMOS
C	D	U	,	d	c	m

7) As casas apresentadas a seguir estão numeradas na forma numérica decimal. Escreva a numeração dessas casas por extenso, represente essa quantidade na forma de fração e após localize-as no quadro posicional.



QUADRO POSICIONAL (ORDENS E CLASSES)						
PARTE INTEIRA				PARTE NÃO INTEIRA (DECIMAL)		
CENTENA	DEZENA	UNIDADE	,	DÉCIMOS	CENTÉSIMOS	MILÉSIMOS
C	D	U	,	d	c	m

GABARITO

1) a) 4,28 b) 0,4 c) 0,50 d) 0,047

2) a) $\frac{75}{100} = 0,75$ b) $\frac{18}{100} = 0,18$ c) $\frac{205}{100} = 2,05$ d) $\frac{50}{100} = 0,50$ e) $\frac{80}{100} = 0,80$

3) a) $\frac{841}{1000}$ oitocentos e quarente e um milésimos

b) $\frac{265}{100}$ dois inteiros e sessenta e cinco centésimos

c) $\frac{8}{10}$ oito décimos

d) $\frac{8}{100}$ oito centésimos

e) $\frac{1008}{1000}$ um inteiro e oito milésimos

f) $\frac{35}{10}$ três inteiros e cinco décimos

4) $\frac{723}{1000}$

5) 0,131 cento e trinta e um milésimos

6)

QUADRO POSICIONAL						
PARTE INTEIRA			,	PARTE NÃO INTEIRA		
C	D	U	,	d	c	m
		0	,	1	2	5
		0	,	3	5	
		1	,	1		
		1	,	2	2	
		0	,	8		
		0	,	0	8	
		0	,	0	0	8
		0	,	1	1	2
		1	,	2		
		0	,	1	9	
		1	,	0	0	6
		0	,	5	2	

7)

QUADRO POSICIONAL						
PARTE INTEIRA			,	PARTE NÃO INTEIRA		
C	D	U	,	d	c	m
		0	,	0	2	
		0	,	5		
		1	,	1	0	5
		0	,	0	2	8
		2	,	0	0	7
		0	,	8		
		4	,	3		

$\frac{2}{100}$ dois centésimos

$\frac{5}{10}$ cinco décimos

$\frac{1105}{1000}$ um inteiro e cento e cinco milésimos

$\frac{28}{1000}$ vinte e oito milésimos

$\frac{2007}{1000}$ dois inteiros e sete milésimos

$\frac{8}{10}$ oito décimos

$\frac{43}{10}$ quatro inteiros e três décimos

17º MOMENTO

Transições entre as representações dos números racionais

Tempo de duração: 4 horas-aula

Materiais necessários: régua e atividades apêndice U

Neste encontro, os alunos devem realizar uma atividade que envolve os quatro tipos de representação semiótica: fracionária, decimal, percentual e por desenho. No primeiro quadro do apêndice U, consta um trecho de um texto para a realização da atividade. Trata-se de um texto em que as frações estão escritas por extenso, e os estudantes precisarão identificar essas frações, escrevê-las na forma numérica, transformá-las em frações equivalentes com denominador 100 para transformar em taxa percentual e em número decimal, além de fazer um desenho que represente essa quantidade.

Professor, oriente os seus alunos a fazer uma tabela para a realização dessa atividade, constando as seguintes colunas:

Fração encontrada	Fração com denominador 100	Porcentagem	Número decimal	Desenho geométrico

A tabela vai ajudar a deixar as informações em ordem.

Comente com seus alunos que é PARA IDENTIFICAR NO TEXTO APENAS AS FRAÇÕES DECIMAIS. Se necessário, relembre com eles esse conceito.

(Algumas frações do texto não são decimais, por isso, não devem ser consideradas).

Abaixo do texto da Emília, consta uma tabela para ser preenchida, envolvendo a transição dos números racionais.

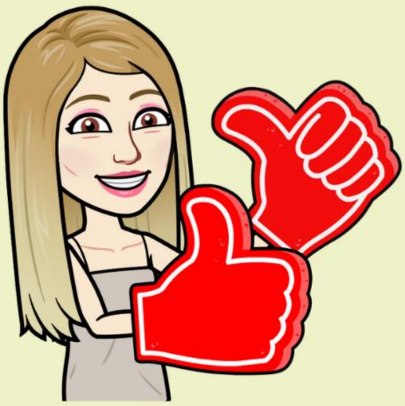
Essas atividades possuem como objetivo trabalhar a reconciliação integradora, visto que essas representações semióticas já estão bem conceituadas pelos alunos de forma separada, ou seja, houve o processo de diferenciação progressiva, em que cada tipo de representação foi conceituado e tratado separadamente.

Agora, trabalhando com as representações juntas, faz-se a reconciliação integradora, excluindo as diferenças conceituais existentes dessas representações e integrando-as de forma mais significativa.

Professor, saliente com a turma que existe mais de uma forma de representatividade quando se trata dos números racionais. Após a finalização das atividades, conceitualize com os alunos as formas de representar um mesmo número, compreendendo que se pode transitar entre essas representações quando necessário. Assim, o aluno tem a possibilidade de transição entre as diversas formas de representação semiótica dos números racionais. (fracionária, decimal, porcentagem e desenho geométrico).

Essas atividades também proporcionam visualizar a face oculta da aprendizagem matemática que trata os registros de representação semióticos, pois os gestos intelectuais (as transformações feitas) vão se constituindo na estrutura cognitiva do aluno.

Professor, lembre-se que, no texto da Emília a melancia mencionada é uma idealização, uma teoria, apenas para fins de ilustração!



Atividades de transição dos números racionais

1) Leia o texto a seguir. Identifique as frações que estão escritas por extenso. Faça uma tabela identificando as frações decimais, escreva-as na forma numérica, transforme em uma fração com denominador 100, represente na forma percentual e decimal. Após, faça um desenho dessas quantidades.

FRAÇÕES

[...]

- Ótimo! – exclamou de repente o Visconde. – Esta melancia veio mesmo a propósito para ilustrar o que eu ia dizer. Ela era um inteiro. Tia Nastácia picou-a em pedaços, ou frações. As frações formam justamente a parte da Aritmética de que eu ia tratar agora.

- Se pedaço de melancia é fração, vivam as frações! – gritou Pedrinho.

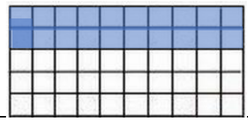
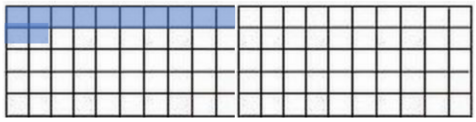
– Pois fique sabendo que é – disse o Visconde.

– Uma melancia inteira é uma unidade. Um pedaço de melancia é uma fração dessa unidade. Se a unidade, ou a melancia, for partida em dois pedaços, esses dois pedaços formam duas frações – dois meios. Se for partida em três pedaços, cada pedaço é uma fração igual a um terço. Se for partida em quatro pedaços, cada pedaço é uma fração igual a um quarto. Se for partida em cinco pedaços, cada pedaço é uma fração igual a um quinto. Se for partida em seis pedaços, cada pedaço é um sexto. Se for partida em sete pedaços, cada pedaço é um sétimo. Se for partida em oito pedaços, cada pedaço é um oitavo. Se for partida em nove pedaços, cada pedaço é um nono. Se for partida em dez pedaços, cada pedaço é um décimo.

[...]

Fonte: Trecho e imagem retirados do livro: Aritmética da Emília, de Monteiro Lobato.

2) Complete a tabela a seguir a partir da informação dada.

Fração de denominador 100	Fração irredutível	Porcentagem	Número decimal	Desenho
	$\frac{1}{2}$			
		40%		
$\frac{15}{100}$				
				
	$\frac{1}{10}$			
				
	$\frac{3}{4}$			
		80%		
$\frac{25}{100}$				

GABARITO

1)

Uma unidade	1	$\frac{100}{100}$	100%	1,00	
Um quarto	$\frac{1}{4}$	$\frac{25}{100}$	25%	0,25	
Um quinto	$\frac{1}{5}$	$\frac{20}{100}$	20%	0,20	
Um décimo	$\frac{1}{10}$	$\frac{10}{100}$	10%	0,10	

2)

Fração de denominador 100	Fração irredutível	Porcentagem	Número decimal	Desenho
$\frac{50}{100}$	$\frac{1}{2}$	50%	0,50	
$\frac{40}{100}$	$\frac{2}{5}$	40%	0,40	
$\frac{15}{100}$	$\frac{3}{20}$	15%	0,15	
$\frac{42}{100}$	$\frac{21}{50}$	42%	0,42	
$\frac{10}{100}$	$\frac{1}{10}$	10%	0,10	
$\frac{12}{100}$	$\frac{3}{25}$	12%	0,12	
$\frac{75}{100}$	$\frac{3}{4}$	75%	0,75	
$\frac{80}{100}$	$\frac{4}{5}$	80%	0,80	
$\frac{25}{100}$	$\frac{1}{4}$	25%	0,25	

18º MOMENTO

As transições dos números racionais

Tempo de duração: 2 horas-aula

Material necessário: atividades apêndice V

Professor, neste momento, se achar necessário, realize uma avaliação referente às transições dos números racionais.

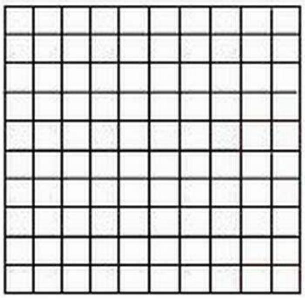
No apêndice V constam alguns exercícios gerais sobre isso para avaliar a aprendizagem dos alunos.

Se preferir, utilize também como exercícios de reforço, para serem utilizados durante a aula.

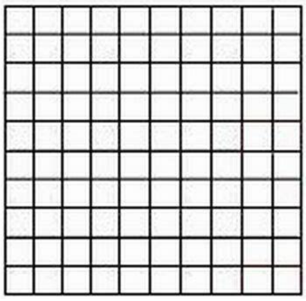
Representações dos números racionais e transições

1) Cada um dos quadros apresentados a seguir está dividido em 100 partes iguais. Pinte a parte do quadro que corresponde às porcentagens descritas e anote a fração correspondente à representação percentual.

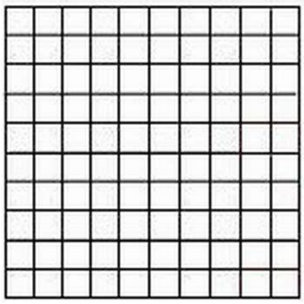
a) 25% =



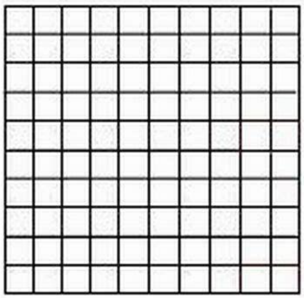
b)50% =



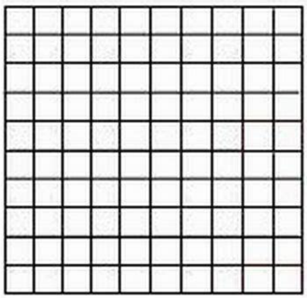
c) 48% =



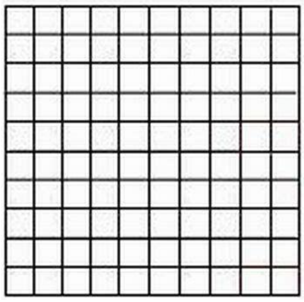
d) 75% =



e) 1% =



f) 2% =



2) Suponha que um produto custa R$500,00 e possui um desconto de 20%. O que quer dizer um desconto de 20%? Que valor o produto custa? Apresente o cálculo e dê a resposta completa, explicando-a.

3) É correto afirmar que a fração $\frac{1}{2}$ representa 50%? Explique o porquê.

4) Se as frações equivalentes $\frac{1}{4}$ e $\frac{3}{12}$ forem representadas por meio de desenhos, os desenhos serão equivalentes? Demonstre e explique.

5) De quantas formas diferentes podemos representar os números racionais? É possível ir de uma representação para outra? Explique como.

6) A partir da questão número um, preencha a tabela abaixo:

	Fração irredutível	Número decimal	Porcentagem
a)			
b)			
c)			
d)			
e)			
f)			

7) Agora faça a representação geométrica das frações irredutíveis da questão anterior e comente o que você pensou para poder realizar essa atividade.

a) DESENHO

COMENTÁRIO

b) DESENHO

COMENTÁRIO

c) DESENHO

COMENTÁRIO

d) DESENHO

COMENTÁRIO

e) DESENHO

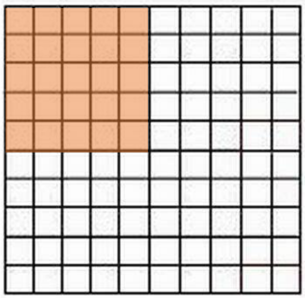
COMENTÁRIO

f) DESENHO

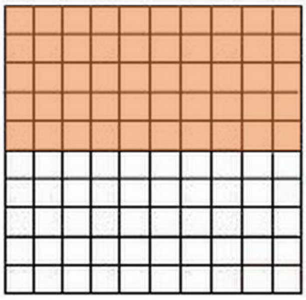
COMENTÁRIO

GABARITO

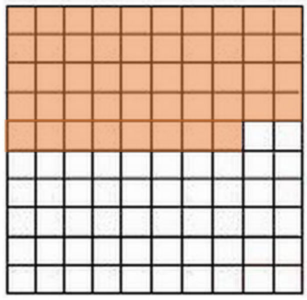
1) a) $\frac{25}{100}$



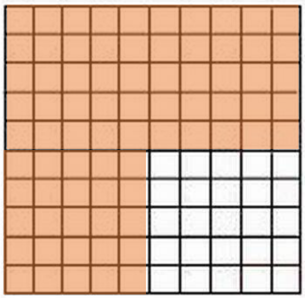
b) $\frac{50}{100}$



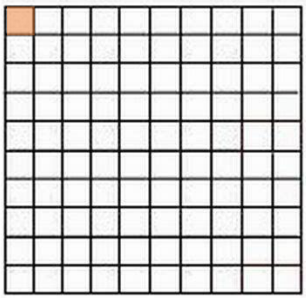
c) $\frac{48}{100}$



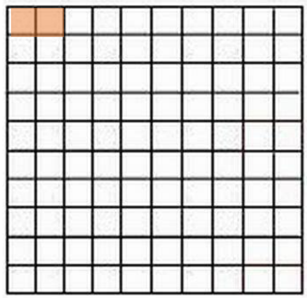
d) $\frac{75}{100}$



e) $\frac{1}{100}$



f) $\frac{2}{100}$



2) O produto custa R$400,00. Justificativa pessoal

3) É correto. Justificativa pessoal

4) Serão equivalentes. Justificativa pessoal

5) 4 formas: desenho, fração, decimal e porcentagem. Podemos transitar entre essas representações

6) a) $\frac{1}{4} = 0{,}25 = 25\%$ b) $\frac{1}{2} = 0{,}50 = 50\%$ c) $\frac{12}{25} = 0{,}48 = 48\%$

d) $\frac{3}{4} = 0{,}75 = 75\%$ e) $\frac{1}{100} = 0{,}01 = 1\%$ f) $\frac{1}{50} = 0{,}02 = 2\%$

7) Justificativas pessoais

19º MOMENTO

Dinâmica confetes

Tempo de duração: 2 horas-aula

Materiais necessários: confetes, tampa de pote ou bandeja de isopor, régua e folhas A4

Para realizar essa dinâmica, de forma individual, os alunos deverão receber 100 confetes de chocolates coloridos dentro de um pacotinho, uma régua e três folhas A4. A tarefa deles consiste em separar as cores dos confetes recebidos, efetuando a contagem total de cada uma das cores, bem como a contagem geral. Posteriormente, em forma de tabela, deverão realizar um registro da quantidade de cada cor em uma fração de denominador 100, fração irredutível, porcentagem, decimal e em desenho. Também devem explicar quais os procedimentos utilizaram para a elaboração de cada representação feita.

Folha 1: realizar a construção da tabela.

Folha 2: explicar como, de uma fração inicial de uma cor de confetes em relação ao total de confetes, foi possível realizar todas as representações da tabela.

Folha 3: fazer um relato de 5 minutos sobre a dinâmica realizada (questões a critério do professor).

Professor, você deverá separar os confetes antecipadamente de forma que não caia em uma fração que resulte em uma dízima periódica.

O total de confetes deve ser 100 para cada aluno. Tente obter o máximo de cores possíveis, para explorar mais situações, podendo ser:

17 rosas / 15 verdes / 10 azuis / 8 amarelos / 5 vermelhos / 20 laranjas / 25 roxos.

A tampa de pote ou a bandeja de isopor é para os alunos despejarem os confetes e efetuarem a contagem sem sujá-los, para que possam comê-los posteriormente.

Esse momento envolve a avaliação dos indícios da aprendizagem significativa a partir dos registros de representação semiótica. Após os registros estarem finalizados, o professor pode recolher para fazer uma análise.

Professor, finalizada a tarefa, libere a turma para a hora mais esperada: HORA DE COMER E SE DELICIAR COM A DINÂMICA!

REFLEXÃO SOBRE A IMPLEMENTAÇÃO

Acreditamos que na aprendizagem dos números racionais é essencial abordar as diferentes formas de representar a mesma quantidade. A partir da compreensão das representações fracionária, decimal, percentual e em desenho geométrico, o aluno poderá escolher com qual delas trabalhar, transitando de uma representação para outra.

A partir da aplicação da sequência didática, notou-se que os alunos realmente aprenderam o conceito de fração como parte de um todo, bem como a transição para as demais representações. Durante as atividades, os encontros mais valiosos eram as dinâmicas, uma vez que os alunos aproveitavam ao máximo e realizavam as tarefas com ânimo em poder aprender com situações diferentes. Das dinâmicas trabalhadas, as que mais se destacaram, certamente, foram a dinâmica do bolinho de argila e dos confetes.

A dinâmica do bolinho de argila foi essencial para a melhor compreensão do conteúdo e, além disso, a turma ficou muito curiosa em manipular a argila, pelo fato de não conhecerem o material. Posteriormente, após estudarem, aplicaram o conhecimento em uma situação real ao precisarem cortar o bolo para dividir corretamente com a turma.

Na dinâmica dos confetes, inicialmente a turma achou trabalhoso realizar a tabela, mas, após começarem a tarefa, perceberam que era muito simples e prazerosa, pois, no momento de preenchê-la, podiam ir comendo os confetes.

Nos encontros listados, já constam os períodos necessários para a correção das atividades, o que pode mudar de acordo com o desenvolvimento da turma e de tarefas que podem ou não serem concluídas em casa. Na aplicação, o que mais demandou tempo foram os estudos da fração, que precisaram ser bem contextualizados antes de introduzir a porcentagem e os números decimais.

REFERÊNCIAS

AUSUBEL, David P. *Retenção e aquisição de conhecimentos:* uma perspectiva cognitiva. Tradução de Lígia Teopisto. Lisboa: Plátano, 2003.

D' AMBROSIO, Ubiratan. *Educação Matemática:* da teoria à pratica. Campinas, SP: Papirus, 2007.

DENARDI, Vânia Bolzan. Teoria dos Registros de Representação Semiótica: contribuições para a formação de professores de matemática. *XXI Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática* (EBRAPEM). Disponível em: https://wp.ufpel.edu.br/xxiebrapem/anais-xxi-ebrapem-2/ Acesso em: 11 ago. 2022.

DUVAL, Raymond. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Tradução de Méricles Thadeu Moretti. *Revemat: R. Eletr. De Edu. Matem.* eISSN 1981-1322. Florianópolis, v. 07, n. 2, p. 266-297, 2012. Disponível em https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n2p266. Acesso em: 27 jul. 2022.

FREITAS, J. L. M. de; REZENDE, V. ENTREVISTA: RAYMOND DUVAL E A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, [S. l.], v. 2, n. 3, p. 10-34, 2020. DOI: 10.33871/22385800.2013.2.3.10-34. Disponível em: https://periodicos.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/5946. Acesso em: 25 jul. 2022.

JUNIOR, José Ruy Giovanni; CASTRUCCI, Benedicto. *A conquista da matemática*. São Paulo: FTD, 2009.

LEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antonio. *Matemática e realidade*. 6. ed. São Paulo: Atual, 2009.

LOBATO, Monteiro. *A aritmética de Emília*. São Paulo: Ciranda Cultural, 2019.

LOPES JÚNIOR , José Erildo. A teoria das representações semióticas de Raymond Duval relacionada ao conceito de ângulos através da lousa digital interativa. *Revista Latino-Americana de Estudos Científicos*, v. 01, n. 03 maio/jun. 2020, publicação contínua, p. 35-50. ISSN: 2675-3855. Disponível em: https://periodicos.ufes.br/ipa/issue/view/1176. Acesso em: 20 ago. 2022.

LOREIAN, Ingridy; DARROZ, Luiz Marcelo; ROSA, Cleci Teresinha Werner da. Organizadores prévios no processo de ensino de Física: o que dizem os periódicos da área. *Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas*, Belém, v. 16, n. 37, p. 210-223, dez. 2020. ISSN 2317-5125. Disponível em: https://periodicos.ufpa.br/index.php/revistaamazonia/article/view/7690. Acesso em: 27 set. 2022.

MASOLA, Wilson; ALLEVATO, Norma. Dificuldades de aprendizagem matemática: algumas reflexões. *Educação Matemática Debate*, v. 3, n. 7, p. 52-67, 2019.

MIORIM, Maria Angela. *Introdução à história da educação matemática*. São Paulo: Atual, 1998.

MOREIRA, Marco Antônio. *O que é afinal aprendizagem significativa?* Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS, 2012. Disponível em http://www.if.ufrgs.br/~moreira/. Acesso em: 22 set. 2022.

MOREIRA, Marco Antônio. *Teorias de aprendizagem.* São Paulo: EPU, 1999.

MOREIRA, Marco Antônio. *A teoria da aprendizagem significativa*. 2. ed. Porto Alegre, 2016.

PINTEREST. *Proyecto Lectura Salma*. Disponível em: https://br.pinterest.com/pin/209558188905341121/. Acesso em: 03 nov. 2023.

PRASS, Alberto Ricardo. *Teorias de Aprendizagem.* 2012. 55 p. Monografia (Pós-Graduação em Fundamentos Teóricos para a Pesquisa em Ensino de Física) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre,. 2012.

ROSA, Cleci T. Werner da Rosa; DARROZ, Luiz Marcelo. *Cognição, linguagem e docência:* aportes teóricos. Cruz Alta: Ilustração, 2022.

SANTOS, Josiel Almeida; FRANÇA, Kleber Vieira; SANTOS, Lúcia Silveira Brum. *Dificuldades na aprendizagem matemática*. 2007. 41 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Centro Universitário Adventista de São Paulo, São Paulo, 2007.

SILVA, Fernanda Andréa Fernandes. *Significados e representações dos números racionais abordados no exame nacional do ensino médio* – ENEM. 2013. 154 f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências). Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2013.

TOLEDO, Marília; TOLEDO, Mauro. *Teoria e prática de matemática*: como dois e dois. São Paulo: FTD, 2009.

WALLE, John A. Van. *Matemática no Ensino fundamental:* formação de professores e aplicação em sala de aula. Porto Alegre: Artmed, 2009.

OS AUTORES

Fernanda Gheno:

Licenciada em Matemática pela Universidade de Passo Fundo. Pós-graduada em Docência do Ensino Superior pela Universidade Norte do Paraná. Pós-graduada em Educação Matemática: Estratégias, Métodos e Tecnologias, pela Universidade Norte do Paraná. Mestra do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade de Passo Fundo.

Luiz Marcelo Darroz:

Licenciado em Matemática pela Universidade de Passo Fundo. Licenciado em Física pela Universidade Federal de Santa Maria. Especialista em Física pela Universidade de Passo Fundo. Mestre em Ensino de Física e Doutor em Educação em Ciências pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul.